



MODELISATIONS DE L'EMISSION NON-THERMIQUE DES BLAZARS DU TeV PAR UNE DISTRIBUTION RELATIVISTE QUASI-MAXWELLIENNE

Ludovic Saugé

► To cite this version:

Ludovic Saugé. MODELISATIONS DE L'EMISSION NON-THERMIQUE DES BLAZARS DU TeV PAR UNE DISTRIBUTION RELATIVISTE QUASI-MAXWELLIENNE. Astrophysique [astro-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2004. Français. NNT : . tel-00008905

HAL Id: tel-00008905

<https://theses.hal.science/tel-00008905>

Submitted on 30 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE
présentée par

Ludovic SAUGÉ

pour obtenir le diplôme de docteur en sciences de l'Université Joseph-Fourier
(Arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 30 mars 1992)

Spécialité : ASTROPHYSIQUE – PHYSIQUE & MILIEUX DILUÉS

**MODÉLISATIONS DE L'ÉMISSION NON-THERMIQUE DES
BLAZARS DU TeV PAR UNE DISTRIBUTION RELATIVISTE
QUASI-MAXWELLIENNE**

Soutenue publiquement le 6 décembre 2004
devant le jury composé de

M ^r	Aurélien BARRAU	Examineur
M ^r	Thierry COURVOISIER	Examineur
M ^r	Bernard DEGRANGE	Examineur & Président
M ^r	Gilles HENRI	Directeur de thèse
M ^r	Benoit LOTT	Rapporteur
M ^{me}	Hélène SOL	Rapporteur

Thèse préparée au sein de l'Équipe



Laboratoire d'AstrOphysique de Grenoble
UMR-5571 (OSUG/UJF/CNRS), BP 53, F-38041 Grenoble Cedex 9

Ludovic SAUGÉ

**MODÉLISATIONS DE L'ÉMISSION
NON-THERMIQUE DES BLAZARS DU TeV
PAR UNE DISTRIBUTION RELATIVISTE
QUASI-MAXWELLIENNE**

Thèse de doctorat — Université Grenoble I (Joseph-Fourier)

— Décembre 2004 —

Remerciements

VOILÀ DONC L'AVENTURE BOUCLÉE, UNE PAGE s'est tournée... Moi, je vole vers d'autres cieux, délaissant *mes blazars* pour les supernovæ. Mais allons savoir ce que l'avenir nous réserve ??? Bref, c'est dans cette page que je dois m'étaler en remerciements – sincères rassurez-vous ! —. L'exercice ne paraît pas facile, alors allons-y gaiement, la larme à l'oeil ... hummm ...

La première personne qui trouve ici sa place, c'est bien entendu Gilles, mon cher directeur de thèse, qui a accepté de partager cette aventure avec moi. Ces quatre années, même si elles n'ont pas été toujours faciles, resteront pour moi mémorables — dans le bon sens du terme —, et ce aussi bien d'un point de vue scientifique qu'humain. Merci pour ta patience, ta gentillesse et ton humour. Merci pour avoir guidé mes pas, parfois hésitants.

Ensuite, un grand merci aux SHERPAS dans leur ensemble, pour leur accueil, leur soutien dans les moments plus difficiles... c'est bien plus pour moi qu'une équipe. Merci à Guy, PYL, Didier, POP, Alexandre, Denis et Geoffroy.

Un merci tout particulier à Jonathan, pour avoir toujours gardé un oeil bienveillant sur moi, pour ces encouragements, ces conseils et pour son amitié tout simplement !

J'adresse mes plus vifs remerciements à Jérôme, mon *parrain de thèse* pour avoir parfaitement accompli ce rôle, pour sa disponibilité et sa gentillesse, et pour son amitié aussi.

Que les membres de mon jury trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour avoir accepté d'une part de rapporter et d'autre part d'examiner mon travail. Je leur en suis vraiment très reconnaissant.

Et mes camarades ! Ah mes camarades ... mes amis du DEA d'abord, Jeff (*la légende du volant*), Gaël ("*j'sens qu'ça monte !*") et Estelle. Merci à toi Estelle (ce prénom t'était donc bien prédestiné...) de m'avoir supporté pendant trois années, je pense que les éclats de rire du bureau 112 n'ont pas finis de résonner dans les murs ! Merci aussi à Christophe et Sandrine.

À mes compagnons de galères, Éric et Vincent : pour ces longues journées d'été torrides passées au labo, certains dimanches et beaucoup de samedis ! Pour toutes ces pizzas du campus englouties à la Cafet'. Vincent, j'attends toujours de déguster ce fameux gâteau (tu t'en sortiras pas si facilement) !

Bien évidemment, merci à Fabien, Pierre H. Gaspard, Manu, Gwen, pour leur amitié, pour les excellents moments passés ensemble, les cinés, le roller, le ski, les *p'tites bouffes à la bonne franquette*, les rugbys improvisés tard le soir ... Un gros merci aussi à Gaëlle pour son amitié et son soutien et ça depuis (*fouilla !*) les bancs de la Métare !

Un merci à Ginette, Richard et Françoise, pour l'assistance informatique et leur disponibilité mais aussi et surtout leur amitié et leur gentillesse ; ces repas pris ensemble, les grandes discussions (parfois animées !), le partage du chocolat, des desserts le midi ... mes premiers pas en roller !

Un merci tout particulier à Catherine N., Karine, François, Xavier, Pierre V. Merci au *staff* administratif du LAoG comme de l'Observatoire, Françoise, Fabienne, Khadidja, Sandrine,

Annie, Hélène et Stéphanie pour leur aide et leur disponibilité comme il m'arrivait de me perdre dans les affres des procédures administratives ...

Je ne peux terminer cette page sans avoir une pensée pour Manuel Forestini. Je garderai toujours l'image d'un chercheur et un enseignant passionné et un homme d'une extraordinaire générosité ; à toutes nos discussions partagées autour d'un café chaud le matin à 6h30 ...

À tous ceux que j'ai oublié, qui ont contribué de loin ou de près à ce travail, Merci.

Pour terminer, il me reste à remercier Évelyne, pour sa patience, son amour et son indéfectible soutien ainsi que ma famille et mes parents. À ces derniers merci pour les encouragements et l'éducation que vous m'avez donné tout petit et le reste ... ce reste ou ce tout comme on veut, si difficile pour moi à définir, ça doit s'appeler l'amour. Alors simplement merci. C'est en définitive à eux que je dédie ce manuscrit.

Merci à tous.

Ludo.

Grenoble, le 24 février 2005.

À ma mère, À mon père,



“Ce fut pour moi une leçon très importante que de comprendre qu’il ne fallait pas s’arrêter à la beauté de l’équation et à la merveille de son aspect formel, mais l’abaisser au niveau des faits et la confronter à la réalité tangible.”

— Richard P. Feynman (1918-1988), Prix Nobel de physique 1965.

Table des matières

Remerciements	i
Préambule	v
Table des matières	x
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xv
 Partie 1. INTRODUCTION	 1
CHAPITRE 1. AGNs & blazars	3
1. Les Noyaux Actifs de Galaxie	4
§ 1. Les objets Radio-Quiets	4
§ 2. Les objets Radio-Louds	5
§ 3. Modèle standard d'unification des galaxies actives	6
2. Les blazars	8
§ 4. FSRQ et Lacertides	8
§ 5. Continuum non-thermique des blazars	9
§ 6. La séquence des blazars et modèles d'unification	13
§ 7. De la nécessité des jets relativistes	15
3. Blazars extrêmes émetteurs au TeV	19
CHAPITRE 2. Pourquoi les jets brillent-ils ?	23
1. Amplification de l'émission	24
§ 8. Considérations générales	24
§ 9. Conséquence sur l'émission des jets	25
2. Émission synchrotron : quand les photons prennent la tangente	25
§ 10. Puissance émise et distribution angulaire	26
3. Diffusion Compton du rayonnement	28
§ 11. Changement de l'énergie du photon – Formule du recul Compton	28
§ 12. Section efficace du processus	29
4. Processus de diffusion inverse Compton	29
§ 13. Formule du recul modifiée	29
§ 14. Puissance totale perdue par la particule dans le régime Thomson	30
§ 15. Spectre en énergie des photons diffusés	31
5. Accélération des particules	32
§ 16. Les modèles standards d'accélération par chocs – Processus de Fermi du premier ordre	32
6. Accélération stochastique et formation d'une quasi-Maxwellienne relativiste	35
§ 17. Processus d'accélération stochastique	35
§ 18. Formation d'une pileup	35
CHAPITRE 3. Dynamique des jets extragalactiques	41

1. Modèle hydrodynamique avec confinement par pression thermique.	41
2. Modèles magnétohydrodynamiques et accélération	42
§ 19. L'accrétion	42
§ 20. L'éjection	44
3. Modèle électrodynamique : processus de Blandford-Znajek	45
§ 21. Processus de Blandford-Znajek (BZ77)	45
§ 22. Comparaison processus d'accrétion versus processus électrodynamique	46
4. Effet d'accélération d'ensemble par pression de radiation en régime relativiste : effet de fusée Compton	47
§ 23. Principe général du mécanisme de fusée Compton	47
§ 24. Anisotropie du champ et Compton-drag	48
§ 25. Cas d'un disque d'accrétion standard	49
CHAPITRE 4. Paradigme du two-flow	51
1. Présentation du modèle du two-flow	51
§ 26. Introduction au paradigme du two-flow	51
§ 27. Protons, électrons, paires ?	52
2. Modèles d'émission dans le contexte du two-flow	54
But de ce travail	57
Partie 2. MODÈLE HOMOGENÈ UNE-ZONE DÉPENDANT DU TEMPS	57
CHAPITRE 5. Modèle homogène une-zone dépendant du temps	61
1. Modélisation homogène SSC	61
2. Processus radiatifs	62
§ 28. Émission synchrotron	62
§ 29. Emission Compton inverse	65
CHAPITRE 6. Processus de création de paires & atténuation intrinsèque	67
1. Généralité sur le processus de création de paires	67
2. Atténuation intrinsèque à la source	68
§ 30. Opacité à la production de paires	68
§ 31. Atténuation du spectre et transfert radiatif simplifié	70
§ 32. Recyclage des paires produites et cascade électromagnétique	71
CHAPITRE 7. Atténuation par le fond cosmique infrarouge	73
1. Introduction	73
2. Halo de paires	74
3. Atténuation du signal gamma	76
4. Observations dans l'Univers local	78
5. Modélisation	79
6. Calcul pratique de l'opacité	80
§ 33. Opacité	80
§ 34. Calcul numérique	81
CHAPITRE 8. Modèle stationnaire simplifié	89
1. Cas optiquement mince : quelques diagnostics simples sur le spectre	89
§ 35. Estimation de la valeur du champ magnétique et du facteur de Lorentz des particules	90
§ 36. Estimation de la taille de la zone d'émission	90
§ 37. Nombre total de particules	92

2. Modèle stationnaire simplifié : évolution qualitative dans l'espace des paramètres	92
§ 38. Compacité de la source	92
§ 39. Influence des paramètres	93
§ 40. Effet du dérougissement du spectre	96
CHAPITRE 9. Modélisation de la SED dans le cadre dépendant du temps	97
1. Le modèle une zone dépendant du temps	97
2. Équation cinétique standard	98
3. Injection d'une distribution en particules en "pileup"	98
4. Transfert radiatif : construction de la SED	99
5. Solution approchée de l'équation cinétique	101
§ 41. Noyau de Green et solution générale	101
§ 42. Injection d'une pileup sur un temps fini	101
§ 43. Dynamique de la distribution	104
§ 44. Conséquences sur la SED	105
6. Résolution numérique de l'équation cinétique	106
§ 45. Méthode numérique	106
§ 46. Comparaison à la solution analytique et test	107
7. Variation spectrale de la SED en fonction de t_{obs}	108
§ 47. Influence de t_{obs}	109
§ 48. Influence de Δt_{obs}	110
8. Spectre moyen sur le temps	110
§ 49. Spectre moyen – approche quantitative	111
§ 50. Loi d'échelles et invariance du spectre synchrotron	113
§ 51. Évolution semi-quantitative du maximum du pic synchrotron	114
CHAPITRE 10. Résultats	117
1. Introduction	117
2. La source test : Markarian 501	118
§ 52. Stratégie d'ajustement	118
§ 53. Digression : application multi-paramétrique sur grappes improvisées	119
§ 54. Markarian 501 en avril 1997	120
§ 55. Exemple de solution en régime de forte création de paires	126
3. PKS 2155-304	128
§ 56. Campagne 1996-1997	128
§ 57. Campagne 2003-2004	131
Partie 3. LA CRISE DU FACTEUR DOPPLER	135
CHAPITRE 11. La crise du facteur Doppler	137
1. Les faits	137
§ 58. Introduction	137
2. Le modèle standard d'unification mis à mal ?	138
§ 59. Observations des coeurs VLBI	138
3. Contraste de luminosité entre les populations parentes	140
§ 60. Calcul simplifié du contraste à l'ordre zéro	142
§ 61. Discussion	143
4. Le modèle multi-composantes	143
§ 62. Présentation et calcul du contraste	143
§ 63. Application	147

5. Et la statistique dans tout ça ?	150
§ 64. Probabilité de détection	150
§ 65. Application	151
6. Conclusion	154
CHAPITRE 12. Contraintes d'opacité liées aux modèles homogènes	157
1. Contrainte due à l'opacité	157
§ 66. Introduction – Hypothèses de travail	157
§ 67. Luminosité différentielle synchrotron et Compton inverse	158
§ 68. Opacité $\gamma - \gamma$ à la création de paires	159
§ 69. Contrainte de l'opacité sur la pente locale synchrotron	160
2. Contrainte due au temps de variabilité	162
3. Contrainte sur le spectre de Markarian 501	162
§ 70. Application	162
§ 71. Conséquences	163
Partie 4. MODÉLISATION INHOMOGÈNE DÉPENDANTE DU TEMPS	165
CHAPITRE 13. Introduction	167
1. Introduction	167
§ 72. Motivations	167
2. Description du modèle inhomogène	168
§ 73. Géométrie du modèle	169
§ 74. Variation du champ magnétique moyen	169
3. Le menu pour la suite ...	170
CHAPITRE 14. Processus microphysiques	171
1. Émission synchrotron d'une population pseudo-thermique de particules	172
§ 75. Calcul exact et analytique	173
§ 76. Approximation par la méthode du col	173
§ 77. Régime d'auto-absorption synchrotron	174
§ 78. Caractéristiques spectrales de l'émission synchrotron	175
2. Émission Compton inverse (SSC)	176
§ 79. Approximation dans le régime Thomson	176
§ 80. Approximation dans le régime Klein-Nishina	177
§ 81. Émissivité Compton inverse SSC	181
3. Production de paires	181
CHAPITRE 15. Évolution dynamique du faisceau inhomogène de paires	183
1. Équations maîtresses du faisceau de paires	183
§ 82. Cadre relativiste de la description de la dynamique du fluide	183
§ 83. Équation de continuité sur l'évolution du nombre de particules	185
§ 84. Équation d'énergie	185
2. Description du chauffage turbulent & Mécanisme de variabilité	187
CHAPITRE 16. Résultats	189
1. Problème stationnaire	189
§ 85. Problème différentiel stationnaire	189
§ 86. Indice radio dans le régime asymptotique	191
§ 87. Application	194
§ 88. Production des paires et conditions initiales	196

2. Solution dépendante du temps	198
§ 89. Mise en œuvre numérique	198
§ 90. Exemple numérique	199
Partie 5. CONCLUSION ET PERSPECTIVES	205
Conclusion et Perspectives	207
Partie 6. ANNEXES	211
ANNEXE A. EDF en Loi de puissance	213
1. Lois de puissance	213
§ 91. Injection instantanée dans le temps	213
§ 92. Injection continue et régime permanent	214
ANNEXE B. Fonctions Hypergéométriques Généralisées	217
1. Définitions	217
2. Exemples	217
ANNEXE C. Dynamique du faisceau inhomogène	219
1. Évolution de la densité de particules du faisceau	219
2. Équation d'énergie	220
ANNEXE D. Calcul Stochastique	223
1. Introduction	223
2. Calcul stochastique d'Itô	224
§ 93. Introduction	224
§ 94. Rappels sur l'intégrale de Riemman-Stieltjes	225
§ 95. Exemples d'application	225
3. Changement de variable	226
§ 96. Théorème fondamental d'Itô-Doeblin	226
§ 97. Exemple d'application	227
4. Calcul stochastique et approximation diffusive : vers l'équation de Fokker-Planck.	227
Partie 7. BIBLIOGRAPHIE	229
Bibliographie	231
Partie 8. INDEX	239
Index	241
Colophon	247

Table des figures

1	Distribution du paramètre R pour un échantillon d'objets. Pour une limite placée aux environs de $R = 30$, la part d'objets forts émetteurs radios est de l'ordre de 10 à 15%. D'après Kellermann <i>et al.</i> (1989)	4
2	Images VLA de radio-galaxie de Fanaroff-Riley	5
3	Distribution des galaxies FR-I et FR-II dans le plan luminosité radio/galaxie-hôte	6
4	Modèle standard d'unification des galaxies actives	7
5	Distributions spectrales en énergie de certains blazars	9
6	Séquence des blazars	13
7	Distribution des masses des trous noirs des gazars EGRET	14
8	Schéma d'unification des blazars et des radio-galaxies	15
9	Vitesses apparentes mesurées dans un échantillon de 81 quasars à spectre plat. Extrait de Zensus (1997)	15
10	Distributions spectrales en énergie de NGC 5128 et NGC 6251	16
11	Vitesse apparente en fonction de l'angle d'observation et pour différentes valeurs du facteur de Lorentz d'ensemble Γ_b .	16
12	Mouvements superluminiques	17
13	Carte VBLI de Marakarian 501 et suivi des nodules radio dans le temps. Extrait de Edwards & Piner (2002).	19
14	<i>Ci-dessus</i> , courbes de lumière simultanée TeV/X de Markarian 421 mettant en exergue la variabilité corrélée (Maraschi <i>et al.</i> 1992). <i>Idem ci-contre</i> pour Marakarian 501 pour la période d'avril 1997.	20
15	Exemples de courbes de lumières, à gauche à long terme pour une sélection de blazars, à droite à court terme (<i>intraday</i>) de l'objet 1ES 1959+650. La ligne verticale pointillée se réfère à l'éruption au TeV sans contrepartie X dit <i>éruption orpheline</i> . Extrait de Krawczynski <i>et al.</i> (2004).	21
16	Distribution spectrale en énergie des blazars émetteurs au TeV. Extrait de Krawczynski <i>et al.</i> (2004).	22
17	Facteur Doppler $\delta(\beta, \theta)$ en fonction de l'angle θ	24
18	Rapport \mathcal{R} du facteur Doppler du jet et du contre-jet en fonction de l'angle d'inclinaison de l'axe du jet par rapport à la ligne de visée de l'observateur	25
19	Description qualitative du rayonnement synchrotron	27
20	Configuration standard d'un choc non-relativiste	33
21	Comparaison entre processus d'accélération de Fermi-I et Fermi-II et leur conséquence sur la distribution en énergie des particules.	34
22	Exemple de résolution d'équations différentielles stochastique par simulation Monte-Carlo	38

23	Schéma de principe du processus de fusée Compton.	49
24	Exemple de calculs du facteur de Lorentz d'équilibre	50
25	Schéma de principe du modèle du two-flow	52
26	Contributions respectives des composantes de protons, électrons et du champ magnétique à la puissance cinétique obtenues par Celotti & Ghisellini (2002) par ajustement d'un échantillon de blazars.	53
27	Exemples de spectres simulés par Renaud (1998) pour les objets rouges de type 3C273	54
28	Approximation du spectre synchrotron dans le régime haute fréquence	63
29	Approximation du spectre synchrotron	64
30	Section efficace du processus de création de paires et taux de production	69
31	Fonction dilogarithme	70
32	Distribution spectrale en énergie typique du fond cosmique infrarouge (CIB) de Jager & Stecker (2002)	74
33	Distributions spectrales en énergie du CIB considérées par la suite dans cette thèse.	81
34	Courbes d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en TeV	83
35	Courbes d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en TeV calculée dans le cas de l'hypothèse haute et basse pour les objets Mrk 501 et Mrk 421. Le calcul fait l'hypothèse que $H_0 = 65 \text{ km/s/Mpc}$.	83
36	Modélisation de la densité d'énergie du fond infrarouge par une fonction continue par morceaux mettant en évidence de l'effet de la profondeur de la valeur sur l'absorption	85
37	Courbes d'atténuation à gauche et d'opacité à droite en fonction de l'énergie du gamma incident déduites des divers cas de densité présentés dans la figure 36 précédente calculées pour Mrk 501 et Mrk 421	85
38	Carte d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en abscisse et du décalage vers le rouge de la source en ordonnée dans le cas (a) l'hypothèse haute, (b) l'hypothèse basse	86
39	Courbe d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident pour toutes les lacertides connues émettrices au TeV. Aussi représenté le cas limite pour un objet fictif de décalage vers le rouge $z_s = 0.3$.	87
40	Évolution des courbes d'atténuation de la figure 35 en fonction de la valeur du paramètre de Hubble H_0 , choisi comme variant continument de 50 à 80 km/s/Mpc.	87
41	Espace des paramètres $R - \delta$ dans l'approche stationnaire	93
42	Cartes de l'espace des paramètres $R - \delta$ dans l'approche stationnaire	95
43	Schéma des différents stades durant l'injection et/ou le refroidissement des particules	102
44	Exemple de distribution en énergie des particules en fonction du temps	103
45	Description schématique de la formation de la fonction de distribution en énergie des particules	104
46	Dynamique de la distribution en énergie des particules	105
47	Comparaison résolution numérique/analytique de l'équation cinétique	107

48	influence de t_{obs} sur la variation de l'indice spectral	110
49	influence de Δt_{obs} sur la variation de l'indice spectral	111
50	Illustration de la variation spectrale de la SED par évolution de t_{obs} sur l'objet Mrk 501	112
51	Évolution du spectre synchrotron en fonction des paramètres	115
52	Schéma de principe l'applications multi-paramétrique	119
53	Résultat du dérougissement du spectre de Mrk 501 pour la période d'avril 1997	121
54	Application à Mrk 501 : Carte et surface du χ^2	122
55	Distribution spectrale en énergie Mrk 501, Avril 1997	123
56	Mécanismes proposés pour la variation de l'indice spectral de la composante synchrotron	124
57	Courbes de lumière correspondantes à l'état haut de Mrk 501 du 16 avril.	125
58	Carte d'opacité Mrk 501, Avril 1997 État haut	126
59	EDFs numérique et analytique de Mrk 501, Avril 1997 État haut	127
60	Distribution spectrale en énergie Mrk 501	128
61	EDF numérique de Mrk 501 pour une solution riche en paires	129
62	Courbes de lumière Mrk 501 pour une solution riche en paires. Noter la brièveté de l'évènement.	129
63	Carte d'opacité Mrk 501 pour une solution riche en paires	130
64	Distribution spectrale en énergie pour PKS 2155-304 pour la campagne 1996-1997	131
65	Courbe de lumière BeppoSAX (MECS) de PKS 2155 pour la période de novembre 1997	131
66	Distribution spectrale en énergie pour PKS 2155-304, campagne 2004	133
67	Carte de l'espace des paramètres $R - \delta$ pour PKS 2155	134
68	Contrainte sur l'angle maximum d'observation compatible avec l'absence de détections de mouvements superluminiques pour une valeur donnée du facteur Doppler	139
69	Dispersion de luminosité dans un échantillon de Lacertides	141
70	Contraste de luminosité entre les deux sous-populations parentes pour une composante relativiste caractérisée par un facteur de Lorentz Γ	141
71	Luminosité observée et définition du contraste entre deux populations parentes focalisées et hors-axes.	142
72	Schéma d'unification FR-I/Lacertides et blazars extrêmes dans le contexte du modèle à deux composantes	144
73	Description schématique de la construction de la luminosité dans le contexte du modèle à multi-composantes, et définition des différents contrastes entre population ou à l'intérieur d'un même échantillon. Cette figure est bien entendue à rapprocher de la figure (71) précédente.	145
74	Dispersion de luminosité dans un échantillon de Lacertides	146
75	Rapport Γ_r/Γ_ℓ en fonction de la dispersion de luminosité \mathcal{R}_{foc}	146
76	Modèle multi-composantes de vitesse plus une composante isotrope	147
77	Modèles de contraste de luminosité	148

78	Modèle à deux composantes de vitesse plus une composante isotrope	149
79	Valeurs des facteurs de Lorentz des composantes rapides et lentes en fonction du paramètre f et ce pour des valeurs du contraste maximal \mathcal{R}_{\min}	149
80	Probabilité de détection d'émetteurs au TeV dans un échantillon de Lacertides	152
81	Probabilité de détection d'émetteurs au TeV dans un échantillon de Lacertides en fonction de \mathcal{R}_{foc}	152
82	Synthèse des contraintes statistique et théoriques dans l'espace des paramètres (Γ_ℓ, Γ_r)	153
83	Valeurs de la fonction $\alpha_{\gamma\gamma}(\beta)$ et de la fonction modifiée $\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)$ en fonction de l'indice spectral β exprimé en νF_ν .	160
84	Contraintes d'opacité sur la pente locale synchrotron	163
85	Spectre synchrotron pour une pileup	176
86	Contraintes d'opacité sur la pente locale synchrotron	193
87	Ajustement de Markarian 501 de la radio au TeV	195
88	Luminosité du jet en fonction des conditions initiales	196
89	Représentation d'une tranche de la surface des paramètres pour $\eta_0 = \text{cste}$	196
90	Exemple de solution stationnaire	197
91	Paramètres pertinents du modèle	198
92	Organigramme de la résolution du code dépendant du temps	199
93	Exemple de solutions dépendantes du temps	201
94	Zoom et analyse de Fourier temporelle d'une solution déstabilisée	202
95	Exemple de solution peu déstabilisée, se relaxant sur une nouvelle solution stationnaire stable	202
96	Détail du mécanisme de rétroaction	203
97	Carte de densité	204
98	Résolution de l'équation cinétique pour un terme d'injection continu en loi de puissance	215

Liste des tableaux

1	Sélection en décalage vers le rouge (≤ 0.130) de Lacertides extrait du catalogue de Padovani & Giommi (1995).	10
2	Lacertides détectées au TeV	10
3	Mesures des vitesses transverses apparentes dans les blazars extrêmes	19
4	Coefficients calculés par la méthode des moindres carrés de l'approximation polynômiale (28.107) de l'expression (28.98) R_{syn} .	64
5	Échantillon de points de mesure du fond cosmique infrarouge. D'après Hauser & Dwek (2001)	81
7	Paramètres d'ajustements pour Mrk 501 (Avril 1997)	121
8	Paramètres pour Mrk 501 utilisés par Pian et al. (1998)	124
9	Paramètres d'ajustements pour PKS 2155-204	130
10	Comparaison des paramètres obtenus à l'aide de différents travaux	132
11	Probabilité de détection d'émetteurs au TeV dans un échantillon de Lacertides extraits du catalogue de Padovani & Giommi (1995).	151
12	Valeurs a et b respectivement borne inférieure et supérieure du rapport Γ_r/Γ_ℓ estimées numériquement et obtenue numériquement à partir de la relation $\mathcal{P}(n/N) \geq p_{\text{min}}$.	153
13	Paramètres observationnels de Markarian 501, pour le 16 avril 1997	162

Constantes astrophysiques et formulaire

Longueur d'onde Compton de l'électron	$\lambda_{ce} = \frac{h}{m_e c}$	$2.43 \cdot 10^{10} \text{ cm}$
Rayon classique de l'électron	$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$	$2.82 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$
Section efficace de Thomson	$\sigma_{th} = \frac{8}{3} \pi r_e^2$	$6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$

1 eV	=	$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$
1 Tesla	=	1 G
1 UA	=	$1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$
1 pc	=	$3.09 \cdot 10^{18} \text{ cm} = 3.26 \text{ années lumières (AL)}$
1 M_\odot	=	$1.99 \cdot 10^{33} \text{ gm}$
1 L_\odot	=	$3.90 \cdot 10^{33} \text{ erg/s}$
1 Jy	=	$10^{-23} \text{ erg/s/cm}^2/\text{Hz}$

Constante ou paramètre de Hubble	$H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc} = 3.24 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} h$
Rayon de Schwarzschild	$r_s = \frac{2GM_{tn}}{c^2} = 3 \cdot 10^{13} \text{ cm} \frac{M_{tn}}{10^8 M_\odot}$
Temps caractéristique gravitationnel	$t_s = \frac{r_s}{c} = 10^5 \text{ s} = 27 \text{ h } 46 \text{ min } 40 \text{ s}$
Luminosité critique d'Eddington	$L_{edd} = \frac{4\pi c G m_p}{\sigma_{th}} M_{tn} = 1.3 \cdot 10^{46} \left(\frac{M_{tn}}{10^8 M_\odot} \right) \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$
Distance luminosité pour les sources proches	$d_\ell \approx \frac{zc}{H_0} = 9.27 \cdot 10^{27} \text{ cm} \frac{z}{h} = 3 \text{ Gpc} \frac{z}{h}$
Facteur de dilution des flux (source proches)	$f = \frac{1}{4\pi d_\ell^2} = 9.26 \cdot 10^{-58} \text{ cm}^{-2} \frac{z}{h}$

Partie I

Introduction

1	AGNs & blazars	3
2	Pourquoi les jets brillent-ils ?	23
3	Dynamique des jets extragalactiques	41
4	Paradigme du two-flow	51

1

AGNs & blazars

*“Twinkle, twinkle quasi-star
Biggest puzzle from afar
How unlike the other ones
Brighter than a billion suns
Twinkle, twinkle, quasi-star
How I wonder what you are.”*

— George Gamow, “Quasar” 1964.

Plan du chapitre

1. Les Noyaux Actifs de Galaxie	4
§ 1. <i>Les objets Radio-Quiets</i>	4
§ 1.1. <i>Les galaxies de Seyfert</i>	5
§ 1.2. <i>Les QSOs</i>	5
§ 2. <i>Les objets Radio-Louds</i>	5
§ 3. <i>Modèle standard d'unification des galaxies actives</i>	6
2. Les blazars	8
§ 4. <i>FSRQ et Lacertides</i>	8
§ 5. <i>Continuum non-thermique des blazars</i>	9
§ 6. <i>La séquence des blazars et modèles d'unification</i>	13
§ 7. <i>De la nécessité des jets relativistes</i>	15
3. Blazars extrêmes émetteurs au TeV	19

LES BLAZARS, DONT L'ÉTUDE DE L'ÉMISSION HAUTE ÉNERGIE CONSTITUE le sujet de ce manuscrit, appartiennent à la classe des *noyaux actifs de galaxies* que nous désignerons ici par leur acronyme anglais AGN. Les AGNs représentent le cœur compact extrêmement brillant enfoui au sein d'environ 1 à 3% des galaxies. Par extrêmement brillant on entend des luminosités bolométriques (totale intégrée) isotropes de l'ordre de 10^{43} à 10^{46} erg/s en règle générale. Dans certains cas extrêmes celle-ci peut valeur 10^{48-49} erg/s, soit beaucoup plus que l'émission de la galaxie toute entière ! Certains de ces cœurs montrent une activité rapidement variable, sur des échelles de temps très courtes parfois inférieures à la journée, imposant des tailles de région d'émission toujours inférieures à 0.1 pc. Cette libération d'énergie colossale dans des régions si compactes ne peut être expliquée par le simple fait de l'activité stellaire ; la source la plus probable est l'énergie gravitationnelle que l'on peut extraire d'un système accréant (disque) autour d'un trou noir supermassif de masse $M_{\text{tn}} \geq 10^8 M_{\odot}$. En effet, on montre que la puissance d'accrétion peut alors s'écrire,

$$(0.1) \quad P_{\text{acc}} = \frac{1}{2} \dot{M}_{\text{ae}} \frac{GM_{\text{tn}}}{r_i} \approx 10^{46} \left(\frac{\dot{M}_{\text{ae}}}{\dot{M}_{\text{edd}}} \right) \left(\frac{M_{\text{tn}}}{10^8 M_{\odot}} \right) \left(\frac{\eta}{0.1} \right)^{-1} \text{ erg/s}$$

où \dot{M}_{ae} est le taux d'accrétion du système, \dot{M}_{edd} le taux d'accrétion d'Eddington (le rapport de ces deux dernières quantités ne peut dépasser l'unité pour une accrétion sphérique) et le paramètre η mesure l'efficacité de l'accrétion ($1/12 \approx 8\%$ pour un trou noir statique de Schwarzschild dans l'approximation newtonnienne et 42% pour un trou noir de Kerr en rotation maximale). La présence d'un disque est parfois corroborée par des signatures radiatives thermiques caractéristiques de celui-ci (*big blue bump*).

Dans le modèle dit "*standard*" des AGNs, l'énergie gravitationnelle va être libérée par dissipation visqueuse turbulente au sein du disque, et va ainsi contribuer à l'émission UV, voire dans le domaine X. La vitesse de rotation de la matière décroît de l'intérieur vers l'extérieur : ce sont donc essentiellement les parties les plus internes qui sont responsables de l'émission de plus haute énergie. On imagine que cette dernière peut facilement réchauffer les poussières qui sont au voisinage et qui sont responsables d'une émission de plus basse énergie (infrarouge thermique).

Avant d'aller plus en avant dans la description des blazars et plus particulièrement les émetteurs au TeV, décrivons rapidement les différentes sous-classes constituant la famille des AGNs.

1. Les Noyaux Actifs de Galaxie

La classification des AGNs peut sembler touffue voire déroutante au premier abord. Une première dichotomie s'effectue en fonction de la puissance émise dans le domaine radio. On parle alors soit d'*objets silencieux en radio* (*radio-quiet sources*) ou à l'inverse de *forts émetteurs radio* (*radio-loud sources*). Une définition opérationnelle de limite entre l'une et l'autre catégorie est de comparer pour un échantillon donné, la puissance radio à une fréquence donnée normalisée à la luminosité optique à 4400 \AA ; on définit alors un paramètre dit de *radio-loudness* tel que,

$$R = \frac{F_{\nu}^{(\text{rad})}}{F_{\nu}^{(\text{opt})}}.$$

Un tel exemple de traitement est présenté à la figure 1 tirée de Kellermann *et al.* (1989). On remarque que pour chaque échantillon, la distribution de R est bimodale, permettant ainsi de distinguer les forts des faibles émetteurs radio. Pour une limite placée aux environs de $R = 30$, la proportion d'objets *forts émetteurs radio* est de l'ordre de 10 à 15 %.

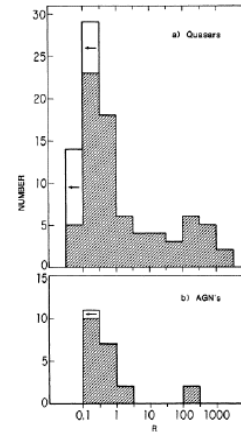


Fig. 1. Distribution du paramètre R pour un échantillon d'objets. Pour une limite placée aux environs de $R = 30$, la part d'objets forts émetteurs radios est de l'ordre de 10 à 15%. D'après Kellermann *et al.* (1989)

§ 1. Les objets Radio-Quiets

Les objets *radio-quiets* semblent dépourvus de jets. On distingue principalement deux sous-catégories de sources: les premières sont les galaxies dites de *Seyfert* du nom de Carl Seyfert qui, en 1943, étudia cette catégorie d'objets. Elles sont caractérisées par de fortes raies d'ionisation émises près du cœur. Les secondes rassemblent les objets dits *sources quasi stellaires* ou QSO (*quasi stellar sources*). Leur éloignement font qu'elles apparaissent comme des sources ponctuelles. Elles se distinguent des étoiles par un continuum beaucoup plus bleu, un spectre de raies fortement décalé vers le rouge, et parfois la nébulosité de la galaxie sous-jacente.

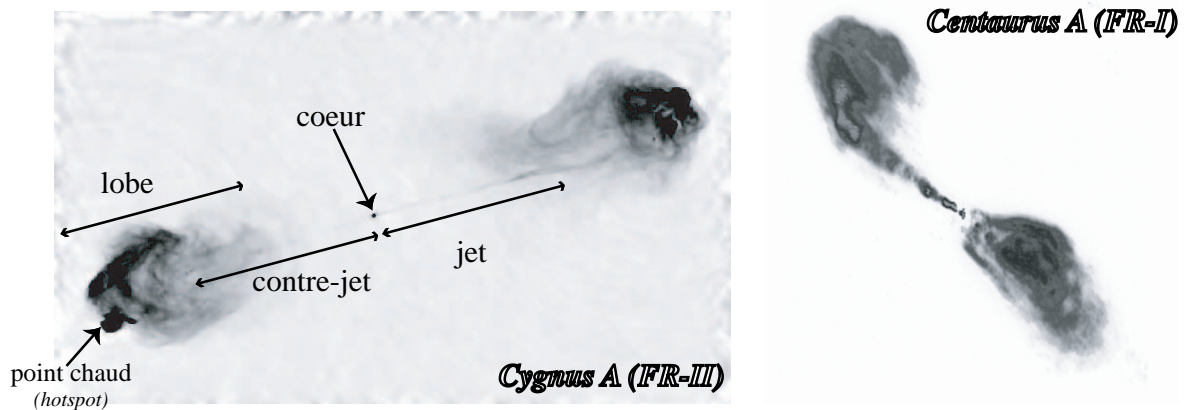


Fig. 2. Images VLA de radio-galaxie de Fanaroff-Riley de type I (à droite) et de type II (à gauche).

§ 1.1. Les galaxies de Seyfert

Ce sont majoritairement des galaxies spirales (Adams 1977; Malkan *et al.* 1998) relativement peu puissantes par rapport aux autres AGNs (10^{43-45} erg/s). Le continuum est formé de plusieurs composantes. L'infrarouge est dominé par une forte composante d'émission thermique de la poussière, l'UV et l'optique sont dominés par l'émission thermique du disque d'accrétion (*big blue bump*) ; les observations dans le domaine X montrent un spectre en loi de puissance dans le régime 2 – 20 KeV avec un indice spectral compris entre 0.7 – 0.9, qui est coupé de manière exponentielle aux alentours d'une centaine de KeV.

Les raies d'émission sont essentiellement formées par désexcitation après photo-ionisation par le continuum UV de l'émission du disque d'accrétion. Leur étude permet de subdiviser la famille des Seyferts en deux groupes : les objets *de type 1* et ceux *de type 2*. Si les deux catégories d'objets présentent toutes les deux des raies étroites (largeur à mi-hauteur < 2000 km/s), seuls les objets de type 1 présentent des raies larges d'émission.

Dans le cadre général du modèle d'unification des AGNs que nous aborderons un peu plus loin, la différence entre les Seyfert 1 et les Seyfert 2 est expliquée par un effet d'orientation par rapport à la ligne de visée.

§ 1.2. Les QSOs

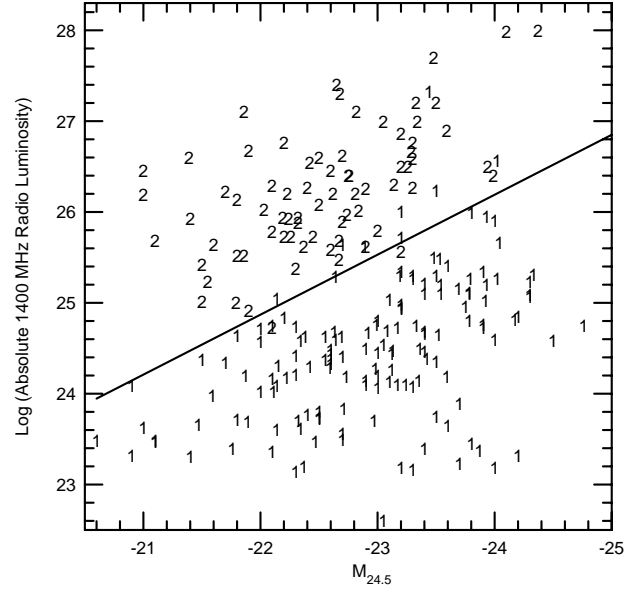
Ils possèdent les propriétés suivantes :

- Image optique quasi stellaire et forte luminosité,
- Excès bleus et UV du spectre,
- Grandes raies d'émission fortement décalées vers le rouge,
- En partie variables avec le temps.

§ 2. Les objets Radio-Louds

Les objets radio-louds comprennent les radio galaxies et les radio-sources quasi-stellaires (Quasi-stellar radio sources ou *quasars*). À l'inverse des galaxies de Seyfert, les radiogalaxies sont plutôt associées aux galaxies elliptiques, mais comme elles, elles se subdivisent en deux catégories selon la largeur caractéristique de leurs raies d'émission : les premières à raies larges (*Broad Line Radio Galaxy*) puis les autres bien évidemment à raies étroites (*Narrow Line Radio Galaxy*). Chaque type de raies, larges ou étroites, est associé à la région d'émission de celles-ci, la BLR pour les premières (*Broad Line Region*) et à l'inverse pour les secondes la NLR (*Narrow Line Region*).

Fig. 3. Distribution des galaxies FR-I et FR-II dans le plan luminosité radio/galaxie-hôte. La luminosité radio est évaluée à 1.4 GHz. Les radios-galaxies, sélectionnées selon leur morphologie sont très bien séparées. On note toutefois que la luminosité radio critique séparant les deux classes est une fonction quadratique de la luminosité de la galaxie-hôte. (Ledlow & Owen 1996)



Dans certain cas, comme pour les objets Radio-Quiets, certaines sources peuvent paraître comme des sources ponctuelles ; on parlera alors dans ce cas de *quasars*.

Comme il a été déjà indiqué, les objets Radio-Louds sont caractérisés par l'émission de gigantesques flots plus ou moins collimatés, les jets, alimentant des parties plus diffuses, les lobes.

D'un point de vue historique, Fanaroff & Riley (1974) ont montré que la morphologie des radio-galaxies était fortement corrélée à leur puissance radio, et ont dégagé deux types d'objets. Tout d'abord les FR-I, où l'émission du jet (généralement peu collimaté) proche du cœur domine puis décroît en allant vers les lobes (prototype centaurus A, figure 2 droite). Ces objets sont associés à des puissances radio inférieures à $P_{\text{FR-I}} < 2 \cdot 10^{24.5} \text{ W/Hz}$ ($4 \cdot 10^{40} \text{ erg/s}$) à 178 MHz ou une puissance bolométrique dans le domaine radio de l'ordre de 10^{42} erg/s . À l'inverse, dans les plus puissantes dénommées FR-II (prototype Cygnus A, figures 2), les lobes dominent largement l'émission du jet qui paraît dans ce cas extrêmement collimaté. On observe de plus la formation de points chauds très brillants, correspondant aux chocs terminaux du jet avec le milieu intergalactique (*hotspots*). Plus récemment, cette dichotomie entre FR-I et FR-II a été revue par Ledlow & Owen (1996) en considérant un échantillon plus large d'objets (188 au total dans l'amas d'Abell). Les auteurs montrent que la luminosité radio caractéristique permettant de distinguer l'une ou l'autre catégorie n'est pas une grandeur universelle mais dépend de manière importante de la luminosité bolométrique optique de la galaxie hôte ($\propto L_{\text{opt}}^2$) (voir figure 3). De plus, pour une même luminosité de la galaxies hôte, les raies d'émission optiques sont plus brillantes d'un ordre de grandeur dans le cas des FR-II que dans celui des FR-I.

Une classification des objets radio loud repose sur la dureté de leur spectre radio (relative à la valeur α de leur indice spectral en énergie, $F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$). Aussi on parlera de d'objet ou de *quasar radio à spectre plat* (FSRQ pour *flat spectrum radio quasar*) lorsque $\alpha \leq 1/2$ et dans le cas contraire de *quasar radio à spectre pentu* (SSRQ pour *steep spectrum radio quasar*).

§ 3. Modèle standard d'unification des galaxies actives

Malgré la taxonomie compliquée et la prolifération des classes et sous-classes de noyaux actifs de galaxies, l'idée d'un *modèle standard d'unification* des AGNs a vu son apparition et fut rapidement adoptée par la communauté astrophysique (Begelman *et al.* 1984; Urry & Padovani 1995) ; ce

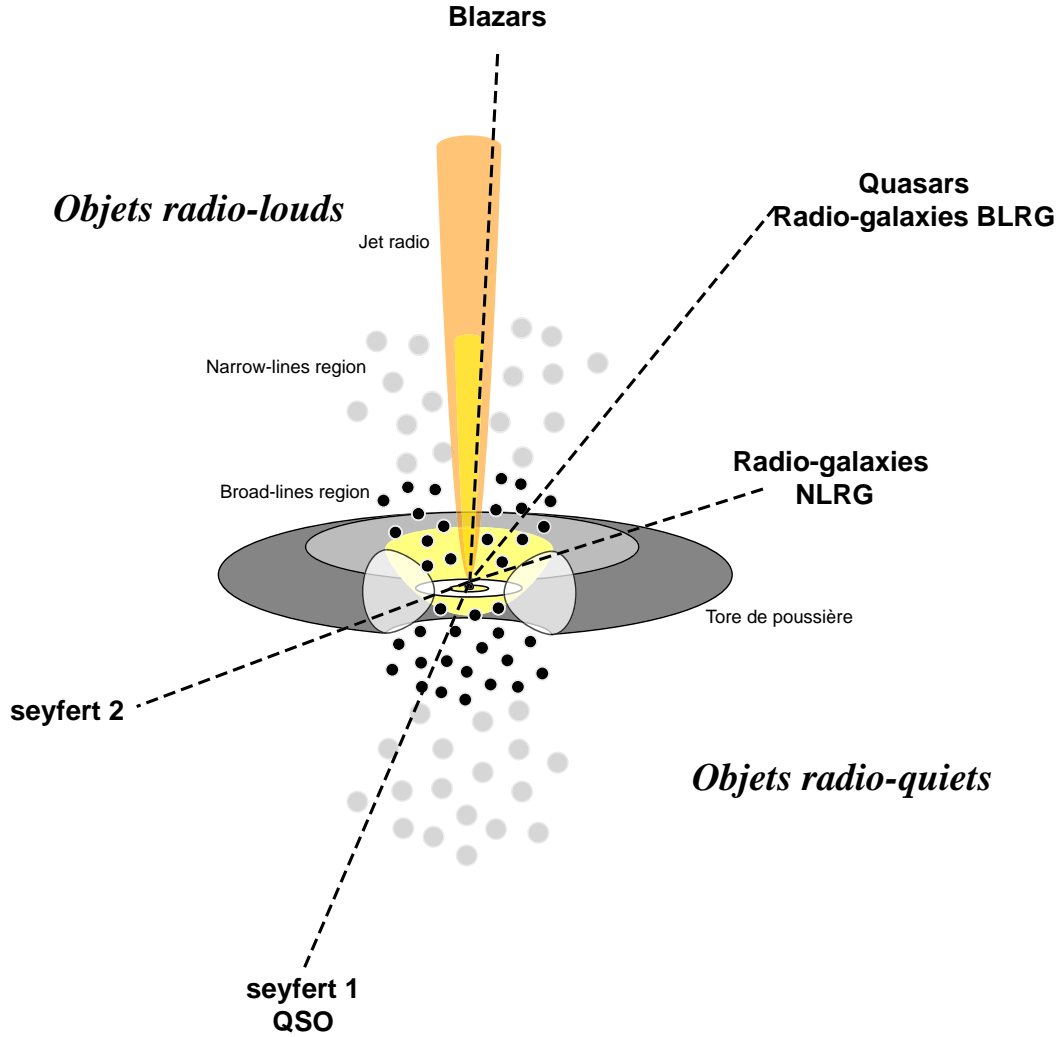
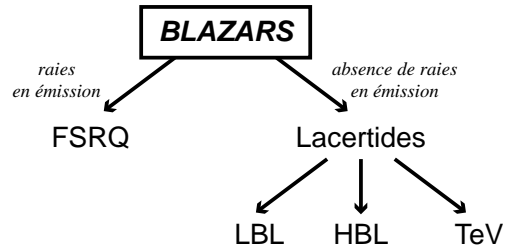


Fig. 4. Modèle standard d'unification des galaxies actives, adapté d'après Urry & Padovani (1995)

modèle s'est bien sûr construit de l'idée d'une structure d'accrétion voire d'éjection, autour d'un trou noir supermassif ($M_{\text{tn}} \approx 10^7\text{--}10^{11} M_{\odot}$). Cette structure est entourée d'un tore de poussières, et pour les objets Radio-Louds, on note la présence d'un flot collimaté alimenté par les régions centrales de l'AGNs. On suppose de plus la présence dans la région circumnucléaire proche du trou noir de nuages en mouvement rapide du fait du fort potentiel gravitationnel de l'objet central, et responsables de la formation de raies en émission optiques/UV larges (*broad-lines region*). Ils peuvent sous certains angles être occultés par le tore, expliquant ainsi l'absence de raies larges dans les objets de type 2. À l'inverse, plus éloignés des régions centrales et au-delà du tore, on trouve des nuages moins rapides produisant des raies plus étroites (*narrow-line region*). Je renvoie le lecteur à la figure 4 ; du fait de la position d'un observateur vis-à-vis de l'axe du jet, ou de manière équivalente du plan du disque ou du tore, celui-ci ne verra pas les mêmes composantes. Ce modèle très simplifié, explique les différences entre certaines catégories d'objets qui montrent les mêmes caractéristiques du point de vue du continuum (Seyfert 1/Seyfert 2, ...) mais des caractéristiques dans les raies d'émission différentes. De manière générale, on appelle AGN de type 2, les objets, Radio-Louds ou Radio-Quiets à raies étroites, de types 1 ceux à raies larges et de type 0 ceux qui ne présentent pas de signatures claires de raies en émission (Les Lacertides par exemples).

2. Les blazars

Parmi toutes les classes d'AGNs, la famille des blazars est sans aucun doute la plus extraordinaire. Elle regroupe les objets les plus puissants en terme de luminosité bolométrique observée, les plus extrêmes que ce soit en terme d'énergie maximale des photons émis (au-delà du TeV pour certaines sources) qu'en terme de temps caractéristique de variabilité (inférieurs au quart d'heure, Gaidos *et al.* (1996)). Plus précisément, on regroupe sous cette terminologie, les objets Radio-Louds partageant les caractéristiques observationnelles du continuum suivantes :



- Émission non-thermique dominée par le cœur à spectre large, couvrant le domaine radio, optique, X et gamma durs (au-delà du MeV-GeV, voire du TeV pour les objets les plus extrêmes),
- Émission radio à spectre plat,
- Émission radio et optique fortement polarisée ($\geq 3\%$),
- Forte variabilité observable dans tous les domaines d'énergie.

De plus, certains objets montrent à l'échelle VLBI la présence de nodules radios se déplaçant à des vitesses superluminiques et de manière plus générale, l'absence de contre-jet (seule la composante *bleue*, se déplaçant vers l'observateur est visible). Ces caractéristiques sont généralement expliquées par des effets d'amplification Doppler de l'émission du jet, ce dernier étant vu sous un angle θ très faible par rapport à l'axe du jet. Typiquement (nous discuterons cette question plus en détail par la suite) on a $\theta \leq 1/\Gamma_b$ où Γ_b est le facteur de Lorentz d'ensemble (au sens hydrodynamique) du jet.

§ 4. FSRQ et Lacertides

De ce fait, la classe des blazars inclue les OVV (*Optically Violently Variable quasars*), les HPQ (*Highly Polarized Quasars*) et les FSRQ (*Flat Spectrum Radio Quasars*). On a coutume de subdiviser les blazars en deux sous-catégories principales — les FSRQ et les BL Lacs (ou Lacertides) — suivant la présence ou non de raies optiques en émission de largeur équivalente à 5 Å (Stickel *et al.* 1991).

Cette définition est à prendre avec beaucoup de prudence et au sens large. On sait maintenant que certaines Lacertides peuvent montrer, de manière transitoire, la présence de raies en émission. Par exemple, il a été rapporté par Gorham *et al.* (2000) la détection de raies en émission de H α et [NII] de largeur équivalente à 80 Å. Vermeulen *et al.* (1995) dans un article au nom évocateur "*When is BL Lac not a BL Lac ?*" avait fait la même remarque sur BL Lacertæ objet prototype justement des Lacertides (voir aussi Corbett *et al.* (1996)). Même remarque pour OJ 287 (Sitko & Junkkarinen 1985) et PKS 0521-365 Ulrich (1981); Scarpa *et al.* (1995). Les Lacertides tirent leur nom de leur prototype, BL Lacertæ dans la constellation du Lézard. Originellement identifiée comme une *étoile variable* (Hoffmeister 1929), parfois qualifiée d'étrange (absence de raie d'émission, forte polarisation optique, continuum à l'apparence non-thermique) cette source a été associée à la fin des années 60 avec une source radio VRO 42.22.01 (Schmidt 1968; MacLeod & Andrew 1968). Les mesures de distance confirmeront l'origine extragalactique de cet objet (Pigg & Cohen 1971; Oke & Gunn 1974). Tandis qu'au terme *blazar*, il aurait été suggéré par Ed Spiegel lors d'un dîner de clôture d'une conférence à la fin des années 1960 ; faisant remarquer les similitudes entre les quasars et Lacertides, il proposa alors une contraction des deux termes. D'un point de vue de la variabilité dramatique de ces objets la signification de "*to blaze*", *flamber* en anglais, prend alors ici tout son sens.

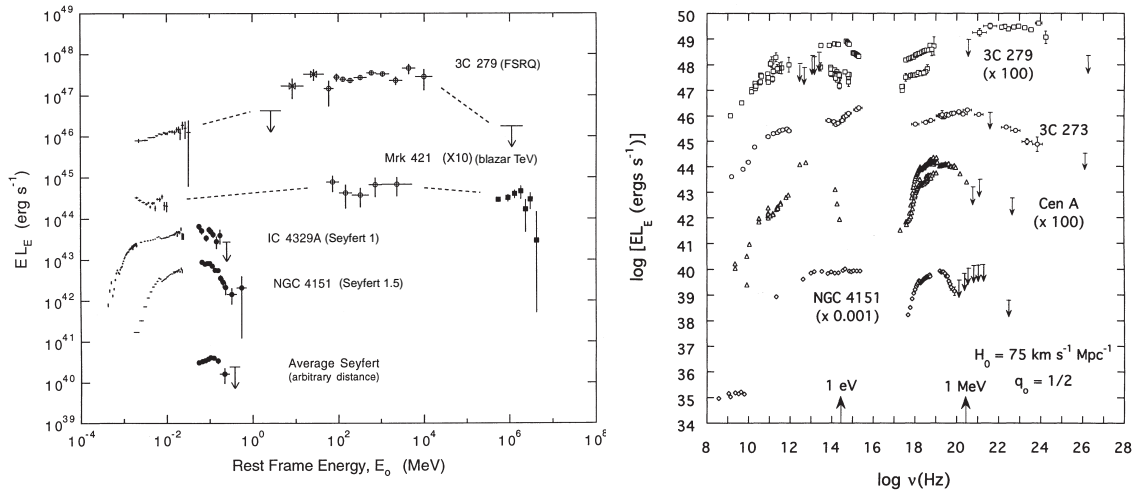


Fig. 5. Distributions spectrales en énergie de certains blazars typiques comparées à certaines Seyferts. Extrait de Dermer & Gehrels (1995)

Si les caractéristiques principales des blazars sont dues à des effets d'orientation, on s'attend à ce qu'il existe des contreparties intrinsèquement identiques mais hors-axes. Dans le cadre du modèle d'unification des objets Radio-Louds, Urry & Padovani (1995) ont proposé que les radio-galaxies de type FR-I soient le pendant des Lacertides et les FR-II celui des FSRQ. Ainsi, dans ce contexte et d'un point de vue de la terminologie, le terme de *blazar* ne réfère pas réellement des objets à part entière, mais plutôt aux phénomènes relativistes d'aberration et d'amplification dus au quasi-alignement de l'axe du jet et de la ligne de visée de l'observateur.

Ostriker & Vietri ont proposé que les Lacertides seraient des FSRQ mais amplifiés par effet de micro-lentille gravitationnelle par des étoiles d'avant champ (Ostriker & Vietri 1985, 1990). La lentille amplifie de manière préférentielle le continuum émis par le cœur compact, ce qui aurait pour effet de diminuer la contribution des raies d'émission émises dans des régions plus étendues. Mais si cette explication paraît pouvoir expliquer un nombre marginal d'objets ayant les caractéristiques des Lacertides (par exemple A0 0235+164, MS 0205.7+3509, PKS 0537-441 voir Rector & Stocke (2003) pour plus de détails), ce processus ne semble pas pouvoir s'appliquer de manière générale à la grande majorité de Lacertides (Urry & Padovani 1995).

§ 5. Continuum non-thermique des blazars

La *distribution spectrale en énergie* (SED) des blazars est très particulière. On a coutume en astrophysique des hautes énergies, de représenter celle-ci en portant νF_ν en fonction de ν en représentation logarithmique, où F_ν est le flux différentiel monochromatique (erg/s/Hz). Celle-ci a l'avantage de permettre de comparer immédiatement les puissances dans des bandes logarithmiques de fréquences de largeur comparable. La SED des blazars est alors principalement composée de deux larges bosses ; la première, à basse fréquence, a son maximum dans le domaine radio-millimétrique/infrarouge voire pour les sources les plus extrêmes dans les X. La seconde, à haute fréquence, pointe plutôt dans le domaine du MeV au TeV. Cette émission est sans aucun doute d'origine non-thermique, du fait de la forme des spectres généralement en loi de puissance sur plusieurs décades ($F_\nu \propto \nu^\alpha$), spectre plat dans le domaine radio ($-0.5 \leq \alpha \leq 0.5$) et plus dur à haute énergie ($0 \leq \alpha \leq 1$) et des températures de brillance très élevées ($T_B > 10^{11}$ K) (Kellermann 2003; Quirrenbach *et al.* 1992; Kellermann & Pauliny-Toth 1969).

Parmi les Lacertides, on distingue celles dont le maximum du pic basse énergie se situe dans le domaine radio (RBL pour *Radio selected BL Lac* ou LBL pour *Low peaked BL Lac*) de celles dont ce dernier se trouve plutôt dans le domaine X (XBL pour *X-ray selected BL Lac* ou HBL pour *High peaked BL Lac*). Tous les AGNs vus par EGRET au delà de 100 MeV appartiennent à la classe des blazars soit plus de 90 objets environ (66 avec un haut niveau de confiance — 27 plus incertains — avec un décalage vers le rouge de $z = 0.03$ à $z > 2$). 80% sont des FSRQ, le reste des Lacertides (Mattox & Ormes 2002; Mukherjee *et al.* 1997; Von Montigny *et al.* 1995). Certains auteurs ont proposé le nom de *grazars* (pour *gamma-ray emitter blazars*) à cette sous-classe des blazars détectés par EGRET. Les blazars constituent la famille de source la plus large identifiée par EGRET parmi l'échantillon de sources non-transitoires. On a reporté dans le tableau 1 un extrait du catalogue de Padovani & Giommi (1995) de quelques Lacertides ayant un décalage vers le rouge inférieur à 0.13.

Tab. 1. Sélection en décalage vers le rouge (≤ 0.130) de Lacertides extrait du catalogue de Padovani & Giommi (1995).

Name	R.A. (J2000)			Decl (J2000)			z	V _{mag}	TeV status	
Mrk 421, S4 1101+384	11	04	27.4	+38	12	32	0.031	14.4	1	conf.
Mrk 501, S4 1652+398	16	53	52.3	+39	45	37	0.033	13.7	2	conf.
EXO0423.4−0840	04	25	50.8	−08	33	43	0.039	15.9	3	
1ES2344+514	23	47	04.9	+51	42	18	0.044	15.5	4	det.
Mrk 180, S5 1133+704	11	36	26.5	+70	09	28	0.046	14.4	5	
1ES1959+650	20	00	00.0	+65	08	55	0.048	13.7	6	conf.
AP Librae, PKS 1514−421	15	17	41.9	−24	22	19	0.049	14.9	7	
3C 371, S4 1807+698	18	06	50.8	+69	49	28	0.051	14.4	8	
PKS 0521−365	05	22	57.9	−36	27	03	0.055	14.6	9	
I ZW 187, 1H 1730+500	17	28	18.6	+50	13	11	0.055	16.7	10	
PKS 2316−423, MS2316.3−4222	23	19	05.9	−42	06	48	0.055	14.5	11	
1H 2318+417, 1ES2321+419	23	23	54.2	+42	11	19	?	0.059	17.0	12
PKS 0548−322, 1H 0548−322	05	50	42.0	−32	16	11	0.069	15.5	13	
BL Lacertae, S4 2200+420	22	02	43.3	+42	16	40	0.069	14.9	14	det.
PKS 2005−489, 1ES2005−489	20	09	25.5	−48	49	54	0.071	14.4	15	
1ES1741+196	17	43	57.6	+19	35	10	0.083	16.6	16	
RXJ10578−2753	10	57	50.8	−27	54	11	0.092	17.2	17	
1H 1720+117, 4U 1722+11	17	25	04.4	+11	52	15	>	0.100	15.8	18
ON 231, W Comae	12	21	31.8	+28	13	58	0.102	16.5	19	
MS1312.1−4221, 1ES1312−423	13	15	03.4	−42	36	50	0.105	16.6	20	
S5 0454+844, 1H 0454+844	05	08	42.3	+84	32	05	0.112	17.3	21	
PKS 2155−304, 1ES2155−304	21	58	52.0	−30	13	31	0.116	13.5	22	conf.
EXO1811.7+3143	18	13	35.2	+31	44	17	0.117	17.4	23	
EXO1118.0+4228, 1ES1118+424	11	20	48.2	+42	12	12	?	0.124	17.3	24
1ES0145+138	01	48	29.8	+14	02	18	0.125	17.9	25	
EXO0706.1+5913, 1H 0658+595.A	07	10	30.1	+59	08	20	0.125	18.4	26	
1ES1212+078	12	15	11.1	+07	32	04	0.130	16.0	27	
1H 1219+301, EXO1218.8+3027	12	21	22.1	+30	10	37	0.130	16.4	28	
1H 1430+423, 1ES1426+428	14	28	32.6	+42	40	24	0.130	16.4	29	conf.

Tab. 2. Lacertides détectées au TeV

Name	R.A. (J2000)			Decl (J2000)			z	V_{mag}	TeV status
Mrk 421, S4 1101+384	11	04	27.4	+38	12	32	0.031	14.4	conf.
Mrk 501, S4 1652+398	16	53	52.3	+39	45	37	0.033	13.7	conf.
1ES1959+650	20	00	00.0	+65	08	55	0.048	13.7	conf.
PKS 2155–304, 1ES2155–304	21	58	52.0	–30	13	31	0.116	13.5	conf.
1H 1430+423, 1ES1426+428	14	28	32.6	+42	40	24	0.130	16.4	conf.
1ES2344+514	23	47	04.9	+51	42	18	0.044	15.5	det.
BL Lacertae, S4 2200+420	22	02	43.3	+42	16	40	0.069	14.9	det.

Plusieurs types de modèles ont été développés pour rendre compte des caractéristiques de cette émission en *double bosses*. On peut distinguer deux grandes familles de modèles selon la nature des particules relativistes à l'origine de l'émission haute énergie.

- **Modèles leptoniques.** Comme leur nom l'indique, ils s'accordent pour associer l'émission basse énergie à l'émission *synchrotron incohérente* d'un *plasma de leptons* (électrons ou paires électrons/positrons) plongé dans une région magnétisée. Cette idée est confortée à la fois par la mesure d'une polarisation importante de l'émission radio/optique (le rayonnement synchrotron est fortement polarisé), et par le fait que le modèle reproduit de manière remarquable le spectre plat de ces sources. En ce qui concerne la seconde composante, les choses sont différentes.

Les modèles leptoniques invoquent le processus dit *Compton inverse* pour la production de cette composante. Dans ce processus, un champ de photons mous basse énergie est diffusé par les particules ultrarelativistes qui leur cèdent une partie de leur énergie dans l'interaction. Ce qui peut différer entre les modèles, c'est l'origine des photons mous initiaux. Dans les modèles dits *Compton externe*, ceux-ci peuvent provenir *directement* du disque d'accrétion (modèle d'illumination directe, Dermer & Schlickeiser (1993)) et interagir dans les régions proches de la source centrale. Dans ce dernier cas, dans ces régions relativement compactes, on doit s'attendre à une forte création de paires électrons/positrons (Henri & Pelletier 1991) ce qui n'a été pris en compte par les auteurs. Sikora *et al.* (1994) développèrent alors un modèle alternatif, en déplaçant la zone de ré-illumination des photons du disque à grande distance dans le jet, mais cette fois en *éclairage indirect* pourrait-on dire, les photons étant diffusés par les nuages de la BLR (Sikora *et al.* 1994). Ghisellini & Madau (1996) proposent que la BLR soit elle-même illuminée par le jet, ou tout au moins par une zone homogène, lors de son passage dans la BLR. Ce modèle a le grand avantage de proposer une explication auto-cohérente de la variabilité, puisqu'on s'attend, lors de la traversée de la BLR par le plasma à forte émission de rayonnement gamma. D'autres modèles considèrent la production de photons mous par le tore de poussières (Sikora *et al.* 1994).

Une autre classe de modèles considère quant à elle que la source de photons basse énergie est fournie par le champ de rayonnement synchrotron lui-même. Dans ce cas, les mêmes particules relativistes sont à la fois responsables de l'émission du rayonnement synchrotron et Compton inverse. Ce processus est dénommé processus SSC pour *Self-Synchro-Compton*. Ce modèle a l'avantage de prédire une variabilité corrélée de l'émission haute et basse énergie (celles-ci étant reliées fondamentalement à la même source, les particules ultrarelativistes). On peut montrer que dans le régime de diffusion dit Thomson du processus Compton inverse (je reviendrai en détail sur ces termes au chapitre suivant), le rapport des luminosités Compton inverse sur synchrotron est directement égal au rapport de la densité d'énergie des photons synchrotrons sur la densité d'énergie magnétique,

$$\frac{L_{\text{ci}}}{L_{\text{syn}}} = \frac{U_{\text{syn}}}{B^2/8\pi}.$$

En écrivant que $U_{\text{syn}} = L_{\text{syn}}/4\pi R^2 c$ où R est la taille caractéristique de la zone d'émission, on obtient,

$$L_{\text{ci}} = \frac{2}{c} \left(\frac{L_{\text{syn}}}{BR} \right)^2 \propto L_{\text{syn}}^2$$

D'un point de vue de la variabilité, peu de modèles peuvent se prévaloir d'une explication auto-cohérente du phénomène. Celle-ci est généralement expliquée d'un point de vue phénoménologique soit par la variation *ad hoc* de la distribution des particules relativistes ou de l'interaction de la source avec son milieu (Ghisellini & Madau 1996).

L'équipe SHERPAS du laboratoire de Grenoble s'est concentrée sur les modèles où la création des paires joue un rôle important (Henri & Pelletier 1991; Marcowith *et al.* 1995). Comme nous le verrons plus tard, dans le cadre du *paradigme du two-flow* (Pelletier 1985) ceux-ci permettent de décrire d'une manière auto-cohérente la variabilité.

D'un point de vue plus général des modèles, il est bon de les discerner selon la géométrie des sources. Premièrement, on note les *modèles inhomogènes*, où l'on considère le jet à grande échelle et où l'émission de la source vue par l'observateur est le résultat de la convolution de l'émission de chaque tranche d'épaisseur infinitésimale du jet. Il convient alors de suivre la distribution spatialement et temporellement. Secondement, les modèles *une-zone* ou *homogène*, où les photons sont produits dans une zone sphérique et de manière cospatiale. Toutes les quantités sont alors "*moyennées*" sur la taille de source et les équations d'évolution ne dépendent pas des variables d'espace. Ces deux approches sont singulièrement différentes, mais de manière générale l'approche homogène, relativement plus simple à mettre en œuvre, donne d'excellents résultats. Celle-ci est particulièrement bien adaptée aux modélisations de type SSC pour décrire les composantes hautes énergies X et leur variation dans le cadre de la description d'éruptions dues à la variation localisée des caractéristiques du plasma. D'un certain point de vue, la zone homogène est associée aux nodules VLBI. Pour des questions d'auto-absorption du rayonnement synchrotron, on se convainc facilement que les modèles *une-zone* ne peuvent décrire le domaine radio basse fréquence des spectres. Ces caractéristiques peuvent justement être reproduites par des modèles mixtes, où la composante haute énergie est reproduite dans une approche homogène la composante à long terme et à grande échelle (radio) par un modèle inhomogène stationnaire simplifié ("*blob in jet model*", Katarzyński *et al.* (2001, 2003)).

- **Modèles hadroniques.** Les modèles hadroniques supposent eux que les paires sont directement créées à haute énergie par désintégration de pions neutres ou chargés (scénario "top-down") eux-mêmes obtenus par des processus d'interactions de protons. Il existe plusieurs canaux de décomposition des protons pour créer des paires,

- Le premier par l'intermédiaire de la décomposition de pions créés par interaction proton/proton,

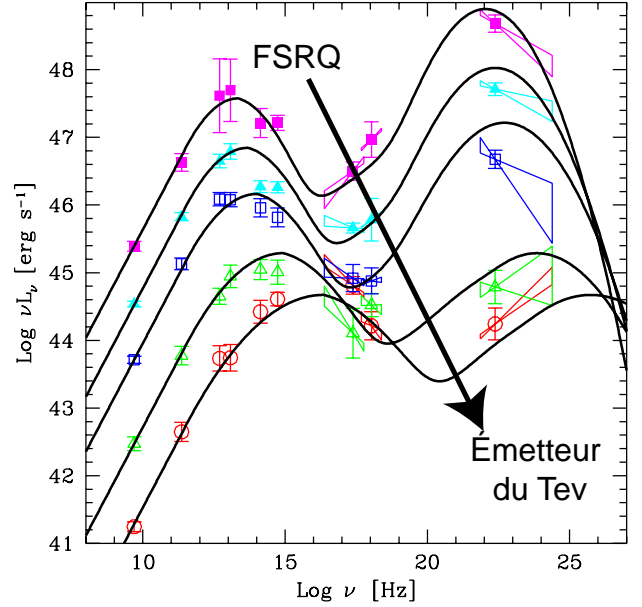
$$\begin{aligned} p + p &\longrightarrow p + n + a(\pi^+ + \pi^-) + \pi^0, \\ \pi^0 &\longrightarrow \gamma + \gamma \\ \pi^\pm &\longrightarrow \mu^\pm + \begin{cases} \bar{\nu}_\mu & \longrightarrow e^\pm + \nu_e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu. \\ \nu_\mu \end{cases} \end{aligned}$$

- Le second, complémentaire du premier est la photo-production de pions par excitation de la résonance $\Delta(1232)$,

$$p + \gamma \longrightarrow \Delta^+ \begin{cases} \xrightarrow{2/3} & p + \pi^0 \longrightarrow p + \gamma + \gamma \\ \xrightarrow{1/3} & n + \pi^+ \longrightarrow \dots \longrightarrow p + e^\pm + \nu_e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \end{cases}.$$

Ainsi, des hadrons suffisamment énergétiques peuvent conduire à l'émission de photons gamma via l'interaction pp sur le gaz environnant et/ou interaction $p\gamma$ avec les photons ambiants (comme pour les modèles leptoniques d'origine interne à la source ou externe). Ceci conduit à la formation de paires secondaires, ou de mésons $\pi^{\pm,0}$ qui peuvent eux aussi conduire à la formation de paires, photons et neutrinos. Aharonian (2000) propose le rayonnement synchrotron direct de protons énergétiques ($E > 10^{19}$ eV) dans des environnements très fortement magnétisés ($B \sim 30 - 100$ G). Hormis les valeurs de ces paramètres "tirées" vers haut, ce modèle ne semble pas pouvoir rendre compte directement et simplement de la variation corrélée entre le domaine X et gamma.

Fig. 6. Séquence observationnelle des blazars. Les objets les plus puissants en terme de luminosité totale émise sont aussi les plus décalés à basse fréquence. D'après (Fossati *et al.* 1998)



Dans le modèle PIC (*protons initiated cascade*) (Mannheim *et al.* 1991), les électrons et les protons sont accélérés de manière cospatiale et simultanée. Les électrons émettent alors en synchrotron et sont responsables de la composante radio. Les protons par collision $p\gamma$ produisent des pions qui produisent à leur tour des photons gamma, qui se dégradent dans une cascade électromagnétique responsable de l'émission gamma jusqu'au X. Ce modèle a été appliqué à 3C 279 (Mannheim & Biermann 1992) et des objets plus extrêmes (Mannheim 1996). Mais encore une fois, les contraintes de variabilité semblent difficilement vérifiées.

Le modèle SPB (*Synchrotron proton blazar*) quant à lui considère les mêmes éléments que le modèle PIC mais suppose que le champ de photons à l'origine de collisions $p\gamma$ est le champ de photons synchrotrons produit par les électrons co-accélérés. Ce processus est aussi dénommé *SS – PIC* pour *synchrotron-self proton induced cascade* par Rachen (2000). Ce dernier ajoute deux ingrédients aux modèles SPB, et attribue la composante gamma au TeV des blazars extrêmes au rayonnement synchrotron des muons et la composante X au rayonnement synchrotron des électrons issus de la dégradation de ces mêmes muons. Ce scénario a quant à lui la possibilité de prédire des variations corrélées des deux composantes.

Dans tous les cas, un flux important de neutrinos est attendu (il y a autant de neutrinos produits que de photons gamma.) comme un sous-produit de la décomposition hadronique accompagnant la création de paires. C'est une conséquence observationnelle importante pour les modèles hadroniques pouvant servir de test pour ceux-ci ("*smoking gun*").

§ 6. La séquence des blazars et modèles d'unification

- **La séquences des blazars.** Lorsque l'on représente sur une même figure les distributions spectrales en énergie d'un échantillon de blazars, il apparaît clairement une continuité spectrale, les objets les plus lumineux (les FSRQs) étant les plus décalés vers les basses fréquences (et les plus plats), tandis qu'à l'inverse, les plus extrêmes en terme de fréquences maximales émises sont les moins puissants (voir figure 6, Fossati *et al.* (1998); Donato *et al.* (2001)). Pour preuve, parmi les 6 blazars émetteurs au TeV, seul Markarian 421 a été détecté par EGRET (détection à $3 - 5\sigma$) ; c'est de plus, marginalement le moins puissant des *grazars*. La transition des FSRQ, LBL, HBL et émetteurs au TeV se fait de manière continue. C'est ce qu'on appelle la *séquence des blazars*. Il apparaît que ces différences et cette transition ne peut s'expliquer par des considérations d'angle d'observation de l'objet, mais fait appel à des différences "*physiologiques*"

plus profondes (Fossati *et al.* 1998; Urry 1999). À ces différences, on peut ajouter aussi que seules les FSRQs montrent des signatures claires de la présence d'un disque (signature thermique du *big blue bump*) et bien entendu, la présence de raies en émission. À la lumière de ceci, Ghisellini *et al.* (1998) proposent que la différence entre ces sources peut s'expliquer en terme d'efficacité du processus *Compton inverse Externe*, basé sur l'ajustement systématique de SED d'un large échantillon de blazars. La transition FSRQ→BL Lac s'expliquerait par une diminution de la densité du champ de radiation externe. Dans les FSRQs, le Compton externe domine très largement, il en résulte un refroidissement très efficace des particules correspondant à des fréquences caractéristiques d'émission relativement faibles et une puissance bolométrique dissipée très importante. À l'inverse, dans les BL Lacs, le seul processus à l'œuvre serait le processus SSC, moins efficace ("*Compton cooling paradigm*"). Böttcher & Dermer (2002); Cavaliere & D'Elia (2002) ont proposé d'expliquer la variation de la densité d'énergie du milieu externe par une évolution dans le temps de la quantité de matériel circumnucléaire, qui impliquerait une diminution du taux d'accrétion. Ce scénario permet de connecter la *séquence des blazars* à l'idée d'évolution des sources (vieillessement), les plus jeunes objets étant les FSRQs à fort taux d'accrétion ($\dot{M} = 1 - 10^{-1} \dot{M}_{\text{edd}}$), déplaçant à force d'accréter leur milieu environnant proche, devenant des BL Lacs ($\dot{M} = 10^{-2} \dot{M}_{\text{edd}}$), et terminant leur vie comme des *accélérateurs de rayons cosmiques* ($\dot{M} \leq 10^{-4} \dot{M}_{\text{edd}}$, Cavaliere & D'Elia (2002)).

À partir des mesures de luminosité et des temps de variabilité, Liang *et al.* (2003) déduisent pour l'ensemble des grazars EGRET une estimation de la masse de l'objet central par l'intermédiaire de la relation d'Elliot-Shapiro modifiée (incluant les corrections Klein-Nishina). Les masses se distribuent entre $10^{6.5} M_{\odot}$ et $10^{10.2} M_{\odot}$ avec une moyenne et une médiane à respectivement $10^{8.9}$ et $10^{9.1} M_{\odot}$. Cette distribution, présentée figure 7 apparaît bimodale, avec une séparation à $10^{8.5} M_{\odot}$. Il vient de plus que la majorité des Lacertides appartiennent au groupe $\leq 10^{8.5} M_{\odot}$ alors qu'à l'inverse les FSRQs montrent plutôt $\geq 10^{8.5} M_{\odot}$. Dans l'idée du scénario évolutif précédent, on s'attendrait à ce que les objets les plus vieux soient justement ceux avec les masses les plus grandes. Quant à Barth *et al.* (2003), à partir des mesures de dispersion de vitesse, ils montrent que pour un échantillon de BL Lacs plus réduit, les masses couvrent un intervalle de $10^{7.9}$ et $10^{9.2} M_{\odot}$ mais ne trouvent pas de différences statistiquement significatives entre les HBLs et LBLs.

- **Unification avec les radio-galaxies.** Parallèlement aux tentatives précédentes d'unification des blazars, nous avons vu qu'il était séduisant de vouloir rapprocher les blazars des radio-galaxies FR-I et FR-II en se basant sur des effets d'orientation ; blazars et radio-galaxies seraient alors intrinsèquement des objets identiques. D'un point de vue de la puissance des objets, les FR-I seraient associées aux Lacertides et les FR-II aux FSRQ. Ce sont alors essentiellement les effets

d'aberration et d'amplification Doppler de l'émission qui viennent faire la différence entre ces deux sous-classes d'AGNs. Cette question a été étudiée intensivement par Urry, Padovani et collaborateurs dans une série d'article au début des années 90, essentiellement résumés dans une revue complète de 1995 (Urry & Padovani (1995), voir aussi plus récemment Chiaberge *et al.* (2000)). En étudiant la luminosité de ces objets, on s'aperçoit qu'il est possible effectivement d'obtenir une transition continue entre radio-galaxies et blazars. Cette approche permet de plus contraindre plus ou moins la dynamique d'ensemble du jet (sa vitesse au sens hydrodynamique

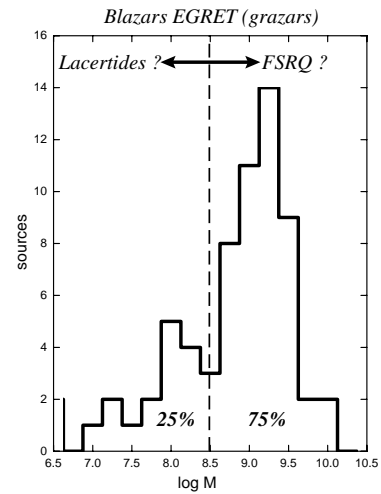


Fig. 7. Distribution des masses des trou noirs des grazars EGRET déduites de la relation d'Elliot-Shapiro modifiée. Les masses s'étalent de $10^{6.5} M_{\odot}$ à $10^{10.2} M_{\odot}$ avec une moyenne et une médiane à respectivement $10^{8.9}$ et $10^{9.1} M_{\odot}$.

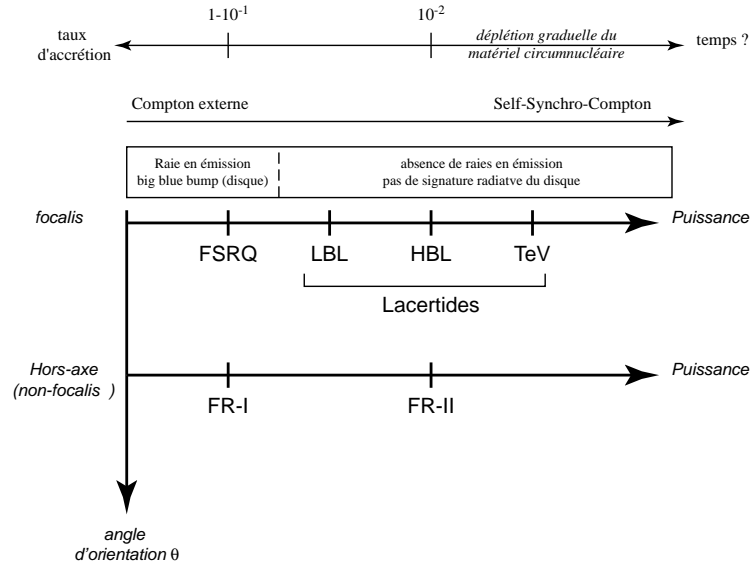


Fig. 8. Schéma d'unification des blazars et des radio-galaxies. Si la différence entre la classe des blazars et les radio-galaxies s'explique en terme d'angle d'orientation, les différences entre les FSRQ et les Lacertides sont plus profondes et peuvent s'expliquer en terme d'efficacité du processus Compton externe (Ghisellini *et al.* 1998).

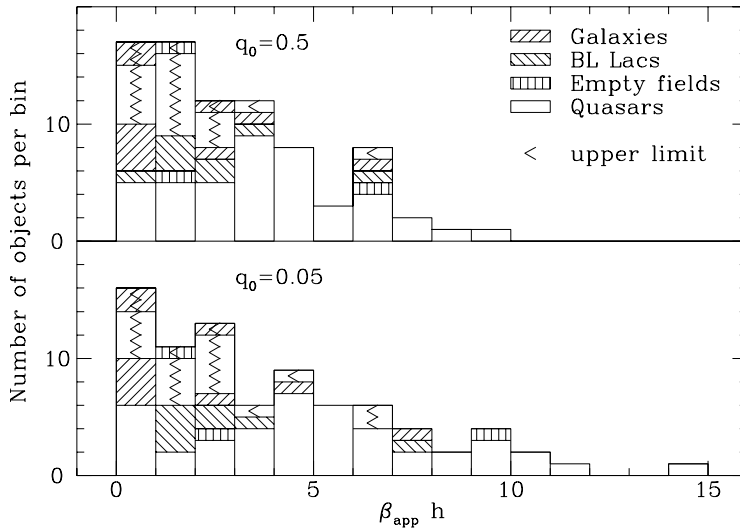


Fig. 9. Vitesses apparentes mesurées dans un échantillon de 81 quasars à spectre plat. Extrait de Zensus (1997)

en d'autres termes.). Celle-ci serait relativiste, avec des facteurs de Lorentz de quelques unités ($\Gamma_b \approx 7$ voire moins, de l'ordre de 3 ou 4).

L'application avec succès de modèles SSC et EC développés à l'origine pour les Lacertides à des radio-galaxies de type FR-I vient conforter cette idée de schéma d'unification (voir figure 10). Marcowith *et al.* (1998) puis Chiaberge *et al.* (2001) ont ajusté le spectre de Centaurus A (prototype des FR-I) avec un angle d'observation $50 \text{ deg} \leq \theta \leq 80 \text{ deg}$, valeurs contraintes par les observations VLBI (Tingay *et al.* 1995). Même chose pour NGC 6251, ajusté avec $\theta \sim 20 \text{ deg}$ (Chiaberge *et al.* 2003).

§ 7. De la nécessité des jets relativistes

Aux blazars, et aux objets Radio-Louds en général, est associée l'idée de *jets relativistes*. Plus qu'une idée, les flots relativistes sont apparus être une véritable nécessité.

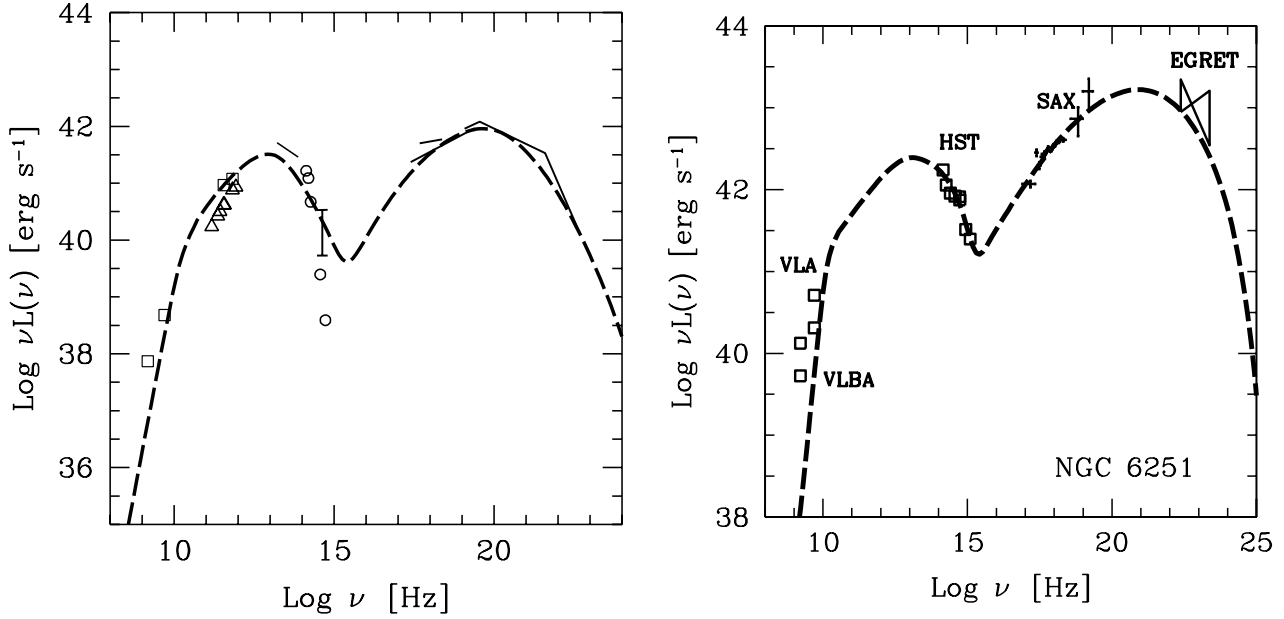


Fig. 10. Distributions spectrales en énergie de deux radio-galaxies FR-I proches, à gauche NGC 5128 (Centaurus A, 3.5 Mpc) et à droite NGC 6251 ($z_s = 0.023$). Les spectres de ces deux objets montrent une similitude claire avec ceux des blazars extrêmes (structure en *doubles bosses*). Les modèles SSC une zone (courbes tiretées) permettent d'ajuster remarquablement le spectre sur l'ensemble de la gamme de fréquences, et ce comme prédit dans le cadre des modèles d'unification, avec des facteurs Doppler faibles (1.2 et 3.2 respectivement pour Centaurus A et NGC 6251) correspondant à des angles d'orientation θ grands. Tirés de Chiaberge *et al.* (2001) et Chiaberge *et al.* (2003).

• **L'existence de mouvements superluminiques et absence de contre-jet.** La possibilité d'observer des mouvements superluminiques (on dit parfois aussi *superlumineux*) est prédite dès 1966 par (Rees 1966) :

' An object moving relativistically in suitable directions may appear to a distant observer to have a transverse velocity much greater than the velocity of light '.

Cette remarque n'a pas tardé à être vérifiée, puisque dès le tout début des années 70, les études VLBI ont révélé l'existence de mouvements de nodules à des vitesses supérieures à celle de la lumière. Par exemple un des records de vitesse a été mesuré pour 0235+164^{z=0.94} avec $\beta_b \approx 30$ (Fan *et al.* 1996) (voir la figure 9 et Zensus (1997) pour une revue complète). Ce phénomène apparaît pour les sources se déplaçant avec une vitesse "vraie" $v_b = c\beta_b$ et est le résultat combiné de deux effets ; le premier vient du fait que le mouvement ne se fait pas dans le plan du ciel, mais avec un angle ϑ avec la ligne de visée, il en résulte un déplacement projeté mesuré $v_b \delta t \sin \vartheta$ entre les moments t et $t + \delta t$ (figure 12 gauche). Deuxièmement, il faut tenir compte du délai de propagation des signaux émis à deux temps différents en direction de l'observateur. Ainsi, il

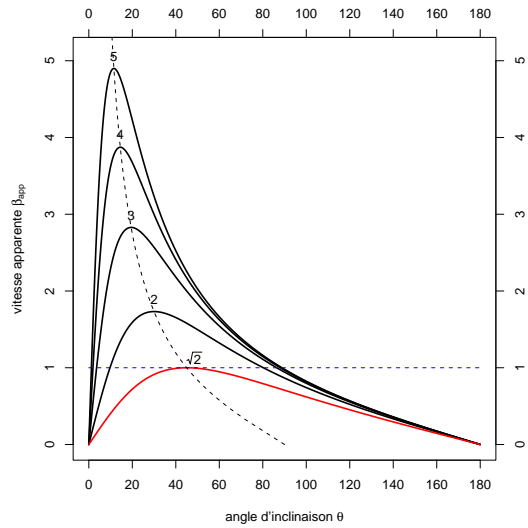


Fig. 11. Vitesse apparente en fonction de l'angle d'observation et pour différentes valeurs du facteur de Lorentz d'ensemble Γ_b .

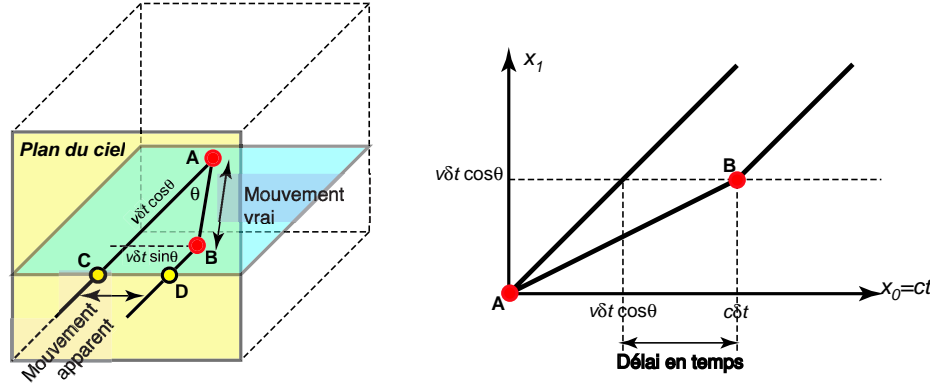


Fig. 12. Modèle simplifié pour l'étude des mouvements superluminiques

s'écoule pour l'observateur entre la réception des deux signaux émis à t et $t + \delta t$, un intervalle apparent $\delta t_{\text{rec}} = \delta t(1 - \beta_b \cos \vartheta)$ (figure 12 droite). Il en résulte une vitesse apparente mesurée,

$$\beta_{\text{app}} = \frac{\beta_b \sin \vartheta}{1 - \beta_b \cos \vartheta} \leq \beta_b \Gamma_b$$

La vitesse apparente *maximale* est supérieure à c pour $\beta_b > 1/\sqrt{2}$ ou $\Gamma_b > \sqrt{2}$, soit pour tout mouvement superluminique la vitesse de la source doit être au minimum de l'ordre de soixante-dix pourcent de celle de la lumière. Plusieurs auteurs ont déjà passé en revue les sources superluminiques connues (Ghisellini *et al.* 1993; Vermeulen & Cohen 1994; Fan *et al.* 1996). Les contraintes sur les observations montrent que généralement pour les sources extragalactiques $\Gamma_b < 5$ (voir figure 9) et pour les sources galactiques $\Gamma_b \approx 2.5 - 5$.

Des théories alternatives ont été développées pour expliquer les mouvements superluminiques, comme des effets de lentilles gravitationnelles, la remise en cause des décalages vers le rouge cosmologiques, ou encore des effets *sapin de Noël*, dus à la variabilité des sources ; le "clignotement" des sources causerait des problèmes d'identification des nœuds VLBI entre deux observations et tromperait l'observateur. Mais dans ce cas, on s'attend à l'observation de composantes superluminiques récessives, c'est-à-dire ce déplaçant dans le jet vers le cœur compact.

L'absence de contre-jet dans les observations VLBI permet elle aussi de contraindre la dynamique des jets. En effet, comme je l'expliquerai plus en détail au chapitre suivant, on montre que la puissance bolométrique d'une composante caractérisée par un facteur de Lorentz Γ_b est amplifiée d'un facteur δ_b^4 dans le référentiel de l'observateur, où $\delta_b = 1/\Gamma_b(1 - \beta_b \cos \vartheta)$ est le facteur Doppler relativiste usuel. Dans ce cas, le contraste \mathcal{C} attendu entre la composante progressive à $+\beta_b$ (jet) et la composante récessive à $-\beta_b$ (contre-jet) vaut $\mathcal{C} = [(1 + \beta_b \cos \vartheta)/(1 - \beta_b \cos \vartheta)]^4$ soit dans le cas des BL Lacs, en considérant $\vartheta \leq 1/\Gamma_b \ll 1$,

$$16\Gamma_b^8 \leq \mathcal{C} \leq 256\Gamma_b^8$$

- **Température de brillance, Compacité $\gamma - \gamma$.** Kellermann & Pauliny-Toth (1969) firent remarquer que la température de brillance des sources ne peut dépasser 10^{12} K sans risquer de déclencher la *catastrophe Compton inverse*, correspondant au refroidissement dramatique des particules ultrarelativistes par émission Compton inverse. Les mesures dans les AGNs montrent des valeurs proches voire supérieures à cette limite (Kellermann & Pauliny-Toth 1969; Quirrenbach *et al.* 1989, 1992). Dans le cas de sources non-résolues, on peut estimer la

température de brillance de la source sur la base de la mesure du temps de variabilité de l'objet (on parle parfois de *température de variabilité*). On montre que celle-ci vaut (Blandford *et al.* 1990),

$$(7.2) \quad T_{\text{var}} = \frac{1}{2\pi} \frac{S_{\nu}}{\nu^2} \left(\frac{d}{t_{\text{var}}} \right)^2$$

où S_{ν} est la densité différentielle de flux monochromatique, t_{var} le temps caractéristique de variabilité, et d la distance à l'objet (on néglige les effets cosmologiques dus à l'éloignement de la source). Si suppose que la source émettrice est animée d'un mouvement d'ensemble caractérisé par Γ_b , il vient que la température de brillance mesurée dans le référentiel de l'observateur est reliée à la température de brillance T_b dans le référentiel de la source par la relation :

$$T_{\text{var}} = \delta_b^3 T_b.$$

Ainsi des facteurs de Lorentz d'ensemble de 10 imposent pour des faibles angles un $\delta_b^3 \approx 2\Gamma_b = 20$ soit au maximum une température de brillance observable de $8 \cdot 10^{15}$ K. Mais ceci ne permet pas d'expliquer des températures mesurées de l'ordre de 10^{18} K (Quirrenbach *et al.* 1989)

Le même type d'argumentaire peut être fait du point de vue de l'opacité du rayonnement γ vis-à-vis du processus de création de paires. Pour résumer simplement, si la source est trop compacte, elle devient totalement opaque à son propre rayonnement γ et forme des paires électrons/positrons. Quantitativement, on a l'habitude d'exprimer cette contrainte en terme de *compacité de la source* où l'on introduit le *paramètre de compacité* ℓ d'une source de taille caractéristique R ,

$$(7.3) \quad \ell = \frac{\sigma_{\text{th}} L^*}{4\pi R m_e c^3}$$

où L est la luminosité à 1 MeV de la source dans le référentiel au repos de cette dernière. Cette définition est adaptée aux objets émettant leur maximum haute énergie autour du MeV. Pour les blazars extrêmes émettant plutôt au TeV, cette quantité sera redéfinie plus en avant dans ce manuscrit. Quoiqu'il en soit, ceci ne change rien à la discussion qualitative ici. En introduisant comme estimation de la taille de la source le temps de variabilité, on obtient une estimation de la borne inférieure de ℓ , à savoir,

$$\ell \geq \ell_{\text{min}} = \delta_b^{-5} \frac{\sigma_{\text{th}}}{4\pi m_e c^4} \frac{L}{t_{\text{var}}} \quad \longrightarrow \quad \ell_{\text{min}} = 0.9 \delta_b^{-5} \left(\frac{L}{10^{45} \text{ erg/s}} \right) \left(\frac{t_{\text{var}}}{\text{jour}} \right)^{-1}$$

où l'on aura utilisé $L = \delta^4 L^*$ (Maraschi *et al.* 1992; Henri *et al.* 1993).

Ainsi, des valeurs de $\ell > 1$ que la production de paires et si efficace qu'aucun photon ne pourraient s'échapper. Vu les luminosités mises en jeu dans les blazars et les temps de variabilité parfois très courts (le quart d'heure pour Mrk 421, Gaidos *et al.* (1996)), il est parfois nécessaire de relâcher la contrainte sur ℓ via δ_b .

On montre que la compacité ℓ peut tout aussi bien s'écrire,

$$\ell = \frac{3}{4} \frac{t_{\text{vol}}}{t_{\text{ref}}}$$

où $t_{\text{vol}} = R/c$ est le *temps de vol* moyen des photons et t_{ref} le *caractéristique de refroidissement Compton inverse* des photons à 1 MeV. Donc si $\ell \gg 1$ on a $t_{\text{vol}} \gg t_{\text{ref}}$ et les photons se refroidissent de manière rapide et inéluctable. Le processus Compton inverse et le processus de création de paires sont profondément liés. D'un point de vue fondamental, la représentation en diagramme de Feynman de chacun des processus est identique à une rotation de $\pi/2$ près (inversion temps-espace).

Tab. 3. Mesures des vitesses transverses apparentes dans les blazars extrêmes

Source	vitesse apparente ^a		Ref.	θ^b (deg)
	Comp.	(unité de c)		
Mrk 421	C4	0.04 ± 0.06	1	0.2
	C5	0.20 ± 0.05	1	
	C6	0.18 ± 0.05	1	
	C7	0.12 ± 0.06	1	
	C8	0.06 ± 0.03	1	
Mrk 501	C1	0.05 ± 0.18	2	0.6
	C2	0.54 ± 0.14	2	
	C3	0.26 ± 0.11	2	
	C4	-0.02 ± 0.06	2	
1ES 1959+650	C1	-0.11 ± 0.79	3	0.8
	C2	$-0.21 \pm .61$	3	
PKS 2155–304	C1	4.37 ± 2.88	3	4.2
1ES 2344+514	C1	1.15 ± 0.46	3	1.3
	C2	0.46 ± 0.43	3	
	C3	-0.19 ± 0.40	3	

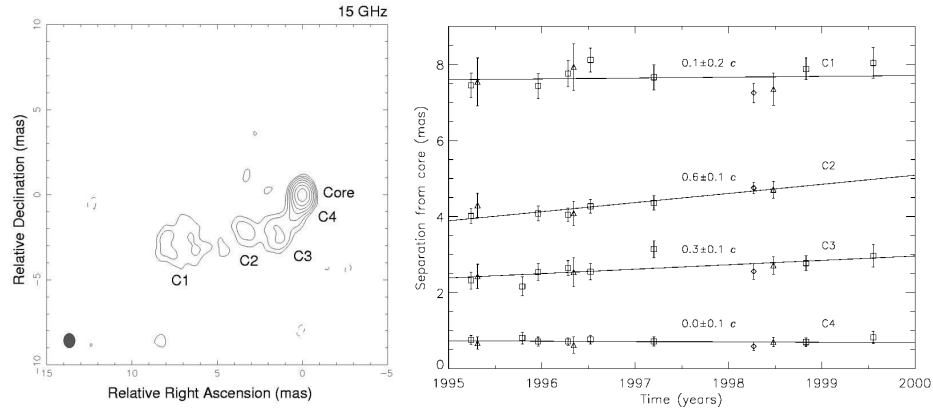
a: pour $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $\Omega_m = 0.27$, et $\Omega_\Lambda = 0.73$.

b: Angle calculé en supposant un facteur Doppler arbitraire de 10.

Références. — (1) Piner & Edwards, en préparation ;

(2) Edwards & Piner (2002) ;

(3) Piner & Edwards (2004) ;

**Fig. 13.** Carte VBLI de Marakarian 501 et suivi des nodules radio dans le temps. Extrait de Edwards & Piner (2002).

3. Blazars extrêmes émetteurs au TeV

La découverte des grazars par EGRET est sans nul doute un des plus beaux résultats astrophysiques de cette mission. Mais il en est de même pour la mise en évidence de l'émission au TeV de certains Lacertides grâce au développement des instruments de l'astronomie gamma au sol (Imageurs Cerenkov en particulier). À l'heure actuelle on reporte la détection de 5 sources confirmées avec un haut niveau de confiance (Mrk 501, Mrk 421, 1ES 1959+650, PKS 2155–304 et 1H 1430+423), un candidat 1ES 2344+514 et une détection plus marginale BL Lacertae (voir tableau 2 page 10). Les composantes basse énergie et haute énergie pointent respectivement dans le domaines X et au delà du TeV (voir figure 16 page 22). Comme nous l'avons vu précédemment, les objets ayant leurs maxima les plus décalés vers les hautes énergies sont aussi les moins puissants. Faute de sensibilité, seuls Mrk 421 et PKS 2155–304 ont fait l'objet d'une détection par EGRET.

Comme les Lacertides en général, ces sources sont hautement variables, et montrent un comportement temporel complexe,

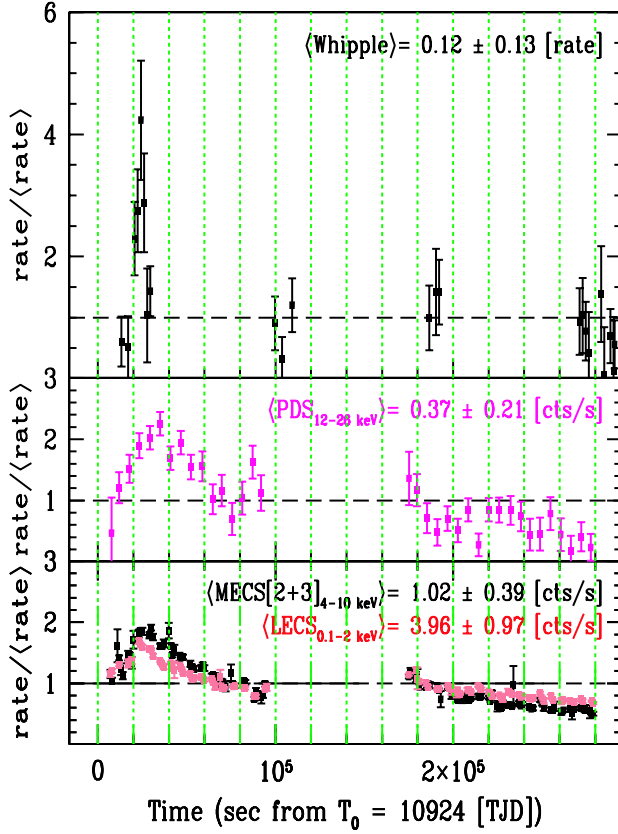
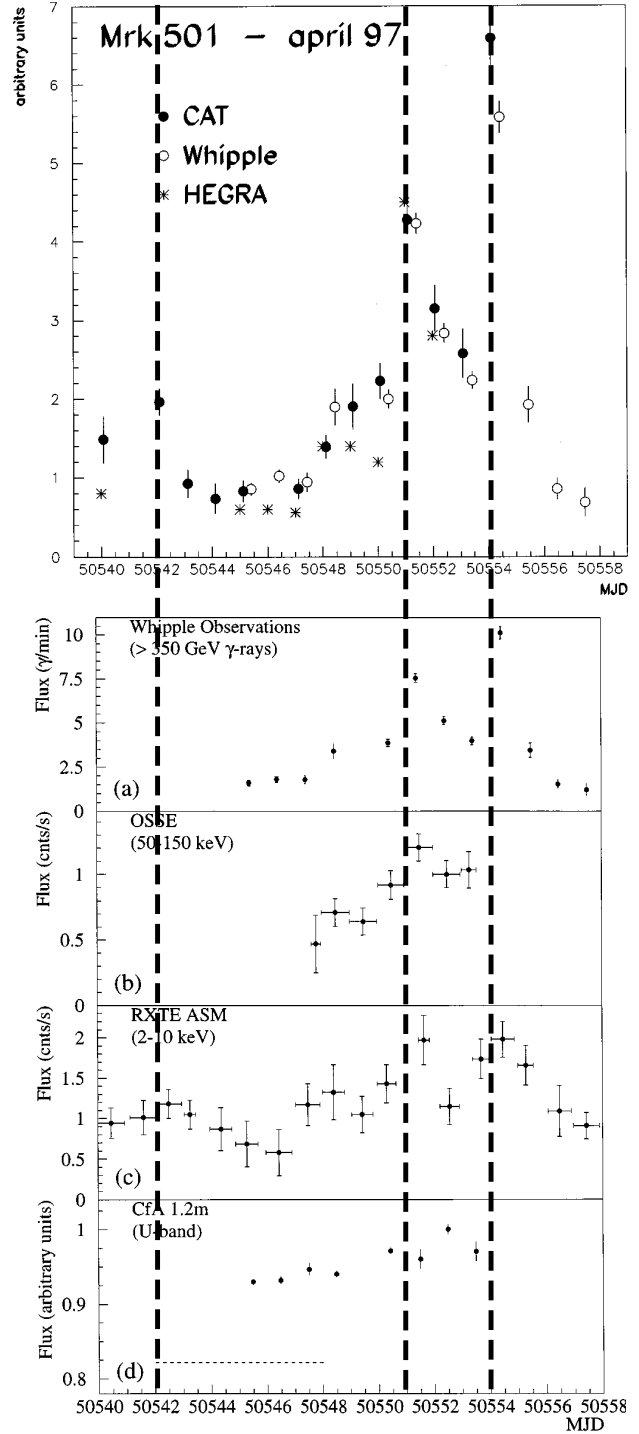


Fig. 14. *Ci-dessus*, courbes de lumière simultanée TeV/X de Markarian 421 mettant en exergue la variabilité corrélée (Maraschi *et al.* 1992). *Idem ci-contre* pour Marakarian 501 pour la période d'avril 1997.



- À long terme (échelle de temps caractéristique de l'année), on note la succession de périodes d'activité séparées par de longues périodes de quiescence (figure 15)
- À l'intérieur d'une période d'activité, une variabilité violente et très rapide est observée (de l'ordre du jour à quelques minutes) ; on parle alors d'éruptions ou de "*flares*" en anglais. Cette variabilité est dite "*intraday*" (figure 15). Le record est détenu par Markarian 421 avec une éruption dans un temps inférieur au quart d'heure (Gaidos *et al.* 1996). Pour les raisons déjà évoquées plus haut, ceci implique des tailles de région d'émission du rayonnement variable très faible ($\sim 10^{-3}$ pc). Ces éruptions sont associées à l'éjection de composantes radios. Les observations VLBI de ces dernières

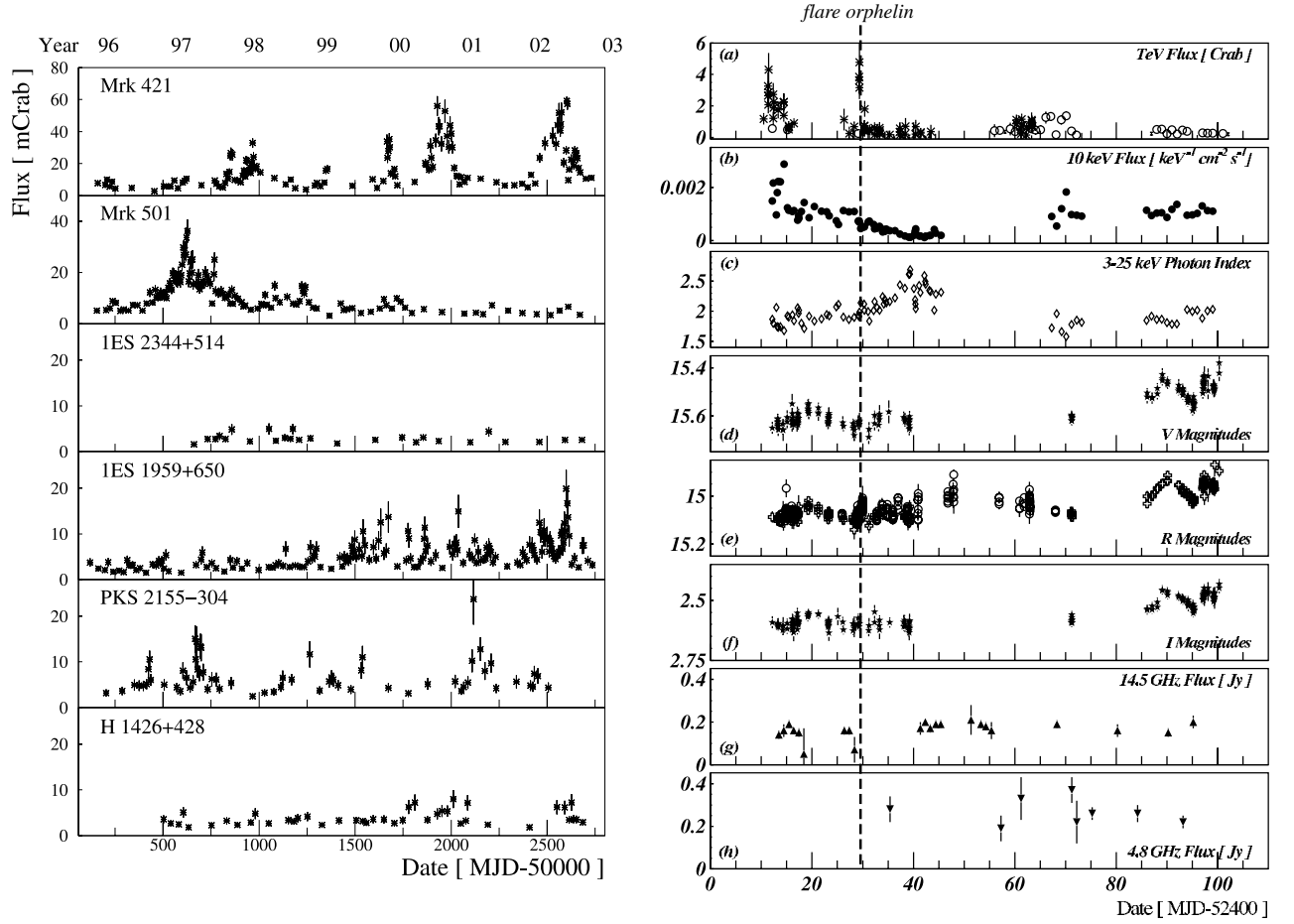
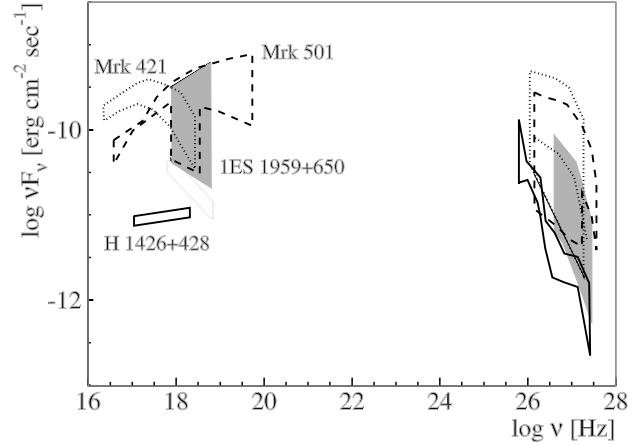


Fig. 15. Exemples de courbes de lumières, à gauche à long terme pour une sélection de blazars, à droite à court terme (*intraday*) de l'objet 1ES 1959+650. La ligne verticale pointillée se réfère à l'éruption au TeV sans contrepartie X dit *éruption orpheline*. Extrait de Krawczynski et al. (2004).

montrent que celle-ci ne sont généralement pas superluminiques et peuvent même sembler statiques (voir tableau 3 et la figure 13). Quant aux températures de brillance elles sont en deçà de la limite de $T_B^{\text{lim}} \approx 10^{12}$ K de *catastrophe Compton inverse* (Edwards & Piner 2002; Piner & Edwards 2004).

- La variabilité corrélée entre la composante radio-X et gamma, confortant le scénario de l'émission d'origine *Self-Synchro-Compton* (figure 14). On note généralement des retards entre les différentes bandes (généralement la haute avant la basse énergie), signant des comportements complexes des processus radiatifs (refroidissement des particules, opacité) et des phénomènes d'accélération des particules. Plus récemment, Krawczynski et al. (2003) reportent la détection d'une éruption au TeV dite "*orpheline*" (voir figure 15) c'est-à-dire qui n'est associée à aucune variation dans les courbes de lumière X. Plusieurs hypothèses ont été émises, dont la possibilité de l'émission SSC de deux populations de particules de caractéristiques énergétiques différentes (*modèle multi-composantes éruptives*), une composante d'émission Compton externe ou des configurations de champ magnétique particulières influant sur l'émission synchrotron des particules ou encore la possibilité de modèles hadroniques.

Fig. 16. Distribution spectrale en énergie des blazars émetteurs au TeV. Extrait de Krawczynski *et al.* (2004).



Si l'on admet l'idée que les photons du TeV sont produits par le processus SSC, ceux-ci ne peuvent être émis que par des électrons d'énergie équivalente¹ soit ayant des facteurs de Lorentz individuels de l'ordre de $\gamma \sim 10^6$.

Ainsi, l'étude du rayonnement extrême des émetteurs du TeV permet de sonder l'énergétisation (processus d'accélération) des particules dans l'environnement proche des trous noirs. Les processus d'accélération communément admis pour l'accélération des particules ont été introduits originellement par Enrico Fermi à la fin des années 40 pour expliquer l'accélération des rayons cosmiques découvert 25 ans auparavant.

Dans le contexte des AGNs, les idées de Fermi ont été adaptées à l'accélération des particules dans les jets. L'idée la plus communément admise est celle de l'accélération dans les chocs. Une particule piégée dans un choc subit un certain nombre de diffusions conduisant à un gain systématique en énergie à chaque aller et retour de part et d'autre du front de choc. Ce mécanisme est dit *processus de Fermi du 1er ordre* du fait que le gain d'énergie dépend au premier ordre de la vitesse de chaque milieu (plutôt de la différence de vitesses). Ce type de modèles a l'avantage de fournir des distributions en énergie de particules en loi de puissance, qui permettent de décrire justement les distributions spectrales en énergies des photons en loi de puissances (composante synchrotron et Compton inverse). D'un point de vue de la variabilité, des versions dépendantes du temps ont été développées initialement dans le cadre de l'étude des *sursauts gamma* sont utilisées. Ces modèles dits de *chocs internes* supposent l'éjection discontinue de composantes de plasma dans un jet avec des vitesses différentes. Les composantes les plus rapides rattrapant les plus lentes, les particules sont "*chauffées*" lors des collisions par conversion d'une part du mouvement d'ensemble en énergie interne individuelle des particules.

D'autres modèles suppose l'accélération des particules par interaction avec une turbulence d'ondes d'origine magnétohydrodynamique (MHD) avec le plasma. Les particules subissent des diffusions sur les irrégularités magnétiques (ondes d'Alfvén) ayant des vitesses (au sens de la grandeur vectorielle, impulsion) aléatoires. Il en résulte un gain en énergie nul au premier ordre, mais non nul au second ordre. De ce fait, ce mécanisme est dit *processus de Fermi du second ordre*. Il conduit généralement à des distributions hors équilibre quasi mono-énergétiques de type quasi-maxwellienne relativiste dès lors qu'un mécanisme de refroidissement rentre en compétition (mécanismes radiatifs). Nous verrons cela plus en détails dans les chapitres suivants.

¹dans le régime de diffusion Klein-Nishina

2

Pourquoi les jets brillent-ils ?

*“ Big whirls have little whirls
That feed on their velocity
And little whirls have lesser whirls
And so on to viscosity.”*

— L.F. Richardson
in “*Turbulence – a Physical Theory of Astrophysical
Interest*”, Chandrasekhar, 1949.

Plan du chapitre

1. Amplification de l'émission	24
§ 8. <i>Considérations générales</i>	24
§ 9. <i>Conséquence sur l'émission des jets</i>	25
2. Émission synchrotron : quand les photons prennent la tangente	25
§ 10. <i>Puissance émise et distribution angulaire</i>	26
§ 10.1. <i>Puissance totale émise – temps de refroidissement</i>	26
§ 10.2. <i>Diagramme de rayonnement</i>	26
§ 10.3. <i>Approche qualitative des propriétés spectrales</i>	26
§ 10.4. <i>Description spectrale quantitative</i>	27
3. Diffusion Compton du rayonnement	28
§ 11. <i>Changement de l'énergie du photon – Formule du recul Compton</i>	28
§ 12. <i>Section efficace du processus</i>	29
4. Processus de diffusion inverse Compton	29
§ 13. <i>Formule du recul modifiée</i>	29
§ 14. <i>Puissance totale perdue par la particule dans le régime Thomson</i>	30
§ 15. <i>Spectre en énergie des photons diffusés</i>	31
5. Accélération des particules	32
§ 16. <i>Les modèles standards d'accélération par chocs – Processus de Fermi du premier ordre</i> ..	32
6. Accélération stochastique et formation d'une quasi-Maxwellienne relativiste	35
§ 17. <i>Processus d'accélération stochastique</i>	35
§ 18. <i>Formation d'une pileup</i>	35
§ 18.5. <i>Turbulence d'ondes d'Alfvén</i>	35
§ 18.6. <i>Équation de Fokker-Planck</i>	36
§ 18.7. <i>Lien avec les équations différentielles stochastiques</i>	37

DANS CETTE SECTION NOUS allons décrire les principaux processus de rayonnement à l'œuvre dans les blazars, à savoir l'émission synchrotron et Compton inverse. Avant cela, nous allons décrire le rayonnement d'une source en mouvement relativiste et mettre en exergue le phénomène de *focalisation relativiste de l'émission* (aberration et amplification).

1. Amplification de l'émission

§ 8. Considérations générales

Dans le cadre de la relativité restreinte, le fait qu'une source se déplace avec un mouvement d'ensemble relativiste fait que le champ de rayonnement vu par un observateur est radicalement différent de celui émis intrinsèquement (*i.e.* dans le référentiel au repos de la source), et ce, aussi bien spectralement qu'angulairement. Considérons par exemple un champ de rayonnement émis de manière isotrope dans le référentiel de la source. La puissance émise par bande de fréquence et par unité d'angle solide s'écrit,

$$(8.4) \quad \frac{dE}{dt d\Omega d\nu} = \frac{dE'}{dE'} \left(\frac{dt}{dt'} \right)^{-1} \left(\frac{d\nu}{d\nu'} \right)^{-1} \left(\frac{d\Omega}{d\Omega'} \right)^{-1} \frac{dE'}{dt' d\Omega' d\nu'}$$

En tenant compte des transformations de Lorentz sur les différentes quantités, à savoir,

$$(8.5) \quad \begin{cases} E = \delta E' \\ t = \delta^{-1} t' \\ V = \delta V' \\ \nu = \delta \nu' \\ d\Omega = \delta^{-2} d\Omega' \end{cases}$$

où l'on a introduit le *facteur Doppler* δ

$$(8.6) \quad \delta(\beta, \theta) = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta \cos \theta)}$$

On obtient alors,

$$(8.7) \quad \frac{dE}{dt d\Omega d\nu} = \delta^3 \frac{dE'}{dt' d\Omega' d\nu'}$$

Pour une source isotrope, la puissance bolométrique par unité d'angle solide dans chacun des référentiels s'exprime l'une en fonction de l'autre comme,

$$\frac{dE}{dt d\Omega} = \delta^4 \frac{P_0}{4\pi}$$

Dans le cas relativiste $\Gamma \gg 1$ la fonction $\delta(\beta, \theta)$ est piquée en autour de $\theta = 0$ (vers l'avant du mouvement) sur une largeur caractéristique de l'ordre de $1/\Gamma$ (largeur à mi-hauteur). Dans le cas précédent, il en résulte que le rayonnement dans le référentiel de l'observateur est très fortement focalisé vers l'avant dans un cône de demi-angle au sommet $1/\Gamma$. C'est une caractéristique essentielle de tout champ de rayonnement émis par une source en mouvement relativiste. Cet effet est dénommé *aberration de la lumière* ou *effet de focalisation relativiste*² (voir figure 17). Il s'applique aussi bien dans le cadre général d'un champ de rayonnement émis par une source animée par un mouvement d'ensemble que pour une particule ultrarelativiste émettant un rayonnement (synchrotron ou Compton inverse par exemple).

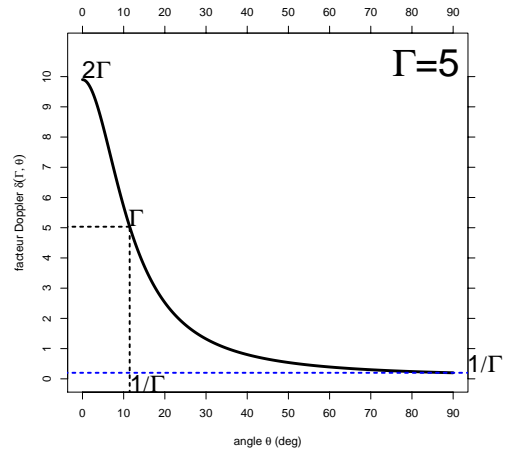
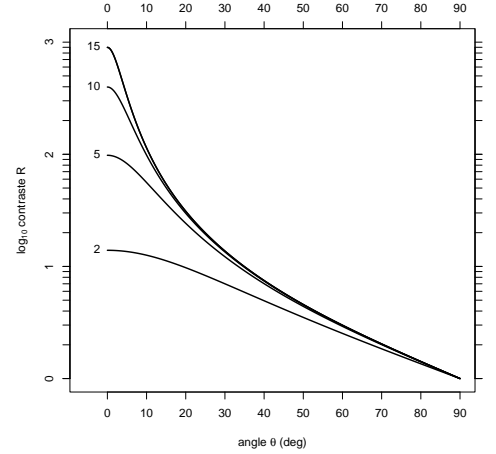


Fig. 17. Facteur Doppler $\delta(\beta, \theta)$ en fonction de l'angle θ

²Doppler beamnig effect en anglais.

Fig. 18. Rapport \mathcal{R} du facteur Doppler du jet et du contre-jet en fonction de l'angle d'inclinaison de l'axe du jet par rapport à la ligne de visée de l'observateur



§ 9. Conséquence sur l'émission des jets

Entre autre, on montre que l'intensité spécifique $I_\nu(\nu)$ se transforme selon,

$$(9.8) \quad I_\nu(\nu) = \frac{dE}{d\nu dtd\Omega dS} = \delta^3 I'_{\nu'}(\nu')$$

Une autre conséquence très importante sur l'émission des jets porte sur le contraste de luminosité entre la *composante progressive* du jet (pointant vers nous) et la *composante récessive* (ou *contre-jet*). Elle s'exprime naturellement en fonction du rapport \mathcal{R} des facteurs Doppler de chacune des composantes, à savoir,

$$(9.9) \quad \mathcal{R} = \frac{\delta_+}{\delta_-} = \frac{1 + \beta \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta} \longrightarrow \frac{4\Gamma^2}{1 + (\theta\Gamma)^2} - 1 \leq 4\Gamma^2$$

où l'inégalité est obtenue dans le cas limite $\theta \ll 1$ et $\Gamma \gg 1$. On a représenté à la figure 18 la fonction \mathcal{R} en fonction de l'angle d'inclinaison de l'axe du jet par rapport à la ligne de visée de l'observateur pour différentes valeurs de Γ .

Dans le modèle unifié des AGNs, les blazars sont supposés être la catégorie dont le jet pointe vers l'observateur, c'est-à-dire $\theta \leq 1/\Gamma$. En insérant cette contrainte dans la relation (9.9) on obtient,

$$(9.10) \quad 2\Gamma^2 \leq \mathcal{R} \leq 4\Gamma^2$$

Pour les jets relativistes on voit donc que le contraste en δ est au moins de l'ordre de Γ^2 . En terme de luminosité, la situation est encore pire ; en tenant compte de la dépendance en δ^4 de la puissance bolométrique, le rapport des puissances lumineuses du jet et du contre-jet est supérieur à Γ^8 soit aucune chance de détecter le contre-jet.

2. Émission synchrotron : quand les photons prennent la tangente

Une particule chargée — relativiste ou non — plongée dans un champ magnétique accomplit un mouvement de giration autour de la direction donnée par ce même champ.

La fréquence angulaire caractéristique de ce mouvement vaut pour un observateur au repos (en unité cgs),

$$(9.11) \quad \omega_s = \frac{\Omega_s}{\gamma} = \frac{qB}{\gamma mc}$$

où γ est le facteur de Lorentz individuel de la particule. Par définition ω_s est la *fréquence* (ou *pulsation*) *synchrotron* et Ω_s est la *fréquence cyclotron* ou *fréquence synchrotron* propre mesurée

dans le référentiel au repos de la particule. Du fait du mouvement circulaire (tout au moins hélicoïdal) de la particule, cette dernière subit une accélération au sens général du terme due à la composante centripète de la force. Ainsi, d'après les lois de l'électromagnétisme, on montre qu'il existe une *composante radiative de champ lointain* dépendant de l'accélération de la particule et dominant à grande distance la *composante du champ de vitesse* et qui représente la généralisation en relativité restreinte du *champ de Coulomb* (Jackson 1999).

§ 10. Puissance émise et distribution angulaire

§ 10.1. Puissance totale émise – temps de refroidissement

Afin d'estimer la puissance perdue, on utilise la formule de Larmor. Elle peut être généralisée de manière "covariante" et l'on obtient,

$$(10.12) \quad \mathcal{P}_{\text{Larmor}} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{dp_\mu}{d\tau} \cdot \frac{dp^\mu}{d\tau} \right)$$

où τ est le temps propre et p^μ le quadrivecteur énergie impulsion de la particule. En écrivant que le mouvement est hélicoïdal dans le référentiel de l'observateur et en moyennant sur les angles d'attaque, on obtient alors,

$$(10.13) \quad \boxed{\mathcal{P}_{\text{syn}} = -\frac{4}{3} c \sigma_{\text{th}} U_B (\beta\gamma)^2}$$

avec $U_B = B^2/8\pi$ la densité d'énergie magnétique. En remarquant que $\mathcal{P}_{\text{syn}} = dE/dt = m_e c^2 (d\gamma/dt)$ on déduit le *temps caractéristique de refroidissement*, ,

$$(10.14) \quad \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_B (\beta\gamma)^2 = -k_{\text{syn}} (\beta\gamma)^2 \quad \text{soit} \quad \boxed{t_{\text{syn}} = \frac{\gamma}{|d\gamma/dt|} = \frac{1}{k_{\text{syn}}} \frac{1}{\beta^2 \gamma}}$$

§ 10.2. Diagramme de rayonnement

Les caractéristiques de cette émission dépendent essentiellement de la vitesse de la particule. Si dans un premier temps on néglige le mouvement dans la direction du champ (on a donc affaire à un mouvement purement circulaire), on montre que la puissance perdue par la particule par unité d'angle solide vaut,

$$(10.15) \quad \frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c} \frac{|\dot{\mathbf{B}}|^2}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \left[1 - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{\gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^2} \right] = \frac{e^2}{4\pi c} |\dot{\mathbf{B}}|^2 f(\theta, \phi)$$

où $f(\theta, \phi)$ est appelé parfois *fonction de phase*. Dans l'expression précédente, il est intéressant de remarquer que le facteur $1/\gamma(1 - \beta \cos(\theta))$ est le *facteur Doppler relativiste*. Dans le cas relativiste $\gamma \gg 1$ cette fonction est piquée autour de $\theta = 0$ (vers l'avant du mouvement) sur une largeur à mi-hauteur caractéristique de l'ordre de $1/\gamma$; il résulte alors que le rayonnement dans le référentiel de l'observateur est focalisé vers l'avant dans un cône de demi-angle au sommet $1/\gamma$.

§ 10.3. Approche qualitative des propriétés spectrales

La description précise des propriétés spectrales du rayonnement synchrotron nécessite un calcul complet qui sort du cadre de cette introduction. On peut toutefois l'obtenir qualitativement en considérant le mouvement d'une particule chargée et le rayonnement subséquent vu par un observateur (voir figure de travail 19). Le fait que l'émission soit focalisée dans un pinceau d'extension $1/\gamma$ a pour conséquence que l'observateur voit le rayonnement de la particule comme une impulsion de lumière plus ou moins brève (effet de *phare*). De plus, toujours

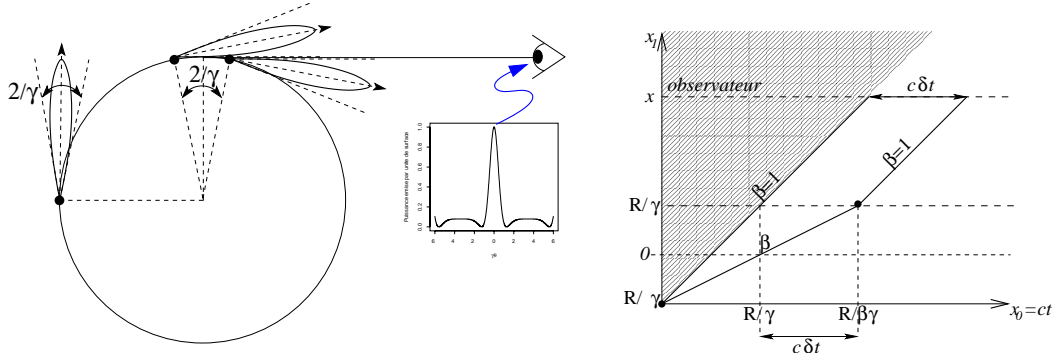


Fig. 19. Description qualitative du rayonnement synchrotron

du fait de la focalisation, seuls les photons émis entre les points $-R/\gamma$ et $+R/\gamma$ atteignent l'observateur (compte-tenu de la brièveté de l'émission, on considérera l'arc $(-R, +R)$ de cercle comme rectiligne). En tenant compte du temps de vol du photon (effet Doppler), la longueur de l'impulsion vaut,

$$\Delta x = \frac{2R}{\gamma} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \approx \frac{R}{\gamma^3}$$

et sa durée $\Delta t \approx \Delta x/c = R/c\gamma^3$. Le rayonnement est donc périodique avec des impulsions beaucoup plus courtes que la période $T = 2\pi R/c$. Étant donné que $\delta t \Delta \omega \approx 1$, l'observateur peut enregistrer toutes les harmoniques de la fréquence fondamentale $\omega_s = c/R$ au moins jusqu'à $n \approx \gamma^3$. Le spectre d'émission se compose donc d'un très grand nombre de raies lui conférant un caractère quasi-continu (à l'inverse du régime cyclotron).

§ 10.4. Description spectrale quantitative

L'une de ces principales caractéristiques de l'émission synchrotron est qu'il est fortement *elliptiquement polarisée*. Dans l'approximation du continuum, on montre que le spectre d'émission d'une particule individuelle d'énergie $\gamma m_e c^2$ définit comme la puissance totale émise par une particule d'énergie faisant un angle θ avec la direction du champ magnétique (angle d'attaque) vaut par unité de fréquence et unité d'angle solide,

$$(10.16) \quad \frac{dP_v^{(\pm)}}{d\Omega} = \frac{dE}{dt dv d\Omega} = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \theta}{8\pi m_e c^2} [F_{\text{syn}}(x) \pm G_{\text{syn}}(x)] \quad \text{et} \quad x = \frac{\nu}{\sin \theta \nu_c}$$

où $\nu_c = 3\omega_s \gamma^3 / 4\pi$ est la *fréquence critique synchrotron* et (\pm) se réfère à l'état de polarisation. Par la suite, on appellera la fonction F_{syn} *noyau fondamental du processus synchrotron* définit comme

$$(10.17) \quad F_{\text{syn}}(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(x) dx$$

et

$$(10.18) \quad G_{\text{syn}}(x) = x K_{2/3}(x)$$

où K_n est la fonction de MacDonald d'ordre n (fonction de Bessel modifiée du second type, Arfken & Weber (2001)). Elle admet un maximum en $x \approx 0.29$, un comportement basse fréquence en loi de puissance d'indice $1/3$ et coupure exponentielle au-delà du maximum. La puissance monochromatique totale émise est obtenue en sommant (10.16) sur chaque état de polarisation,

$$(10.19) \quad \boxed{\frac{dP_v}{d\Omega} = \frac{dE}{dt dv d\Omega} = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \theta}{4\pi m_e c^2} F_{\text{syn}}(x).}$$

Pour une distribution de particules isotrope, le coefficient d'émission total j_ν est obtenu en convoluant la relation 10.19 sur cette même distribution, à savoir formellement,

$$(10.20) \quad j_\nu = \frac{dE}{dt d\nu d\Omega dV} = \int d\gamma d\Omega_\pm \frac{dn_\pm}{d\gamma d\Omega_\pm} \frac{dP_\nu}{d\Omega} = \frac{1}{2} \int d\gamma n_\pm(\gamma) \frac{dP_\nu}{d\Omega}.$$

De la même façon que l'on définit un coefficient d'émission, on définit le coefficient d'absorption κ_ν comme,

$$(10.21) \quad \kappa_\nu(\nu) = -\frac{\sqrt{3}e^3 B}{8\pi m_e} \frac{1}{\nu^2} \int d\gamma F_{\text{syn}} \left(\frac{\nu}{\nu_c(\gamma)} \right) \gamma^2 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{n(\gamma)}{\gamma^2} \right]$$

L'application de ces formules, pour différents types de distribution sera donnée tout au long de ce manuscrit. En outre, dans le cas d'une distribution de type loi de puissance $n(\gamma) \propto \gamma^{-n}$, $\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2$ avec une dynamique large (*i.e.* $\gamma_2/\gamma_1 \gg 1$), le spectre émis est lui-même en loi de puissance, $j_\nu \propto \nu^{-s}$ avec $s = (n - 1)/2$ dans le domaine optiquement mince et $s = -5/2$ dans le domaine optiquement épais. Je renvoie le lecteur au paragraphe § 77 page 174 pour une discussion qualitative et quantitative sur le sujet.

3. Diffusion Compton du rayonnement

La diffusion Compton (du rayonnement) correspond comme son nom l'indique à la diffusion d'un champ de rayonnement par une particule de charge e et de masse m_e . Dans sa version habituelle bien connue des étudiants de premier cycle, on suppose le centre diffuseur au repos dans le référentiel du laboratoire. Lors de l'interaction, celui-ci "*encaisse*" une partie de l'impulsion du photon incident. Du fait de l'effet de recul de la particule chargée, l'énergie du photon diffusé est alors moindre, et l'intensité diffusée est angulairement redistribuée. Dans les applications astrophysiques qui nous intéresseront par la suite, nous verrons le cas où le centre diffuseur est cette fois animé d'un mouvement ultrarelativiste dans le référentiel du laboratoire. Dans ce dernier, c'est alors le photon diffusé qui gagne de l'énergie au détriment de la particule chargée.

§ 11. Changement de l'énergie du photon – Formule du recul Compton

Dans le référentiel au repos de la particule (centre diffuseur), l'impulsion finale du photon diffusé s'exprime en fonction de son impulsion avant la diffusion (impulsion initiale) comme,

$$(11.22) \quad k_f = \frac{k_i}{1 + (k_i/m_e)(1 - \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_f)}$$

où \mathbf{n}_i et \mathbf{n}_f sont respectivement les vecteurs directeurs unitaires des photons avant/après la diffusion. Cette formule est connue sous le nom de *formule du recul Compton*³. Dans le cas où $k_i/m_e \ll 1$, on obtient directement $k_f \approx k_i$. C'est le régime de diffusion élastique ou *régime de Thomson*, où le recul de la particule est négligeable. On parle parfois de diffusion Thomson cohérente.

³ou *Compton recoil formula* en anglais

§ 12. Section efficace du processus

La section efficace de diffusion dans le référentiel de la particule au repos s'écrit (Klein & Nishina 1929, Tamm 1930),

$$(12.23) \quad d\sigma = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_f}{k_i} \right)^2 \left(\frac{k_i}{k_f} + \frac{k_f}{k_i} - \sin^2 \vartheta \right) d\Omega.$$

Entre autres, il est bon de remarquer que la *formule du recul Compton* (11.22) relie de manière univoque l'énergie du photon diffusée en fonction de l'angle de diffusion ϑ . Dans ce cas, on peut réécrire la section différentielle comme,

$$(12.24) \quad d\sigma = \pi r_e^2 m_e \frac{dk_f}{k_i^2} \left[\frac{k_i}{k_f} + \frac{k_f}{k_i} + \left(\frac{m_e}{k_f} + \frac{m_e}{k_i} \right)^2 - 2m_e \left(\frac{1}{k_f} + \frac{1}{k_i} \right) \right] \quad , \quad \frac{k_i}{1 + 2\frac{k_i}{m_e}} \leq k_f \leq k_i.$$

La section différentielle totale est alors donnée par,

$$(12.25) \quad \sigma = 2\pi r_e^2 \frac{1}{x} \left\{ \left(1 - \frac{4}{x} - \frac{8}{x^2} \right) \ln(1+x) + \frac{1}{2} + \frac{8}{x} - \frac{1}{2(1+x)^2} \right\} \quad , \quad x = \frac{2k_i}{m_e}$$

L'établissement de ces formules est obtenu dans le cadre de l'électrodynamique relativiste et tient compte du fait que lorsque l'énergie du photon dans le référentiel au repos de l'électron devient comparable à l'énergie de celui-ci la section efficace s'effondre (Landau & Lifchitz, Physique Théorique, Tome 4). Entre autre, pour $x \gg 1$ on a le développement asymptotique suivant,

$$(12.26) \quad \sigma \approx 2\pi r_e^2 \frac{1}{x} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right).$$

Dans le régime de *diffusion Thomson*, cette section se simplifie en,

$$(12.27) \quad d\sigma = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta) d\Omega.$$

Il est important de noter que la dépendance de cette dernière angulaire fait que le photon diffuse de manière quasiment isotrope dans ce référentiel. Après intégration de la formule précédente sur l'angle ϑ la *section efficace totale Thomson*,

$$(12.28) \quad \sigma_{\text{Th}} = \frac{8\pi r_e^2}{3}.$$

On retrouve bien sûr ce résultat à partir de la formulation de la section efficace totale dans le cas générale pour $x \ll 1$. La dépendance angulaire en $1 + \cos^2 \vartheta$ est typique du rayonnement dipolaire d'une particule chargée soumise à un champ électromagnétique oscillant.

4. Processus de diffusion inverse Compton

§ 13. Formule du recul modifiée

Maintenant supposons que le centre diffuseur est animé d'une vitesse $\boldsymbol{\beta} = \beta \mathbf{u}$. La formule précédente reste valable dans le référentiel au repos de la particule. Dans le laboratoire elle devient,

$$(13.29) \quad k_f = k_i \frac{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_i}{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_f + (\gamma k_i / m_e)(1 - \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_f)}$$

Dans le cas où la diffusion est élastique dans le référentiel au repos de la particule ($\gamma k_i / m_e \ll 1$), on obtient

$$(13.30) \quad k_f = k_i \frac{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_i}{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_f}.$$

Les effets d'aberration de la lumière ou de focalisation relativiste tendent à anisotropiser le rayonnement dans le référentiel de la particule. Un rayonnement initialement isotrope se trouve focalisé dans un cône d'angle au sommet de l'ordre $1/\gamma$ où γ est le facteur de Lorentz de la particule. De même, nous avons vu que le rayonnement réémis par la particule est quasiment isotrope dans son référentiel au repos. Les photons diffusés sont donc à leur tour focalisés vers l'avant du centre diffuseur dans un même cône d'angle $1/\gamma$. Dans ce cas, on peut écrire, $\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_f \approx \beta \approx 1 - 1/2\gamma^2$ ce qui conduit à,

$$(13.31) \quad \frac{k_f}{k_i} \approx 2\gamma^2(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_i).$$

L'amplification est maximum pour le cas d'un choc frontal photon/particule et vaut $4\gamma^2$ et en moyenne dans ce type d'approximations γ^2 . Dans le cas où $\gamma k_i/m_e \gg 1$ on obtient,

$$(13.32) \quad k_f = \gamma m_e \frac{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}_i}{(1 - \cos \theta)} \approx \gamma m_e.$$

C'est le régime de diffusion Klein-Nishina. Il correspond au cas extrême du recul maximum dans le référentiel de la particule. Dans ce cas, le photon emmène avec lui (au plus) l'énergie de masse de la particule dans une seule interaction. En fait, on peut obtenir qualitativement ce résultat par des considérations simples de changement de référentiel. Dans le référentiel au repos de la particule, l'énergie du photon avant la diffusion est approximativement $k'_i \approx \gamma k_i$ ou le facteur γ apparaît du fait de la transformation de Lorentz due au changement de référentiel. Si le choc est élastique dans ce même référentiel (régime Thomson), l'énergie finale du photon est $k'_f \approx k'_i \approx \gamma k_i \leq m_e$. L'inégalité vient du fait que le photon peut au plus emporter l'énergie de masse de la particule. En revenant dans le référentiel du laboratoire, on obtient $k_f \approx \gamma k'_f \approx \gamma^2 k_i \leq \gamma m_e$, soit approximativement le résultat escompté.

§ 14. Puissance totale perdue par la particule dans le régime Thomson

La puissance diffusée dans le référentiel au repos de la particule (dénnoté par la suite K') peut s'écrire (en régime Thomson), où les variables munies d'un "prime" indique que ces quantités sont évaluées dans K' ,

$$(14.33) \quad \mathcal{P}'_{\text{diff}} = \int c \sigma_{\text{th}} \delta(k'_f - k'_i) k'_f n'(k'_i, \Omega') dk'_i d\Omega'.$$

On montre facilement que la quantité dn/k est invariante de Lorentz (à partir du fait que le nombre de particules est un scalaire). Par delà, en écrivant que la distribution de photons dans le référentiel du laboratoire est isotrope, on obtient,

$$(14.34) \quad \frac{n(k, \Omega) dk d\Omega}{k} = \frac{n(k', \Omega') dk' d\Omega'}{k'} = \frac{1}{2} \frac{n(k) dk d\mu}{k}.$$

Après quelques manipulations algébriques élémentaires on peut écrire,

$$(14.35) \quad \mathcal{P}'_{\text{diff}} = \frac{1}{2} c \sigma_{\text{th}} \gamma^2 \int d\mu (1 - \beta\mu)^2 \int dk_i n(k_i) k_i,$$

soit finalement en remarquant que la puissance diffusée dans le référentiel du laboratoire est directement égale à la puissance diffusée dans le référentiel au repos du centre diffuseur, il vient

$$(14.36) \quad \mathcal{P}_{\text{diff}} = \mathcal{P}'_{\text{diff}} = c \sigma_{\text{th}} \underbrace{\gamma^2 \left(1 + \frac{1}{3}\beta^2\right)}_{U'_{\text{ph}}} U_{\text{ph}}.$$

Dans l'expression précédente, on montre que U'_{ph} représente la densité d'énergie du champ de photons mous vue dans le référentiel au repos de la particule. Cette formule est à rapprocher de

(10.13) page 26. Au bout du compte la puissance perdue par la particule dans le processus de diffusion vaut,

$$(14.37) \quad \mathcal{P}_{\text{CI}}(\gamma) = P_{\text{inc}} - P_{\text{diff}} = c\sigma_{\text{th}} \left[1 - \gamma^2 \left(1 + \frac{1}{3}\beta^2 \right) \right] U_{\text{ph}} = -\frac{4}{3}c\sigma_{\text{th}}U_{\text{ph}}(\beta\gamma)^2$$

§ 15. Spectre en énergie des photons diffusés

De manière générale, on s'intéresse au spectre de photons émis lors de l'interaction d'une particule chargée d'énergie $\gamma m_e c^2$ dans un gaz de photons distribués de manière isotrope et de densité $dn = n(\varepsilon)d\varepsilon(d\Omega/4\pi)$. Le calcul incluant la section efficace complète Klein-Nishina a été mené par Jones (1968) moyennant l'approximation dite "head-on" ou de choc frontal, où l'on considère que dans le référentiel de l'électron les photons semblent venir essentiellement dans la direction du centre diffuseur. Dans ce cas, on montre que le taux de photons diffusés d'énergie comprise entre ε_1 et $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$ s'écrit,

$$(15.38) \quad \frac{dN}{dt d\varepsilon_1} = \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) n(\varepsilon) d\varepsilon$$

où $\mathcal{K}_{\text{jones}}$ est le *noyau fondamental de l'interaction Compton Inverse* ou *noyau de Jones*

$$(15.39) \quad \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) = \frac{3}{4} \frac{c\sigma_{\text{Th}}}{\varepsilon\gamma^2} f(q, \Gamma_\varepsilon) \Theta(q - 1/4\gamma^2) \Theta(1 - q)$$

Dans l'expression précédente par souci de commodité d'écriture on a défini les variables réduites,

$$(15.40) \quad \Gamma_\varepsilon = 4\varepsilon\gamma \quad \text{et} \quad q = \frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon\gamma(\gamma - \varepsilon_1)}$$

et la fonction

$$(15.41) \quad f(q, \Gamma_\varepsilon) = 2q \ln q + (1 + 2q)(1 - q) + \frac{1}{2} \frac{(\Gamma_\varepsilon q)^2}{1 + \Gamma_\varepsilon q} (1 - q).$$

Le paramètre Γ_ε détermine le domaine de diffusion, $\Gamma_\varepsilon \gg 1$ correspond à la limite de diffusion Klein-Nishina alors qu'à l'inverse $\Gamma_\varepsilon \ll 1$ correspond à la limite de diffusion Thomson. On en déduit alors la puissance perdue par la particule dans l'interaction et généralisée de l'expression (14.37),

$$(15.42) \quad \mathcal{P}_{\text{CI}}(\gamma) = -\frac{dE}{dt} = -\int \varepsilon_1 m_e c^2 \frac{dN}{d\varepsilon_1 dt} d\varepsilon_1 = m_e c^2 \int d\varepsilon_1 \varepsilon_1 \int d\varepsilon \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) n(\varepsilon)$$

Dans le cas particulier du régime Thomson on a (Blumenthal & Gould 1970; Rybicki & Lightman 1979)

$$(15.43) \quad q = \frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon\gamma(\gamma - \varepsilon_1)} \approx \frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon\gamma^2} \quad \text{et} \quad f(q) \approx 2q \ln q + (1 + 2q)(1 - q)$$

Dans ce cas, en effectuant le changement de variable $q \leftrightarrow \varepsilon_1$ on obtient l'intégrale suivante

$$(15.44) \quad P_{\text{IC}}(\gamma) = -12c\sigma_{\text{Th}}\gamma^2 \int d\varepsilon n(\varepsilon) \varepsilon m_e c^2 \gamma^2 \int_{1/4\gamma^2}^1 dq q f(q)$$

où

$$(15.45) \quad \int_0^1 dq q f(q) = \frac{1}{9}$$

Alors immédiatement, on obtient le résultat suivant,

$$(15.46) \quad \mathcal{P}_{\text{IC}}(\gamma) = -\frac{4}{3}c\sigma_{\text{Th}}\gamma^2 \int d\epsilon n(\epsilon) \epsilon m_e c^2 \gamma^2 = -\frac{4}{3}c\sigma_{\text{Th}} U_{\text{ph}} \gamma^2.$$

Et l'on retrouve bien évidemment le résultat développé dans le paragraphe précédent dans la limite $\beta \approx 1$. Dans le régime Klein-Nishina, l'évaluation de cette puissance dissipée est bien évidemment au regard de l'expression (14.37) plus difficile à évaluer. Toutefois, une approximation commode revient à utiliser l'expression précédente mais la restreindre au domaine de diffusion Thomson. Cette approximation revient à négliger les corrections Klein-Nishina. Dans ce cas, en lieu et place de la densité totale de photons mous U_{ph} il convient d'utiliser la densité effective de photons intervenant dans le processus Compton, c'est-à-dire,

$$(15.47) \quad U_{\text{ph}}^{\text{eff}} = m_e c^2 \int^{\epsilon_{\text{th}}} d\epsilon n(\epsilon) \epsilon.$$

Un photon mou d'énergie $\epsilon m_e c^2$ est promu par effet Compton inverse à l'énergie $\epsilon \gamma^2 m_e c^2$ dans la limite $\gamma m_e c^2$. L'énergie maximale ϵ_{th} des photons prenant réellement part au processus de diffusion dans le régime Thomson vaut alors $\epsilon_{\text{th}} = 1/\gamma$, soit

$$(15.48) \quad U_{\text{ph}}^{\text{eff}} = m_e c^2 \int^{1/\gamma} d\epsilon n(\epsilon) \epsilon$$

5. Accélération des particules

Si l'on suppose que l'origine des photons du TeV observés dans les objets extrêmes de type blazars est le processus Compton inverse dans le régime de diffusion Klein-Nishina, alors l'énergie des électrons — ou des positrons — est de l'ordre de celle des photons diffusés, ce qui implique des facteurs de Lorentz individuels des particules de l'ordre de 10^6 . Une contrainte sur l'accélération des particules provient des temps caractéristiques de refroidissement radiatif des particules vis-à-vis des temps de variabilité. Le temps de refroidissement synchrotron est donné par (10.14)

$$(15.49) \quad t_{\text{syn}} \sim 750 \left(\frac{\gamma}{10^6} \right)^{-1} \left(\frac{B}{1\text{G}} \right)^{-2} \text{ secondes},$$

soit pour un champ magnétique de 1 G et $\gamma \sim 10^6$ un temps refroidissement relativement court de l'ordre du quart d'heure. Il faut donc faire appel un mécanisme de chauffage des particules relativement efficace et ce tout le long du jet.

Comme nous l'avons déjà introduit dans le chapitre précédent, dans les objets qui nous intéressent ici, nous privilégions deux types de processus d'accélération, tous les deux introduits par Enrico Fermi à fin des années 40.

§ 16. Les modèles standards d'accélération par chocs – Processus de Fermi du premier ordre

Comme son nom l'indique, ce processus a été introduit en 1949 par Enrico Fermi pour expliquer l'origine des rayons cosmiques. Il travaille sur l'idée que des nuages en mouvement pourraient diffuser des particules à l'instar d'une balle qui serait diffusée par une raquette de ping-pong. L'application de ce modèle simple qui nous intéresse ici est celui de l'accélération dans un choc astrophysique. Ce dernier est caractérisé par son *rapport de compression* $R = \rho_2/\rho_1 = u_1/u_2$ où ρ_1 (u_1) et ρ_2 (u_2) sont respectivement la densité de masse (vitesse) du milieu amont et aval dans le référentiel du front de choc (voir figure de travail 20). On considère une particule ultrarelativiste

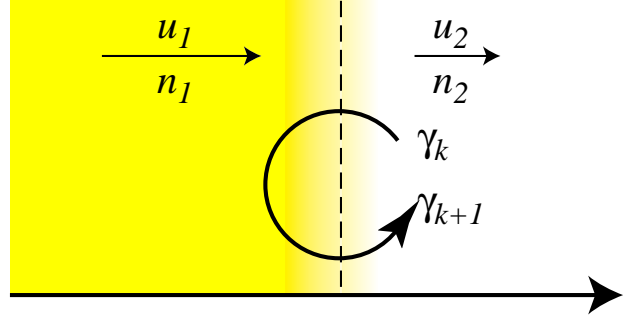


Fig. 20. Configuration standard d'un choc non-relativiste

($v \sim c$) piégée dans le choc et effectuant un certain nombre d'allers et retours dans le choc jusqu'à son échappement ; elle subit en moyenne un gain systématique en énergie de l'ordre de

$$(16.50) \quad \left\langle \frac{\delta\gamma}{\gamma} \right\rangle = \frac{4}{3} \frac{u_1 - u_2}{c} = \frac{4}{3} (R - 1) \frac{u_2}{c}$$

Ce gain systématique ne dépend que du paramètre u_2/c au premier ordre. C'est pourquoi on parle de processus de Fermi du premier ordre ou Fermi-I

Il existe plusieurs façons de traiter ce problème, mais une façon relativement simple et élégante est le modèle dit de "la boîte qui fuit" (leaky-box model). On montre la probabilité d'échappement d'une particule du lieu du choc s'écrit $P_{\text{esc}}(\gamma) \approx 4u_2/c$. Une particule d'énergie initiale γ_0 subissant n allers et retours à une énergie finale γ_n

$$(16.51) \quad \gamma_n = \gamma_0 \left(1 + \left\langle \frac{\delta\gamma}{\gamma} \right\rangle \right)^n$$

et une probabilité de résidence dans l'accélérateur $P_{\text{res}}(n) = (1 - P_{\text{esc}})^n$. Pour les n grands, on obtient au passage à la limite les formes asymptotiques,

$$(16.52) \quad \gamma_n = \gamma_0 \exp \left[n \left(\frac{4(R-1)u_2}{3c} \right) \right] \quad \text{et} \quad P_{\text{res}}(n) = \exp \left[-n \left(4 \frac{u_2}{c} \right) \right]$$

On définit le taux d'échappement r_{esc} et un taux d'accélération r_{acc} comme

$$(16.53) \quad r_{\text{acc}} = \frac{\langle \delta\gamma \rangle / \gamma}{t_{\text{car}}} \quad \text{et} \quad r_{\text{res}} = \frac{P_{\text{esc}}}{t_{\text{car}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{\text{esc}}}{r_{\text{acc}}} = \frac{3}{R-1} = \alpha$$

où t_{car} est le temps caractéristique nécessaire à la particule pour réaliser un cycle complet d'accélération, qui dépend des coefficients de diffusion dans le milieu amont et aval. En effet dans le référentiel du choc, on peut estimer le temps de résidence de la particule en fonction de son trajet. Ce dernier peut-être considéré comme la superposition d'une marche au hasard due à la diffusion spatiale et d'une dérive systématique due au mouvement d'ensemble du fluide. Ainsi le temps de résidence peut s'écrire comme

$$(16.54) \quad u_{\pm} t_{\text{res}\pm} - \sqrt{2D_{\parallel}} t_{\text{res}\pm} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{\text{res}\pm} = \frac{2D_{\parallel}}{u_{\pm}^2}$$

où l'on a supposé que le coefficient de diffusion est le même aussi bien dans le milieu aval que dans le milieu amont. Par la suite, on définit simplement $t_{\text{car}} = t_{\text{res}+} + t_{\text{res}-}$.

Considérons N_{tot} particules dans l'accélérateur, toutes injectées au même temps $t = 0$ et à la même énergie réduite γ_0 . Le nombre de particules sortant de la zone d'accélération, ayant une énergie (réduite) comprise entre γ et $\gamma + d\gamma$ est donné par la relation,

$$(16.55) \quad dN = \frac{dN}{d\gamma} d\gamma = \frac{dN}{dn} \left(\frac{d\gamma}{dn} \right)^{-1} d\gamma = N_{\text{tot}} \frac{\partial P_{\text{res}}(n)}{\partial n} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial n} \right)^{-1} d\gamma$$

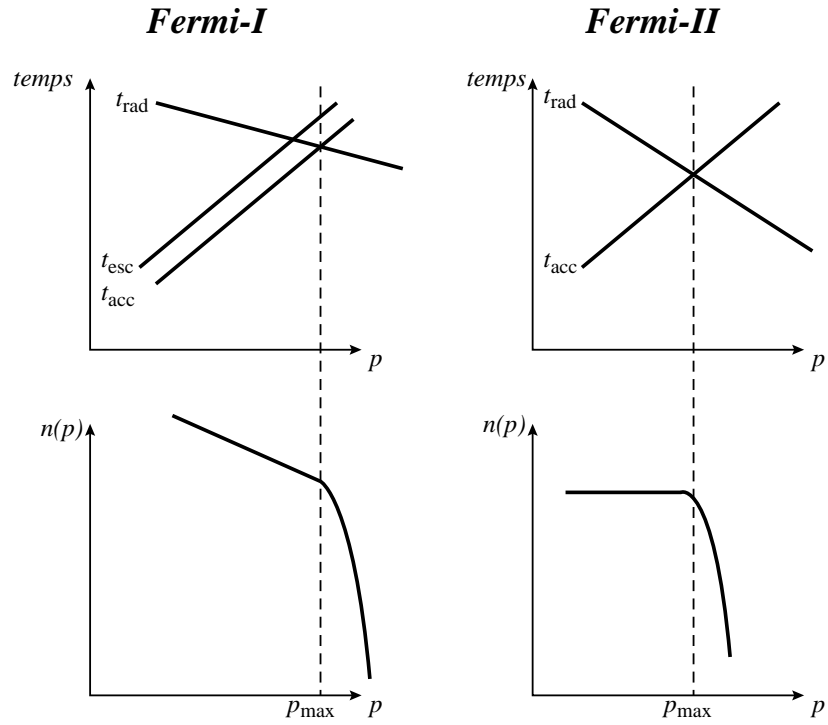


Fig. 21. Comparaison entre processus d'accélération de Fermi-I et Fermi-II et leur conséquence sur la distribution en énergie des particules.

En remarquant que $P_{\text{res}}(n) = (\gamma/\gamma_0)^{-\alpha}$ on obtient,

$$(16.56) \quad dN = \frac{\alpha N_{\text{tot}}}{\gamma_0} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)^{-(\alpha+1)} d\gamma$$

ou en utilisant l'indice en $q = 3R/(R-1) > 3$ il vient,

$$(16.57) \quad \boxed{\frac{dN}{d\gamma} = \frac{N_{\text{tot}}}{\gamma_0} (q-3) \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)^{-(q-2)}}$$

Dans le cas de l'accélération dans un choc, on obtient une distribution dans l'espace des moments (comme dans celui en énergie) des particules sous la forme d'une loi de puissance ne dépendant que du facteur de compression du choc R . Le fait que le rapport α (défini à l'équation 16.53) ne dépendent pas de l'énergie de la particule fait qu'il n'existe aucune énergie ni même une échelle en énergie privilégiée dans le système. C'est cette invariance qui conduit à construire une distribution en énergie des particules en loi de puissance (voir figure 21). En prenant en compte les pertes radiatives des particules accélérées ou encore les effets de tailles finies de la zone d'accélération, on introduit alors une énergie maximale de coupure (Protheroe & Stanev 1999). Dans le cas d'un choc fort correspondant à la situation extrême où les temps d'échappement et d'accélération sont égaux, on a $R = 4$ soit $q = 4$; dans ce cas la distribution en énergie suit elle même la loi $\propto E^{-2}$.

6. Accélération stochastique et formation d'une quasi-Maxwellienne relativiste

§ 17. Processus d'accélération stochastique

Un autre processus possible est celui où les particules subissent des déflections aléatoires sur les irrégularités de champ magnétique (ou ondes d'Alfvén). Toujours dans la vision de Fermi, ceci correspond à la situation où les nuages diffuseurs possèdent maintenant un mouvement de marche au hasard (Processus de Fermi du deuxième ordre ou Fermi-II). Ces déflections causent non seulement une diffusion spatiale et en angle d'attaque mais aussi en énergie (du moins en impulsion) de la particule. L'étude de ce problème se fait dans le cadre de la théorie quasi-linéaire. Dans ce cas, on montre que la fonction de distribution $f(\mathbf{p}; t)$ de la particule diffuse dans l'espace des phases. Son évolution est régie par l'équation de diffusion du type Fokker-Planck. Dans le cas isotrope, où la fonction de distribution ne dépend alors que du module de son impulsion $p = |\mathbf{p}|$, celle-ci prend la forme d'une équation relativement simple

$$(17.58) \quad \frac{df}{dt} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 D_{pp} \frac{\partial f(p)}{\partial p} \right] \iff \frac{df(\mathbf{p})}{dt} - (\text{div} \mathcal{J}_{\mathbf{p}}) = 0$$

où $\mathcal{J}_{\mathbf{p}}$ est le courant de probabilité et D_{pp} est le coefficient de diffusion dans l'espace des impulsions ; dans ce cas l'équation de Fokker-Planck prend la forme simple d'une équation de conservation dans l'espace des impulsions. En remarquant que la densité de particules s'exprime sous la forme $dn = 4\pi p^2 f(p) dp$, on a coutume d'écrire cette équation sous la forme que les mathématiciens appellent plus volontiers *équation de Kolmogorov directe*,

$$(17.59) \quad \frac{dn(p)}{dt} = -\frac{\partial}{\partial p} \mathcal{A}(p)n(p) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \mathcal{B}_{pp}(p)n(p) = d_{\text{FP}}^{(p)} n(p)$$

et où,

$$(17.60) \quad \mathcal{A}(p) = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 D_{pp} \quad \text{et} \quad \mathcal{B}_{pp}(p) = 2D_{pp}$$

L'opérateur $d_{\text{FP}}^{(p)}$ est parfois appelé *opérateur de Fokker-Planck*.

§ 18. Formation d'une pileup

§ 18.1. Turbulence d'ondes d'Alfvén

Considérons une turbulence d'ondes d'Alfvén dont on supposera que le spectre est décrit par une loi de puissance $W(k) = W_0 k^{-r}$ (où k est le nombre d'onde de l'onde) d'indice $r \in [1, 2]$ ($r = 5/3$ pour une turbulence de Kolmogorov (Chandrasekhar 1949) et $r = 3/2$ pour une turbulence de Kraishman) et normalisé à

$$(18.61) \quad \int_{\mathbb{R}} dk W(k) = W_0 \int_{\mathbb{R}} dk k^{-r} \approx \frac{W_0}{(r-1)k_{\min}^{r-1}} = \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{8\pi}$$

où $\langle \delta B^2 \rangle / 8\pi$ est l'énergie magnétique stockée dans la partie turbulente, à comparer à $\langle B^2 \rangle / 8\pi$ celle de la partie cohérente du champ. On a coutume de définir le paramètre de turbulence $\eta = \langle \delta B^2 \rangle / \langle B^2 \rangle$. Dans ce cas, le coefficient de diffusion moyen en énergie $\mathcal{D}_{\gamma\gamma}$ (moyenné sur l'angle d'attaque) est décrit par une loi de puissance d'indice r (Lacombe 1977)

$$(18.62) \quad \boxed{\mathcal{D}_{\gamma\gamma} = (m_e c^2)^2 \frac{1}{4} \left[\frac{r-1}{q(q+2)} \right] \beta_A^2 \eta_T \left(\frac{c}{\ell_0} \right) \left(\frac{\ell_0}{r_L} \right)^{2-r} \gamma^r = \mathcal{D}_0 \gamma^r}$$

où $r_L = m_e c^2 / eB$ est le rayon de Larmor classique de la particule et ℓ_0 la taille caractéristique de la zone d'accélération.

§ 18.2. Équation de Fokker-Planck

• **Obtention – discussion quantitative.** En incluant les pertes radiatives de type synchrotron, le taux de pertes pour une particule d'énergie $\gamma m_e c^2$ est donné par, rappelons-le,

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_B \gamma^2 = -k_{\text{syn}} \gamma^2,$$

l'équation de Fokker-Planck dans l'espace des γ s'écrit (Schlickeiser 1984, 1985; Akharonian *et al.* 1986; Schlickeiser *et al.* 1991),

(18.63)

$$\frac{\partial n(\gamma)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \gamma} [(A_\gamma - k_{\text{syn}} \gamma^2) n(\gamma)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} B_{\gamma\gamma} n(\gamma) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_\gamma = \mathcal{D}_0 (r+2) \gamma^{r-1} \\ B_{\gamma\gamma} = 2\mathcal{D}_0 \gamma^r \end{cases}$$

Moyennant quelques changements de variables simples dans l'équation précédente, on montre que celle-ci est équivalente à l'équation de Kompaneets (Kompaneets 1957; Becker 2003). L'équation (18.63) est aussi une équation de Fokker-Planck avec le coefficient de dérive modifié,

$$A_\gamma \rightarrow A_\gamma - k_{\text{syn}} \gamma^2 = \mathcal{D}_0 (r+2) \gamma^{r-1} - k_{\text{syn}} \gamma^2$$

La solution stationnaire correspond à un courant de probabilité constant dans l'espace des impulsions. À une dimension elle correspond forcément à la solution de courant nulle (ou solution dite *potentielle*) et qui correspond à la solution formelle,

$$(18.64) \quad \mathcal{J}_\gamma = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \gamma} B_{\gamma\gamma} n(\gamma) - A_\gamma n(\gamma) = 0 \quad \Rightarrow \quad n(\gamma) = \frac{\mathcal{N}}{B_{\gamma\gamma}(\gamma)} \exp \left(2 \int_a^\gamma du \frac{A_\gamma(u)}{B_{\gamma\gamma}(u)} \right)$$

où \mathcal{N} est une constante de normalisation tel que $\int_a^b d\gamma n(\gamma) = n_{\text{tot}}$. Dans notre cas,

$$(18.65) \quad n(\gamma) \sim \frac{n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^3} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{3}{3-r}\right)} \gamma^2 \exp \left[-\left(\frac{\gamma}{\gamma_{\text{max}}} \right)^{(3-r)} \right], \quad \gamma_{\text{max}} = \left(\frac{(3-r)\mathcal{D}_0}{k_{\text{syn}}} \right)^{1/(3-r)}$$

pour $r = 2$, cas qui nous intéressera plus tard, il vient (Schlickeiser 1984; Akharonian *et al.* 1986)

$$(18.66) \quad n(\gamma) \sim \frac{n_{\text{tot}}}{2\gamma_{\text{max}}^3} \gamma^2 \exp \left(-\frac{\gamma}{\gamma_{\text{max}}} \right), \quad \gamma_{\text{max}} = \frac{\mathcal{D}_0}{k_{\text{syn}}}$$

• **Discussion qualitative.** L'interprétation de l'obtention d'une telle distribution est la suivante. Le temps caractéristique de refroidissement est obtenu comme,

$$(18.67) \quad t_{\text{ref}}(\gamma) = \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^{-1} = \frac{\gamma^{-1}}{k_{\text{syn}}},$$

Par définition du coefficient de diffusion, il vient,

$$(18.68) \quad \mathcal{D}_{\gamma\gamma}(\gamma) = \frac{\langle \Delta \gamma^2 \rangle}{2\Delta t}.$$

On en déduit un temps caractéristique de diffusion dans l'espace des γ de l'ordre de,

$$(18.69) \quad t_{\text{diff}}(\gamma) \sim \frac{\gamma^2}{\mathcal{D}_{\gamma\gamma}(\gamma)} = \frac{\gamma^{2-r}}{\mathcal{D}_0}$$

Le temps de refroidissement et le temps d'accélération varient tous les deux en loi de puissance mais avec des indices différents (sauf pour le cas $r = 3$ qui est exclu). Il existe donc un facteur de

Lorentz individuel critique γ_{crit} pour les particules pour lequel le temps de refroidissement est égal au temps d'accélération (ou de diffusion),

$$(18.70) \quad t_{\text{diff}}(\gamma_{\text{crit}}) = t_{\text{ref}}(\gamma_{\text{crit}}) \quad \Leftrightarrow \quad \gamma_{\text{crit}} = \left(\frac{\mathcal{D}_0}{k_{\text{syn}}} \right)^{1/(3-r)}.$$

où γ_{crit} n'est rien d'autre que le facteur γ_{max} défini tout à l'heure à un coefficient de l'ordre de l'unité près (voir figure 21).

Dans un premier temps, pour les particules de basses énergies $\gamma \ll \gamma_{\text{crit}}$ le temps d'accélération est beaucoup plus court que le temps de refroidissement; les particules gagnent alors préférentiellement de l'énergie, jusqu'à ce que le temps de refroidissement devienne du même ordre de grandeur que le temps d'accélération. Dans ce cas, $\gamma \sim \gamma_{\text{crit}}$, les pertes compensent exactement les gains et les particules sont maintenues — de manière hors-équilibre du fait de l'accélération continue — à des facteurs de Lorentz de l'ordre de γ_{crit} aux fluctuations statistiques près. Ceci correspond à une coupure dans le spectre en énergie des particules. γ_{crit} ou γ_{max} correspondent à un facteur de Lorentz individuel d'équilibre *stable* pour particules. Pour terminer, faisons le petit jeu d'écriture suivant $\gamma^2 = \gamma^{2+0}$,

$$(18.71) \quad n(\gamma) \propto \gamma^2 \gamma^0 \exp \left[- \left(\frac{\gamma}{\gamma_{\text{max}}} \right)^{(3-r)} \right]$$

Le facteur γ^2 dans la définition de $n(\gamma)$ n'est rien d'autre qu'un poids statistique qui exprime le fait que la distribution est isotrope dans l'espace des impulsions (je rapelle que $dn = 4\pi p^2 f(p) dp = n(\gamma) d\gamma$). De même, le facteur γ^0 exprime que celle-ci est de plus homogène. Enfin, le facteur exponentiel est une coupure due au fait que les particules ne peuvent pas gagner d'énergie au delà de γ_{max} à cause d'un processus de refroidissement radiatif. En quelque sorte, la fonction en distribution en pileup est la distribution la plus simple que l'on puisse obtenir : c'est la fonction de distribution homogène et isotrope dans l'espace des impulsions.

On montre que pour $r = 2$, plus de 91,9% des particules sont au-delà de γ_{max} , représentant plus de 98% d'énergie interne du plasma ! C'est une différence fondamentale entre les distributions en pileup et les loi de puissance. Pour ces dernières, dès lors que l'indice s de la loi de puissance vérifie $s > 2$, l'enthalpie du plasma est dominée par la borne inférieure, contrairement à la pileup où l'essentiel des particules est concentré au delà, tout au moins autour de γ_{max} . Ainsi pour la pileup la dynamique du plasma est dominée par les particules suprathermiques.

§ 18.3. Lien avec les équations différentielles stochastiques

Il existe un lien étroit entre l'équation de diffusion de Fokker-Planck (et les équations de diffusion en général) et les *équations différentielles stochastiques* (EDS ou SDE). Elles permettent de passer de la description statistique en terme d'évolution sur la fonction de distribution sur l'espace des moments au phénomènes stochastiques agissant sur une particule individuelle. Entre autre, on montre que l'équation de Fokker-Planck (Voir Annexe D) sur la densité est équivalente en terme d'évolution de l'énergie individuelle d'une particule à,

$$(18.72) \quad d\gamma = \left[\mathcal{D}_0(r+2)\gamma^{r-1} - k_{\text{syn}}\gamma^2 \right] dt + \sqrt{2\mathcal{D}_0}\gamma^r dW(t)$$

ou en appliquant le théorème d'Itô-Doeblin sur le changement de variable dans les équations différentielles stochastiques, il vient,

$$(18.73) \quad d \ln \gamma = \left[\mathcal{D}_0(r+1)\gamma^{r-2} - k_{\text{syn}}\gamma \right] dt + \sqrt{2\mathcal{D}_0}\gamma^{(r-2)/2} dW(t)$$

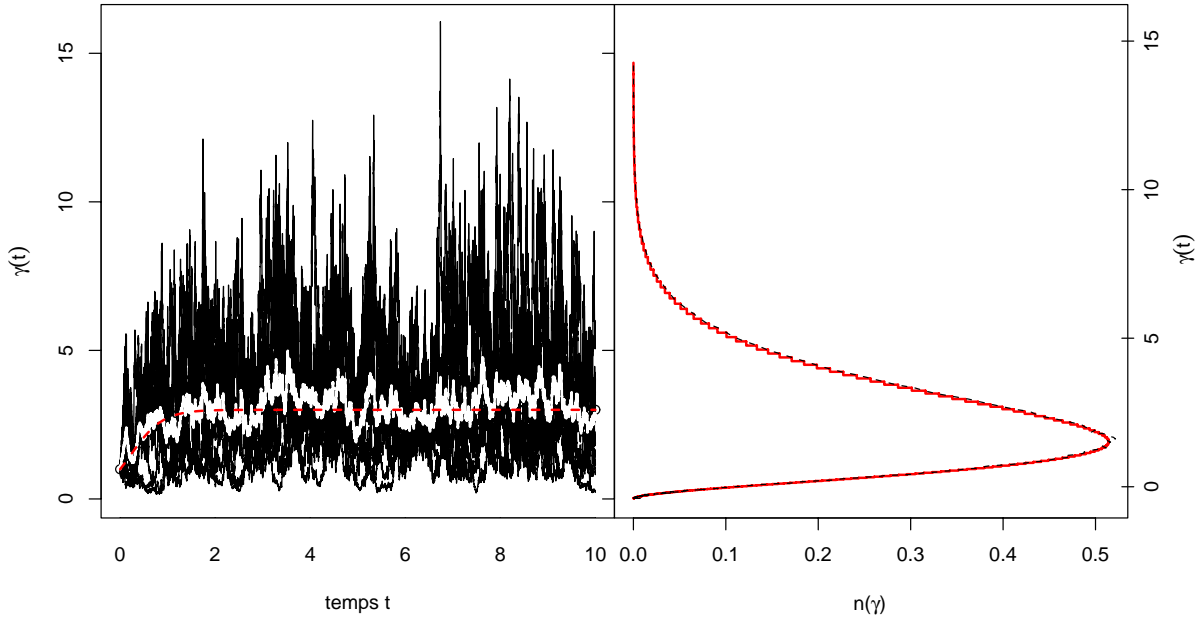


Fig. 22. Exemple de résolution d'équations différentielles stochastiques par simulation Monte-Carlo de l'équation de Kompaneets pour $\mathcal{D}_0 = k_{\text{syn}} = 1$ et $\gamma_0 = 1$. À gauche, en noir, trajectoires de l'évolution de γ individuelle de 10 particules tests avec le temps (équation 18.72). En blanc, la moyenne de ces dix trajectoires. En moyennant, on s'aperçoit aux fluctuations statistiques que la trajectoire tend au tout au moins oscille autour de la solution déterministe (18.75). À droite, reconstruction de la fonction de distribution à $t = 10$ pour 10^6 particules (courbe en escalier tiretée) et en trait plein gras, ajustement de la fonction du type $a_0 \gamma^{a_1} \exp(-\gamma/a_2)$ par la méthode de minimisation du χ^2 . On obtient, $a_1 = 1.99883$ et $a_2 = 0.97517$ pour $\chi^2/\text{dof} = 10^{-4}$ comme escompté par la théorie. Les deux courbes sont indiscernables.

où $W(t)$ est un processus de Wiener, caractéristique des mouvements de marche au hasard (mouvements Browniens) et dont il représente la limite continue. Il est caractérisé par les distributions en probabilités suivantes,

$$p(\omega_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t_0}} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2t_0}\right),$$

$$p(\omega, t | \omega_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \Delta t}} \exp\left(-\frac{(\Delta\omega)^2}{2(\Delta t)^2}\right),$$

où $dW(t) = \omega(t)dt$ et avec $\Delta t = t - t_0$ et $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Il vérifie entre autre

$$\begin{cases} dW_i(t)dW_j(t) = \delta_{ij}dt \\ \langle W(t) \rangle = W_0 (= W(t_0)) \\ \langle (W(t) - W_0)^2 \rangle = t - t_0 \end{cases}$$

Afin de mieux comprendre le mécanisme à l'œuvre, considérons le cas $r = 2$ en oubliant dans un premier temps le terme stochastique ; il vient alors,

$$(18.74) \quad \frac{d \ln \gamma}{dt} = [3\mathcal{D}_0 - k_{\text{syn}}\gamma] \Rightarrow \gamma(t) = \frac{3\mathcal{D}_0}{k_{\text{syn}} + e^{-3\mathcal{D}_0 t}(3\mathcal{D}_0 - k_{\text{syn}}\gamma_0)/\gamma_0}, \quad t \geq 0$$

où $\gamma(t = 0) = \gamma_0$. Il est facile de constater que pour $\mathcal{D}_0 > 0$ et $k_{\text{syn}} > 0$, $\gamma(t)$ converge en un temps fini vers une solution asymptotique $\gamma_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) = 3\mathcal{D}_0/k_{\text{syn}}$, la solution pourrait

alors tout aussi se réécrire en posant $\tau = (3\mathcal{D}_0)^{-1}$ comme,

$$(18.75) \quad \frac{\gamma(t)}{\gamma_0} = \frac{\frac{\gamma_\infty}{\gamma_0}}{1 - e^{-t/\tau} \left(1 - \frac{\gamma_\infty}{\gamma_0}\right)}, \quad t \geq 0.$$

Ainsi, n'importe quelle distribution initiale en énergie de particule converge, au bout d'un temps fini par une distribution mono-énergétique en $\gamma_\infty = 3\mathcal{D}_0/k_{\text{syn}}$, cette valeur ne dépendant pas de l'énergie initiale des particules : toutes les particules se retrouvent donc "*empilées*" en γ_∞ , d'où le terme de "pileup" en anglais (Schlickeiser 1984, 1985). Ce type d'approche se prête particulièrement bien aux résolutions par des algorithmes de Monte-Carlo. L'exemple d'une telle simulation est représenté figure 22. Le terme de stochastique décrit l'écart (faible) à la distribution mono-énergétique résultant des fluctuations aléatoires en énergie des particules, mais suffisant pour créer une queue de particules en deça et au delà de γ_∞ .

3

Dynamique des jets extragalactiques

Plan du chapitre

1. Modèle hydrodynamique avec confinement par pression thermique.	41
2. Modèles magnétohydrodynamiques et accélération	42
§ 19. <i>L'accrétion</i>	42
§ 19.1. <i>Accrétion et perte de moment angulaire</i>	43
§ 19.2. <i>Quelle puissance attendre de l'accrétion ?</i>	43
§ 20. <i>L'éjection</i>	44
§ 20.3. <i>De l'accrétion à l'éjection : quelle force à l'origine des jets ?</i>	44
§ 20.4. <i>Collimation des jets par effet de pincement</i>	45
3. Modèle électrodynamique : processus de Blandford-Znajek	45
§ 21. <i>Processus de Blandford-Znajek (BZ77)</i>	45
§ 22. <i>Comparaison processus d'accrétion versus processus électrodynamique</i>	46
4. Effet de fusée Compton	47
§ 23. <i>Principe général du mécanisme de fusée Compton</i>	47
§ 24. <i>Anisotropie du champ et Compton-drag</i>	48
§ 25. <i>Cas d'un disque d'accrétion standard</i>	49

DANS CE CHAPITRE NOUS ALLONS VOIR quels sont les processus couramment invoqués pour expliquer l'accélération d'ensemble des jets : hydrodynamiques, magnétohydrodynamiques, électrodynamiques et radiatifs.

1. Modèle hydrodynamique avec confinement par pression thermique.

Introduit originellement par Blandford & Rees (1974), ce modèle relativement simple se voulait une explication des observations de la radio-galaxie Cygnus A (FR-II, $z = 0.0565$) menées la même année par Hargrave & Ryle (1974) et en particulier des deux lobes et des points chauds terminaux. Ces points chauds ou hotspots en anglais, sont la signature de l'interaction violente du jet de matière, éjecté des parties centrales, avec le milieu intergalactique. Lorsque la pression de ce dernier devient comparable à celle du jet, de violents chocs terminaux sont créés permettant de convertir l'énergie cinétique du jet en énergie individuelle (interne) des particules de l'environnement proche. Ces dernières peuvent alors à leur tour émettre cette énergie en rayonnement synchrotron par exemple si le champ magnétique local est suffisamment intense

et ainsi permettre une observation dans le domaine radio. Ces particules chauffées peuvent aussi intervenir dans le processus de diffusion Compton inverse du champ de photons du 3 K et produire une signature en X. Blandford et Rees considèrent un plasma chaud généré de manière continue dans les parties internes d’une région active et se mouvant avec un facteur de Lorentz d’ensemble Γ potentiellement relativiste. Cette région active se trouve à l’intérieur d’une cavité creusée à l’intérieur d’un nuage en rotation et confiné par celui-ci par sa pression thermique et assurant la collimation de l’écoulement. On montre qu’il est possible de construire un écoulement continu et stationnaire si la pression extérieure exercée par le nuage a diminué en dessous d’un certain seuil à un rayon critique r_{\min} . Dans cas, l’écoulement prend la forme d’une tuyère de Laval (association d’un convergent et d’un divergent) et la vitesse hydrodynamique du fluide peut devenir supersonique au delà de r_{\min} formant ainsi un flot collimaté.

Wiita (1978a,b) et Norman *et al.* (1981) ont étudié numériquement ce problème et ont montré la possibilité de formation de jets par ce mécanisme. Un paramètre important est la luminosité L . Pour une densité de gaz donnée, Norman *et al.* (1981) montrent que la luminosité est contrainte dans une plage relativement étroite (facteur 40 au plus). Si cette dernière est trop faible, on assiste à la formation de bulles de plasma (Wiita 1978b). Si elle est trop élevée, alors le nuage devient instable vis-à-vis de l’instabilité de Kelvin-Helmoltz et il se fragmente en petits nuages chauds conduisant bien évidemment à la destruction de l’écoulement. Cette dernière situation conduit au mieux à la formation d’un jet ‘intermittent’ voire pas de jet du tout.

Attrayant, simple, ce modèle ne tient pas le choc vis-à-vis des observations VLBI. Ces dernières montrent que les jets sont collimatés en deçà du parsec, ce qui implique une pression très élevée du milieu environnant (nuage de gaz). Le gaz devrait alors très rapidement se refroidir par interactions free-free (Bremsstrahlung), rendant le processus peu efficace dans le temps ou alors, en admettant que la matière soit réchauffée, une signature observationnelle du gaz chaud se refroidissant en X devrait être visible, ce qui n’est pas le cas.

2. Modèles magnétohydrodynamiques et accélération

Le cadre conceptuel du problème d’accrétion-éjection est naturellement celui de la magnétohydrodynamique. Cette branche de la physique des plasmas concerne l’étude des gaz (partiellement ou totalement) ionisés considérés comme un seul et même fluide conducteur (vrai lorsque le champ magnétique est assez fort). Formellement, elle consiste grossièrement à coupler les équations hydrodynamiques aux équations de Maxwell permettant ainsi de décrire l’interaction du champ de vitesse du plasma \mathbf{v} avec le champ magnétique d’induction \mathbf{B} .

§ 19. L’accrétion

Les différentes observations tendent à montrer que les phénomènes d’éjection, aussi bien dans les étoiles jeunes que dans les AGNs accompagnent toujours le phénomène d’accrétion, la réciproque n’étant pas vraie. L’objet central joue alors le rôle de moteur gravitationnel invitant la matière environnante à s’organiser sous la forme d’un disque d’accrétion. Cette matière orbite autour d’un objet central (de masse M) de manière quasi képlérienne, c’est-à-dire avec une vitesse angulaire de rotation au rayon r , $\Omega(r) \approx \Omega_K(r) = \mathcal{G}M/r^{3/2}$. Dans ce problème, l’autogravité du disque est négligée. L’orbite képlérienne d’une particule autour d’un objet central est stable, et pour qu’il y ait accrétion, il faut nécessairement un mécanisme qui permet à la matière de s’effondrer sur l’objet central. Il faut donc que le moment cinétique de la matière soit transporté des parties internes aux parties externes du disque.

- **Disque standard et transport par viscosité.** La première idée fut celle du transport par viscosité : le disque peut être vu comme une succession d’anneaux infinitésimaux de rayon

compris en r et $r + \delta r$ en rotation quasi-képlérienne et qui frottent les uns sur les autres échauffant la matière qui à son tour rayonne. C'est un modèle purement hydrodynamique et l'on parle généralement de *modèle du disque standard* (Shakura & Sunyaev 1973). Le frottement visqueux induit l'accélération des couches externes plus lentes et le freinage des couches internes du disque plus rapides. Il s'ensuit un transfert de moment cinétique vers l'extérieur comme escompté. Ces modèles de disque visqueux développés à l'origine pour expliquer les observations des excès infrarouges de certaines étoiles jeunes n'apportent par ailleurs aucune réponse à la question de la formation des jets ni même des vents.

• **Disque magnétisé.** L'idée de la présence d'un champ magnétique dans les environnements accrétants n'est pas récente. Il est coutume de faire référence au travail de Blandford & Payne (1982) qui furent les premiers à mettre en forme une série d'arguments pour expliquer la formation de vents collimatés émanants d'un disque d'accrétion magnétisé. On parle généralement de *paradigme d'accrétion-éjection magnétisée* pour insister sur le fait que,

- (1) le champ magnétique est la clef du problème, assurant comme nous le verrons rapidement,
 - (a) le transport du moment cinétique permettant l'accrétion,
 - (b) la collimation
 - (c) l'accélération de la matière,
- (2) et que accrétion et éjection sont des phénomènes interdépendants.

§ 19.1. Accrétion et perte de moment angulaire

Un disque astrophysique en rotation Képlérienne traversé par un champ magnétique poloïdal correspond à l'expérience de la *roue de Barlow*. Des courants radiaux induits (ou de Foucault) se développent alors à la surface du disque et participent à la conversion d'énergie mécanique en énergie électromagnétique. Selon la loi d'Ampère, ce courant radial est associé à la création d'une composante toroïdale du champ magnétique. En MHD résistive, le pied des lignes de champ est partiellement gelé dans la matière et par des effets de rotation différentielle, elles se torsadent engendrant cette composante toroïdale. Il résulte alors une force de Lorentz qui exerce un couple de freinage sur le disque, prélevant du moment angulaire à celui-ci et permettant par conséquent l'accrétion. La création de courant en surface due à la rotation du disque s'oppose donc à cette dernière en conformité avec la loi de Lenz-Faraday. Le champ magnétique poloïdal permet la conversion d'énergie mécanique du disque en énergie magnétique stockée dans la composante toroïdale qui sera transmise et dégradée par le plasma pour assurer son accélération (d'ensemble ou chauffage individuel) et son confinement par effet de pincement magnétique (*hoop-stress* Blandford & Payne (1982); Heyvaerts & Norman (1989)).

§ 19.2. Quelle puissance attendre de l'accrétion ?

Dans le cadre du modèle standard, on montre que la puissance d'accrétion qui peut être extraite s'exprime sous la forme

$$(19.76) \quad P_{\text{acc}} = \frac{1}{2} \dot{M}_{\text{ae}} \frac{GM}{r_i} = \varepsilon \dot{M}_{\text{ae}} c^2$$

où \dot{M}_{ae} est le taux d'accrétion au rayon extérieur du disque et r_i son rayon intérieur. Dans le cas d'un trou noir central statique (cas de Schwarzschild) de masse M_{tn} , ce dernier peut s'étendre au maximum jusqu'à la dernière orbite stable et valant 3 rayons de Schwarzschild r_s . Ceci permet de réécrire la puissance d'accrétion comme,

$$(19.77) \quad P_{\text{acc}} = \frac{1}{4} \left(\frac{r_i}{r_s} \right)^{-1} \dot{M}_{\text{ae}} c^2 \leq \frac{\dot{M}_{\text{ae}} c^2}{12} = \varepsilon \dot{M}_{\text{ae}} c^2$$

ou après avoir introduit les valeurs typiques pertinentes pour les objets qui nous intéressent ici,

$$(19.78) \quad P_{\text{acc}} = 4.75 \cdot 10^{45} \left(\frac{r_i}{r_*} \right)^{-1} \left(\frac{\dot{M}_{\text{as}}}{M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}} \right) \text{erg} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le paramètre ε est l'efficacité d'accrétion. Sa valeur est de $1/12 \approx 8\%$ dans le cas newtonnien pour un trou noir statique de Schwarzschild et réduit à moins de 6% si on applique les corrections de relativité générale. Pour un trou noir de Kerr, en rotation maximum, elle atteint 42 %. Autre quantité importante dans le contexte de l'accrétion autour d'un objet compact, la *luminosité critique d'Eddington* pour laquelle la force de radiation exercée par une source sur un électron égale exactement la force de gravitation qu'elle exerce sur un proton,

$$(19.79) \quad L_{\text{edd}} = \frac{4\pi c G m_p}{\sigma_{\text{th}}} M_{\text{tn}} = 1.3 \cdot 10^{46} \left(\frac{M_{\text{tn}}}{10^8 M_{\odot}} \right) \text{erg} \cdot \text{s}^{-1}$$

où m_p est la masse du proton. Elle correspond à une limite supérieure de la luminosité pour un objet central donné, sinon la pression de radiation induite de l'accrétion soufflerait l'environnement proche de la source voire le disque lui-même. On déduit alors par analogie avec la relation donnant la puissance d'accrétion un taux d'accrétion caractéristique dit *taux d'accrétion d'Eddington* donné par $L_{\text{edd}} = \eta \dot{M}_{\text{edd}} c^2$ et où $\eta \approx 1/12 \approx 0.1$. On obtient,

$$(19.80) \quad \dot{M}_{\text{edd}} = 2.2 \frac{M_{\text{tn}}}{10^8 M_{\odot}} \left(\frac{\eta}{0.1} \right)^{-1} M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$$

et en introduisant cette valeur dans la puissance d'accrétion, on obtient,

$$(19.81) \quad P_{\text{acc}} = 10^{46} \left(\frac{\dot{M}_{\text{as}}}{\dot{M}_{\text{edd}}} \right) \left(\frac{M_{\text{tn}}}{10^8 M_{\odot}} \right) \left(\frac{\eta}{0.1} \right)^{-1} \text{erg} \cdot \text{s}^{-1}$$

On voit donc que cette puissance est typiquement de l'ordre de grandeur de celle que l'on obtient lors de l'observation des NAGs. Ainsi nécessairement, si la source d'énergie des NAGs est l'accrétion, ceci implique que l'objet central ne peut être qu'un trou noir supermassif.

§ 20. L'éjection

§ 20.1. De l'accrétion à l'éjection : quelle force à l'origine des jets ?

Négligeant l'enthalpie de l'écoulement, et conformément au critère de Blandford & Payne (1982), il est nécessaire pour permettre l'échappement de la matière, que les lignes de champ fassent un angle maximal de 60 degré avec la surface du disque (Pelletier & Pudritz 1992). Henriksen & Rayburn (1971) ont donné l'image d'une perle enfilée le long de la ligne de champ laquelle elle est astreinte à se déplacer (*théorème du gel*). Une perle placée au pied de la ligne de champ est dans un état d'équilibre instable vis-à-vis de la force centrifuge dès lors que l'angle de la ligne de champ par rapport à la surface du disque est inférieur à 60 degré. Mais c'est "seulement" une condition de stabilité autrement dit une condition nécessaire mais non-suffisante de l'accélération de la matière par la force centrifuge. Tant que la matière est dans le disque, la force de gravitation s'oppose coûte-que-coûte à l'éjection de la matière, tout comme la force de pression magnétique qui confine la matière dans le disque. Ainsi l'image de la force centrifuge qui permet à elle seule l'éjection est erronée. Elle permet l'accélération de la matière dans le jet une fois la matière passée du disque dans celui-ci mais s'oppose à ce passage. La seule force pouvant permettre ce passage est la force de pression thermique du plasma qui soulève la matière suffisamment pour rompre l'équilibre et permettre à la force magnéto-centrifuge l'accélération.

§ 20.2. Force magnétique agissant sur le vent. Collimation par effet de pincement

Explicitons la force de Lorentz agissant sur le vent. On a

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{j}_p \times \mathbf{B}_p + \mathbf{j}_\theta \times \mathbf{B}_p + \mathbf{j}_p \times \mathbf{B}_\theta$$

Les indices p et θ se réfèrent respectivement aux composantes *poloidales* et *toroidales* du courant et du champ magnétique. La première composante est purement toroïdale, elle agit sur le plasma à l'instar d'un couple sur le plasma. Suivant la direction de la vitesse radiale, l'effet est soit de ralentir (*spin-down*) le plasma ou de l'accélérer (*spin-up*). Le second terme est normal au surface magnétique. Il consiste essentiellement en les effets de pression et de tensions magnétiques associés avec la composante poloïdale du champ. La matière étant astreinte à se déplacer le long des lignes de champ et la résultante leur étant justement perpendiculaire, le plasma ne subit aucune accélération au sens général du terme. Le troisième terme exprime cette fois-ci les effets de pression et tension magnétique du champ toroïdal. Il est associé au phénomène de collimation par effet de pincement ou *hoop-stress*. La force tend globalement à collimater le flot poloïdal

Pour résumer, le rôle joué par le champ magnétique est multiple : il permet l'accrétion, exerçant un couple de freinage magnétique sur le disque, il permet de prélever du moment angulaire à la matière du disque et générant de fait dans le même temps une composante toroïdale du champ magnétique. Cette dernière permet une fois la matière lancée du disque (par l'intermédiaire de la pression thermique du plasma), d'assurer le confinement du vent par effet de pincement (*pinch effect* ou *hoop-stress*) et participer à son accélération.

La valeur de la vitesse d'ensemble asymptotique des jets MHDs dépend essentiellement de la magnétisation du jet et de la densité du plasma ; en gros, les jets lourds sont plus difficiles à accélérer que les jets légers. Casse & Ferreira (2000); Pelletier (2004) montrent qu'il est possible au maximum d'atteindre des valeurs moyennes du facteurs de Lorentz d'ensemble d'environ $\Gamma_b^{(\infty)} \approx 10$ dans des conditions extrêmes ; cette valeur varie de manière importante selon le rayon de la surface magnétique considérée, à savoir par exemple, $\Gamma_b^{(\infty)} \approx 36$ à la dernière orbite stable pour un trou noir de Schwarzschild ($r = 3 r_s$) et $\Gamma_b^{(\infty)} \approx 4$ à $r = 30 r_s$ (Casse & Ferreira 2000).

3. Modèle électrodynamique : processus de Blandford-Znajek

§ 21. Processus de Blandford-Znajek (BZ77)

Ce modèle est fondé par la possibilité d'extraire le moment angulaire d'un trou noir en rotation (trou noir Kerr). Par trou noir de Kerr on entendra trou noir en rotation sans charge de surface $Q_H = 0$. Alors, d'après le Théorème de Wheeler ("*Black-hole have no hair*") un trou noir de ce type est parfaitement défini par les seules données de sa masse M_H et de son moment angulaire J_H . On définit alors le moment angulaire spécifique $a_H = J_H / M_H$. On montre qu'il est possible d'extraire au cours du freinage complet d'un trou noir de Kerr extrême ($a_H / M_H = 1$) l'énergie $E_{\text{rot}}^{\text{max}} = (1 - 1/\sqrt{2}) M_H c^2 \approx 0.29 \cdot M_H c^2$ soit au plus 30 % de l'énergie totale d'un trou noir en extrayant son moment angulaire.

Le processus invoqué ici a été développé par Blandford & Znajek (1977) et reformulé par Thorne & MacDonald (1982); MacDonald & Thorne (1982) dans le contexte du *paradigme de la membrane*. Ce dernier permet une formulation de la physique des trous noirs en considérant l'horizon des événements comme une membrane à deux dimensions plongée dans un espace à trois dimensions. Cette membrane peut être vue comme un fluide visqueux électriquement chargé, conducteur avec une entropie et une température. L'interaction avec l'environnement peut être alors décrit simplement à l'aide des équations habituelles de l'électromagnétisme de Maxwell, de Navier-Stoke ou de la thermodynamique. Le paradigme de la membrane

est physiquement et mathématiquement équivalent aux équations standards de la Relativité Générale pour peu que l'on se trouve à l'extérieur de l'horizon des événements.

Entre autre, on montre que cette membrane (que l'on suppose tournée en rotation solide à la vitesse angulaire $\Omega_M = \Omega_H$) possède une résistance (impédance) de surface non nulle et valant exactement celle du vide à savoir 377 ohms. Ce point peut être montré rigoureusement mais intuitivement n'a rien de surprenant : elle assure seulement que n'importe quelle onde électromagnétique se propageant librement dans le vide puisse être absorbée sans réflexion à l'horizon.

Ainsi, plongée dans une magnétosphère, le trou noir en rotation tel que nous l'avons décrit précédemment va se comporter comme un conducteur unipolaire et un courant induit va se développer à la surface du trou noir. En vertu de la loi de Lenz, un couple magnétique va se développer pour s'opposer à la rotation et ralentir le trou noir. Le travail ainsi extrait va être pour partie transformé en flux de Poynting qui pourra être dissipé dans des régions éloignées du trou noir.

Quantitativement, on montre que la magnétosphère d'un trou noir correspond à un ensemble de surfaces magnétiques définies comme le lieu où le flux magnétique Ψ est constant, imbriquées les unes dans les autres et en rotation à une vitesse angulaire constante Ω_F . On montre que la puissance maximale dissipée s'écrit (Thorne & MacDonald 1982)

$$(21.82) \quad P_{\text{BZ}} \approx \left(10^{41} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \right) \left(\frac{a}{M} \right)^2 \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right)^2 \left(\frac{B}{10^3 \text{ G}} \right)^2$$

Ce résultat s'obtient pour la condition d'adaptation d'impédance correspondant au fait que les lignes de champ tournent exactement deux fois moins vite que le trou noir ($\Omega_F = \Omega_H/2$).

D'après la première loi de la thermodynamique des trous noirs, on peut montrer que la contribution à puissance dissipée provient de deux termes distincts

$$(21.83) \quad P_{\text{BZ}} = \frac{dM}{dt} = T \frac{dS}{dt} + \Omega \frac{dJ}{dt}$$

où l'on s'est placé dans le système d'unité $\mathcal{G} = c = 1$. Le premier terme est un terme de variation d'entropie S du trou noir (qui ne peut qu'augmenter) et le second de variation du moment angulaire J de celui-ci. On montre que le travail produit par l'extraction du moment angulaire d'un trou noir en rotation est dégradé sous deux formes. Il participe pour une part prépondérante à la création d'entropie dans ou à la surface du trou noir, et le reste du travail est dissipé en flux de Poynting dans la zone de charge. Le cas idéal d'adaptation d'impédance correspond au cas extrême où le travail d'extraction est partagé en parts égales entre création d'entropie et flux de Poynting.

§ 22. Comparaison processus d'accrétion versus processus électrodynamique

D'après les paragraphes précédents, il apparaît qu'un noyau actif de galaxies dispose de deux sources d'énergie distinctes faisant appel chacune à la présence d'un trou noir central supermassif : l'accrétion qui permet de tirer partie de l'énergie gravitationnelle et l'extraction de l'énergie de rotation du trou noir. L'idée de ce paragraphe est de comparer chacune de ces sources pour déterminer si l'une semble plus efficace que l'autre. La puissance que l'on peut extraire par le processus BZ dépend, comme nous l'avons vu précédemment de la valeur du champ magnétique dans l'environnement proche du trou noir. Sa valeur peut-être estimée — tout au moins comparée — en considérant l'équipartition entre sa pression et la pression cinétique (plasma ou rayonnement) dans le plan équatoriale du flot d'accrétion. Pour un trou noir de Schwarzschild, la valeur du champ d'équipartition pour la luminosité d'Eddington s'écrit

(Pelletier 2004)

$$(22.84) \quad B_{\text{eq}} \approx 1.2 \cdot 10^4 \text{B} \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{-1/2}$$

En introduisant cette valeur dans l'expression (21.82) il vient,

$$(22.85) \quad \boxed{\frac{P_{\text{BZ}}}{L_{\text{Edd}}} = 10^{-4} \left(\frac{a}{M} \right)^2 \left(\frac{B}{B_{\text{eq}}} \right)^2}$$

Il est remarquable que l'expression précédente ne dépende plus de la masse du trou noir. Il apparait que le processus de Blandford-Znajek ne peut être impliqué que pour les objets rayonnant bien en deçà de la luminosité d'Eddington L_{Edd} . Pour les objets qui nous intéressent ici où la luminosité est comparable à L_{Edd} , la seule source possible d'énergie est celle venant de l'accrétion, les processus électrodynamiques semblant défavorisés (Pelletier 2004).

4. Effet d'accélération d'ensemble par pression de radiation en régime relativiste : effet de fusée Compton

§ 23. Principe général du mécanisme de fusée Compton

L'effet dit de *fusée Compton*, introduit par Odell (1981) correspond à l'accélération d'ensemble d'un plasma chaud dû à la diffusion Compton inverse par un champ de radiation anisotrope. Comme nous allons le voir, le plasma tend à convertir une partie de son énergie interne en mouvement d'ensemble.

Considérons à nouveau une particule chargée test (centre diffuseur) animée d'une vitesse $\beta = \beta u$ et soumise à un champ de rayonnement anisotrope caractérisé par son intensité spécifique I_{ν} . La diffusion Compton inverse conduit à un changement d'impulsion du photon, donc *a priori* à une force. Dans la limite de diffusion Thomson, l'expression de la force le long de l'axe agissant sur le plasma s'écrit dans le référentiel du plasma où la distribution en particules est supposée isotrope, comme

$$(23.86) \quad \boxed{F_z = \frac{\sigma_{\text{Th}}}{c} 4\pi H \int d\gamma n(\gamma) \left(1 + \frac{2}{3} \beta^2 \gamma^2 \right) = \frac{\sigma_{\text{Th}}}{c} 4\pi H n_{\text{tot}} \left(1 + \frac{2}{3} \langle \beta^2 \gamma^2 \rangle \right)}$$

où H est le second paramètre (ou moment) d'Eddington dans le référentiel du plasma définit comme

$$(23.87) \quad H = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega d\nu \mu I_{\nu}(\nu)$$

De la même manière les deux autres moments J et K valent (Mihalas & Mihalas)

$$(23.88) \quad J = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega d\nu I_{\nu}(\nu) \quad , \quad K = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega d\nu I_{\nu}(\nu).$$

La valeur de H dans le référentiel du plasma s'exprime en fonction des paramètres d'Eddington $\tilde{J}, \tilde{H}, \tilde{K}$ dans le référentiel de l'observateur comme (Mihalas & Mihalas),

$$(23.89) \quad H = \Gamma_b^2 [(1 + \beta_b^2) \tilde{H} - \beta_b (\tilde{J} + \tilde{K})]$$

où $\beta_b c$ est la vitesse d'ensemble (ou "*hydrodynamique*") de la composante de plasma.

On peut faire plusieurs remarques :

- On peut comprendre d'un point de vue phénoménologique le mécanisme à l'œuvre dans ce processus. Dans le référentiel du plasma, le mouvement des particules est globalement isotrope. L'une des propriétés fondamentales du processus Compton inverse est que les photons diffusés sont émis préférentiellement dans la direction du mouvement de la particule (dans un cône d'angle au sommet $1/\gamma$ avec un gain en énergie de l'ordre de γ^2 où γ est le facteur de Lorentz de la particule). Il en résulte un gain net d'impulsion du plasma dans la direction opposée à la source de rayonnement, du simple fait que les diffuseurs en mouvement en direction de la source interagissent avec plus de cibles que ceux qui s'en éloignent.
- La force est d'autant plus forte que le plasma est chaud, à savoir $\langle \beta^2 \gamma^2 \rangle \gg 1$. Cette remarque est due à Odell (1981) qui donna le nom de "*fusée Compton*".
- Comme tout processus radiatif, cette accélération d'ensemble s'accompagne donc inévitablement d'un refroidissement du plasma (La fusée Compton peut être vue comme le transfert d'énergie interne du plasma en mouvement d'ensemble de celui-ci). Il convient alors de calculer la puissance perdue par les particules. Dans les mêmes conditions que précédemment, il vient

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_{\text{Th}} J \langle \gamma^2 \rangle N_{\text{tot}}$$

On retrouve sans surprise la puissance dissipée dans le processus Compton inverse (en régime Thomson). Ainsi, au fur et à mesure que le plasma est accéléré dans son ensemble, il se refroidit et le mécanisme devient rapidement inefficace, le plasma se refroidissant plus vite qu'il est accéléré. Cet argument est quant à lui dû à Phinney (1982), qui étudia quantitativement cet effet et montra qu'il était difficile d'obtenir des valeurs du facteur de Lorentz d'ensemble Γ très supérieures à 2 ou 3.

§ 24. Anisotropie du champ et Compton-drag

Par exemple, si le plasma baigne dans un champ de photon isotrope (dans le référentiel de l'observateur), on a

$$(24.90) \quad \tilde{J} = F_0 \quad , \quad \tilde{H} = 0 \quad , \quad \tilde{K} = \frac{F_0}{2}$$

soit $H = -\Gamma_b \beta_b (3F_0/2) < 0$, et il en résulte une force le long de l'axe dirigée dans la direction opposée au mouvement d'ensemble du plasma soit un "freinage" (Sikora *et al.* 1996). C'est le mécanisme dit de "*Compton Drag*". Dans le référentiel du plasma, les photons semblent focalisés par l'avant du plasma dans un cône d'angle $1/\Gamma_b$ où Γ_b est le facteur de Lorentz du plasma dans le référentiel de l'observateur. Ainsi ce sont essentiellement les particules qui vont dans le sens du mouvement d'ensemble qui diffusent ce champ de rayonnement soit un transfert net d'impulsion vers l'avant pour le plasma. Une condition nécessaire et suffisante pour qu'il ait une poussée vers l'avant du plasma est de s'assurer que $H > 0$,

$$(24.91) \quad (1 + \beta_b^2) \tilde{H} > \beta_b (\tilde{J} + \tilde{K}) \quad \Rightarrow \quad \beta_b \Gamma_b > \frac{\tilde{H}}{\tilde{J} + \tilde{K}}.$$

Ainsi existe-t-il pour un champ de rayonnement donné une valeur de β_b d'équilibre qui annule la force de poussée et qui ne dépend pas de la distribution en énergie du plasma, à savoir

$$(24.92) \quad \beta_b^{(e)} = x - \sqrt{x^2 - 1} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\tilde{J} + \tilde{K}}{2\tilde{H}}$$

H est en quelque sorte une mesure de l'anisotropie du champ de rayonnement incident dans le référentiel du plasma.

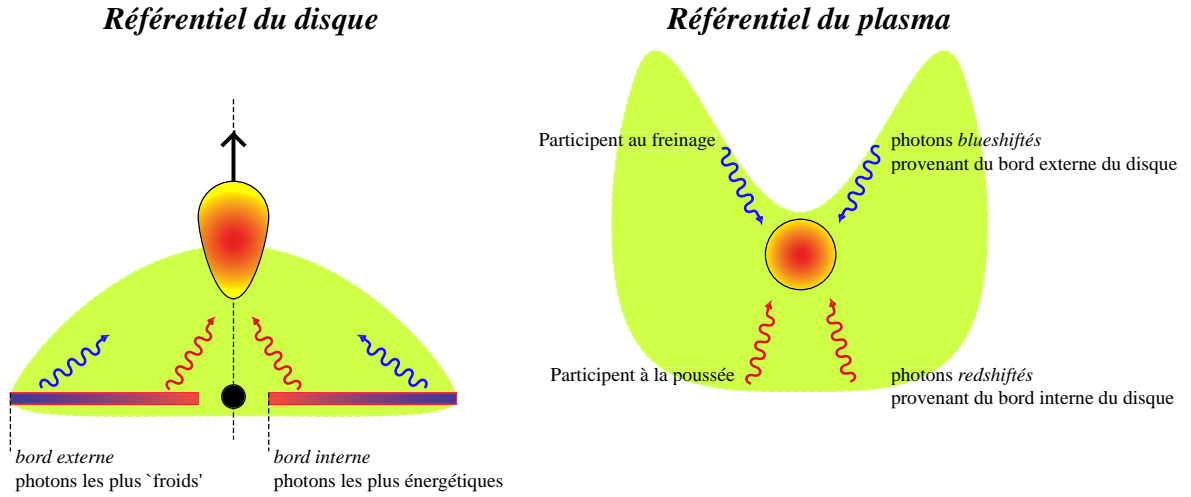


Fig. 23. Schéma de principe du processus de fusée Compton.

En régime stationnaire, du fait que l'anisotropie du champ de rayonnement dans le référentiel au repos du plasma dépend de la vitesse d'ensemble de celui-ci, il tend naturellement à s'ajuster à la vitesse d'équilibre : si $\Gamma_b < \Gamma_b^{(e)}$, le plasma subit alors une poussée, et dans le cas contraire $\Gamma_b > \Gamma_b^{(e)}$ il est freiné par *Compton drag*.

§ 25. Cas d'un disque d'accrétion standard

Dans le cas d'un disque d'accrétion standard d'extension r_e (rayon externe) à r_i (rayon interne) par exemple, on montre que le facteur de Lorentz d'équilibre évolue — toujours en régime de diffusion Thomson — comme

$$(25.93) \quad \Gamma_b^{(e)}(z) \propto \begin{cases} z^{1/4} & \text{si } z \leq r_e \\ z & \text{si } z > r_e \end{cases}$$

Ainsi $\Gamma_b^{(e)}$ évolue graduellement avec l'altitude tant que le temps de relaxation de Γ_b vers $\Gamma_b^{(e)}$ est plus court que le temps d'évolution de $\Gamma_b^{(e)}$ lui-même. L'évolution de Γ_b "décroche" et la valeur de ce dernier tend alors vers une valeur asymptotique de saturation $\Gamma_b^{(\infty)}$ au delà d'une altitude caractéristique z_{sat} ; le mouvement devient alors de fait balistique. Cette situation correspond au fait qu'au delà de z_{sat} justement, le champ de rayonnement devient trop faible pour maintenir la poussée du plasma. On montre que la valeur de $\Gamma_b^{(\infty)}$ peut s'écrire comme,

$$(25.94) \quad \Gamma_b^{(\infty)} \propto \left(\ell \frac{\langle \gamma'^2 \rangle}{\langle \gamma' \rangle} \right)^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \begin{cases} 1/7 & \text{si } z \leq r_e \\ 1/4 & \text{si } z > r_e \end{cases}$$

et où $\ell = L_d \sigma_{th} / r_i m_e c^3$ est le paramètre de compacité de la source. Elle dépend à la fois des caractéristiques du champ de rayonnement et de l'énergétisation du plasma. Dans le cas où le plasma n'est pas réchauffé, les pertes Compton inverse le refroidissent très rapidement de telle manière que l'on puisse considérer dans l'expression précédente $\langle \gamma'^2 \rangle / \langle \gamma' \rangle \sim 1$ et dans ce cas, $\Gamma_b^{(\infty)} \approx \ell^{1/7}$. On retrouve l'argument de Phinney (1982) et l'impossibilité pour un plasma non-réaccélééré de dépasser des facteurs de Lorentz de l'ordre de 2 ou 3.

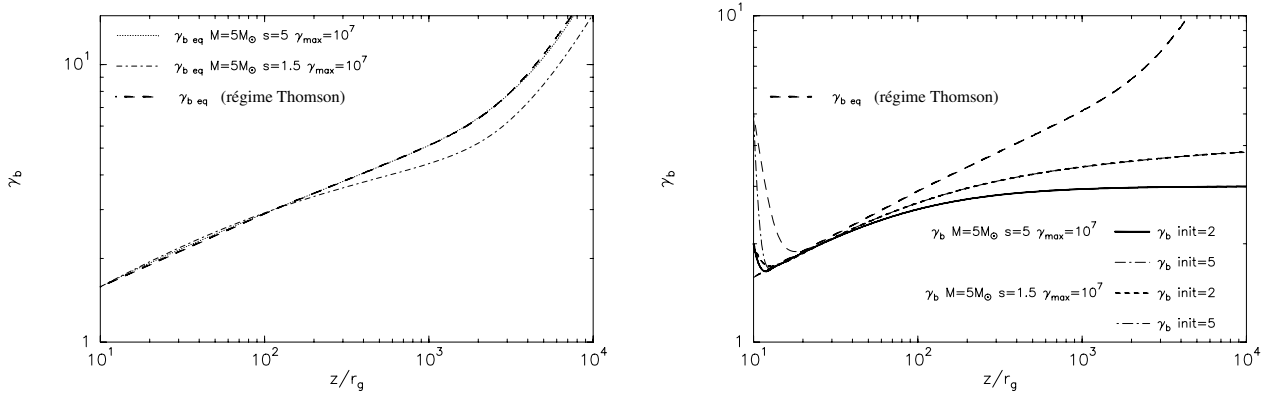


Fig. 24. Exemple de calculs du facteur de Lorentz d'équilibre en fonction de la position du plasma au-dessus du disque d'accrétion par Renaud & Henri (1998) dans le cas à gauche d'AGNs et à droite de microquasars. Dans chacune des deux situations, les auteurs font apparaître les effets des corrections Klein-Nishina.

Renaud & Henri (1998) ont étudié numériquement l'influence des corrections Klein-Nishina sur le mouvement du plasma dans le contexte des AGNs et des microquasars.

Le principal effet de celle-ci est de réduire la contribution des diffusions avec les photons les plus énergétiques dans le référentiel du plasma. Les photons les plus énergétiques dans le référentiel du disque proviennent des parties les plus chaudes de celui-ci, c'est-à-dire du bord interne, à l'inverse de ceux émanant du bord externe plus froids. À cause des effets d'aberration relativiste, les premiers semblent essentiellement provenir de l'arrière et contribuent ainsi essentiellement à la poussée mais leur énergie est réduite du fait du décalage vers le rouge (dû au mouvement d'ensemble du dit plasma) ; les seconds semblent quant à eux provenir de l'avant avec leur énergie décalée vers le bleu (donc plus énergétiques) et tendent à freiner le plasma (voir le schéma de principe figure 23). Ainsi, dans un premier temps et à cause du décalage spectral, c'est la contribution des photons qui freinent le plasma qui est réduite, et il en résulte une valeur de $\Gamma_b^{(\infty)}$ supérieure à ce qu'elle saurait en régime de diffusion purement Thomson. Dans un deuxième temps, les effets d'aberration l'emportent sur les effets du décalage spectral et c'est la contribution des photons "propulseur" qui est réduite. Dans ce cas, le plasma est moins efficacement propulsé que dans le cas Thomson et le plasma *décroche* plus rapidement. Ces situations sont illustrées par la figure 24. Renaud & Henri (1998) ont montré que ces corrections interviennent principalement dans le cas des microquasars où les disques sont généralement plus chauds que dans le cas des AGNs (voir figure 24).

4

Paradigme du two-flow

Plan du chapitre

1. Présentation du modèle du two-flow	51
§ 26. Introduction au paradigme du two-flow	51
§ 27. Protons, électrons, paires ?	52
2. Modèles d'émission dans le contexte du two-flow	54

1. Présentation du modèle du two-flow

§ 26. Introduction au paradigme du two-flow

LE MODÈLE DIT *two-flow* A ÉTÉ INTRODUIT PAR Pelletier (1985) puis développé par Sol *et al.* (1989) pour expliquer les observations des jets extragalactiques dans les sources radios (en particulier 3C 120, Axon *et al.* (1989)) qui montrent une nature différente selon l'échelle d'observation. En effet, à grande échelle (du kilo au mégaparsec), les observations radios montrent des structures symétriques (lobes radios) de chaque côté du cœur, alors les observations VBLI permettant de résoudre la partie centrale en deçà du parsec, montrent une structure unique avec une absence de contre-jet. Cette dernière composante est parfois associée à l'émission de nodules superluminiques, preuve du caractère relativiste des jets à petite échelle.

Afin de reconcilier les observations avec la théorie, Pelletier et collaborateurs ont été amenés à considérer une structure à *deux fluides distincts*. Un premier jet non-relativiste (ou très faiblement) d'électrons-protons (structure MHD d'éjection) qui charrie avec lui la quasi-totalité de l'énergie cinétique du flot. Dans les parties internes proches du trou noir, la force magnéto-centrifuge agissant sur la structure MHD, laisse suffisamment de place à un plasma de paires électrons-positrons pour qu'il s'y développe. Les photons UV-X provenant des bords internes du disque sont rapidement "Comptonisés", et dans ces régions compactes, la compacité est suffisante pour permettre de créer rapidement les premières paires. Celles-ci sont ensuite réaccélérées par interaction ondes/plasma par les ondes MHD (turbulence d'ondes Alfvén) supportées par le premier flot confinant. Dans ce contexte, le flot MHD sert de réservoir d'énergie turbulent au plasma. De plus, dès lors qu'un mécanisme de réaccélération des paires est à l'œuvre, celui-ci entretient et emballe la production de paires. Un faisceau de paires suffisamment dense et chaud peut alors se propager à l'intérieur de la première structure, propulsé efficacement à des vitesses d'ensemble relativistes ($\Gamma_b \sim 10$) par le mécanisme de fusée Compton décrit dans les pages précédentes (Henri & Pelletier 1991). C'est cette composante qui est responsable des

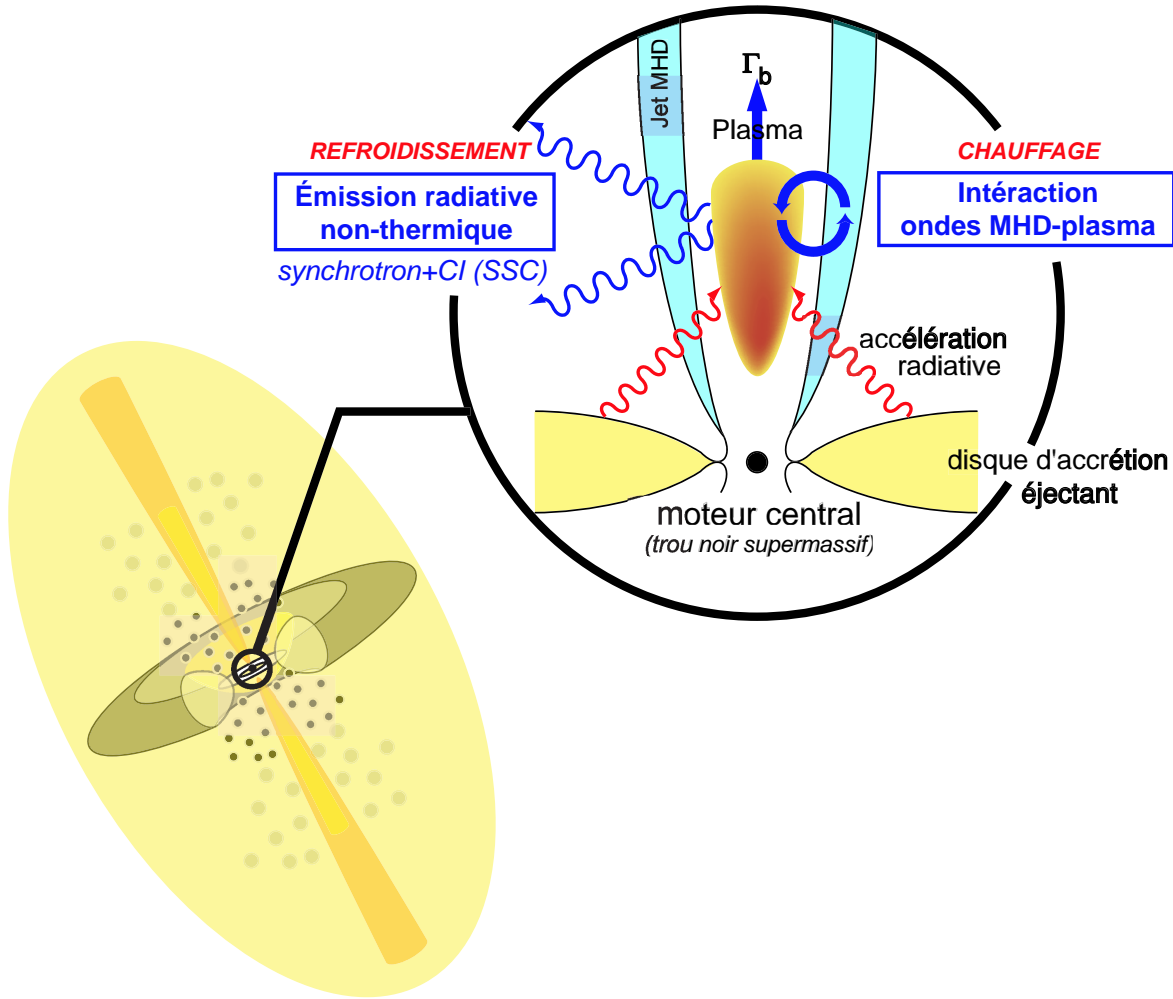


Fig. 25. Schéma de principe du modèle du two-flow

composantes superluminiques et de l'émission radiative haute énergie de l'objet. Une telle structure est représentée schématiquement à la figure 25 page 52.

Dans ce contexte, le flot MHD ne peut être que faiblement radiatif, tout au moins à l'échelle du parsec. Dans le cas contraire, le rayonnement émis agirait comme un frein à la propulsion du faisceau de paires par le mécanisme de "Compton drag".

§ 27. Protons, électrons, paires ?

La question de la composition des jets reste une question ouverte encore largement débattue. Bon nombre d'auteurs tendent à privilégier les plasmas d'électrons ou d'électrons/protons (parfois appelés *plasmas ordinaires*). Noerdlinger (1978) proposa l'idée que le rayonnement des radio sources pourrait être dû à une *mixture* à part égale d'électrons-positrons basée sur la constatation des faibles taux de *rotation Faraday* dans ces sources. Reynolds *et al.* (1996), Hirokani *et al.* (1998) et Wardle *et al.* (1998) arrivent aux mêmes conclusions pour respectivement M 87, 3C 345 et 3C 279.

D'autres arguments basés sur les puissances cinétiques entraînées par les flots ont été développés sur la base de bilans de puissances globaux des jets. La puissance cinétique de ces

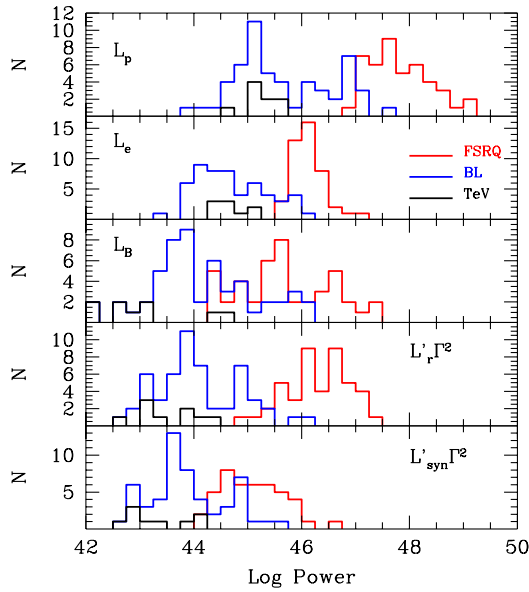


Fig. 26. Contributions respectives des composantes de protons, électrons et du champ magnétique à la puissance cinétique obtenues par Celotti & Ghisellini (2002) par ajustement d'un échantillon de blazars. Ces diverses contributions sont aussi comparées à la puissance radiative totale et synchrotron. Figure extraite de Tavecchio (2004)

derniers exprimées dans le référentiel au repos du disque peut s'écrire,

$$(27.95) \quad L_{\text{kin}} = L_e + L_p + L_B = \pi R^2 \Gamma_b^2 \beta_b c \left(n'_p m_p c^2 + \langle \gamma' \rangle n'_e m_e c^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right)$$

où πR^2 est la section du jet (supposé ici cylindrique), et où chaque terme à l'intérieur de la paranthèse correspond aux contributions respectives exprimées dans le référentiel au repos du plasma des protons froids, des électrons ou des paires ($\langle \gamma' \rangle$ est le facteur de Lorentz individuel moyen) et du champ magnétique. Celotti & Fabian (1993) montrent que la puissance des jets à grande échelle est comparable à celle à plus petite échelle. Arguant que la densité d'un plasma de paires à grande échelle est fortement contrainte par le processus d'annihilation, ils concluent que seul un plasma ordinaire peut expliquer les observations. Il faut noter que leur modèle ne prend pas en compte la possible réaccélération des paires le long du jet, qui peut permettre de contrôler la formation de *queues d'électrons morts* par annihilation (Ghisellini *et al.* 1992).

À partir d'un échantillon de blazars et à partir d'ajustements systématiques des distributions spectrales en énergie associées par des modèles une-zone homogène SSC, Celotti & Ghisellini (2002) (voir aussi Tavecchio (2004)) prétendent que seul un plasma ordinaire peut expliquer les luminosités radiatives L_{rad} des cœurs compacts ; en effet dans le cas d'un plasma pur électrons/positrons, ils obtiennent de l'analyse de leurs ajustements, $L_{\text{kin}} \sim L_e \ll L_{\text{rad}}$ (voir figure 26). Tandis que dans le cas d'un plasma ordinaire, en considérant $n_e = n_p$, il vient $L_p \sim 10 L_{\text{rad}}$. Ceci correspond à une efficacité de conversion de 10% du mouvement d'ensemble et puissance radiative. Les 90% restant permettent alors d'alimenter les lobes.

On peut opposer deux réserves à cette dernière analyse en ce plaçant dans le cadre du two-flow. Premièrement, les auteurs précédents considèrent une distribution en énergie des particules en loi de puissance, avec un facteur de Lorentz minimal extrême ($\gamma_{\text{min}} \sim 1$). Or dans le cas d'une loi de puissance avec $s \geq 2$, la densité d'énergie de la distribution est contrôlée essentiellement par γ_{min} , ce qui explique que $L_e \ll L_{\text{rad}}$. Dans le cadre du two-flow, la distribution en particules est une quasi-maxwellienne relativiste, continuellement ré-accélérée. Dans ce cas, la densité d'énergie des particules est de l'ordre de $\gamma_{\text{max}} n_e m_e c^2$ dans le référentiel du plasma. Deuxièmement, toujours dans le cadre du two-flow, le problème du transport des paires responsables de l'émission radiative et celui de l'alimentation des lobes (par l'énergie cinétique des protons) sont totalement découplés du fait même de la configuration bi-fluide.

Il s'avère que l'accélération turbulente des leptons par un processus de type Fermi du second ordre sans être plus efficace est facilitée pour un plasma de paires à comparer d'un plasma ordinaire. En effet, comme l'on fait remarquer Henri *et al.* (1999), dans le mécanisme d'accélération stochastique, seules les particules résonnantes diffusent, c'est-à-dire celles dont le rayon de Larmor est comparable à la longueur d'onde de la turbulence. Dans un plasma ordinaire, la composante la plus massive est due aux protons non-relativistes (froids), ainsi les ondes d'Alfvén se développent au delà de $\lambda_{\min} \sim r_p = m_p c V_{\text{alf}} / |qB|$ où $V_{\text{alf}} = c / \sqrt{1 + P_m/P} \leq c/\sqrt{3}$ est la vitesse modifiée d'Alfvén relativiste P_m et P étant respectivement la pression magnétique et la pression relativiste du milieu. Ainsi, les électrons pour être accélérés doivent être injectés au-delà du seuil $r_e \geq \lambda_{\min}$ soit,

$$\gamma > \gamma_{\text{seuil}} = \frac{m_p}{m_e} \frac{V_{\text{alf}}}{c} \leq 10^3.$$

Dans ce cas, les électrons doivent être effectivement initialement accélérés au-delà de γ_{seuil} par un premier processus (reconnection, chocs ...) pour pouvoir être chauffés ensuite stochastiquement par la turbulence d'ondes d'Alfvén. Dans le cas d'une seule population de leptons, ce seuil n'existe pas.

2. Modèles d'émission dans le contexte du two-flow

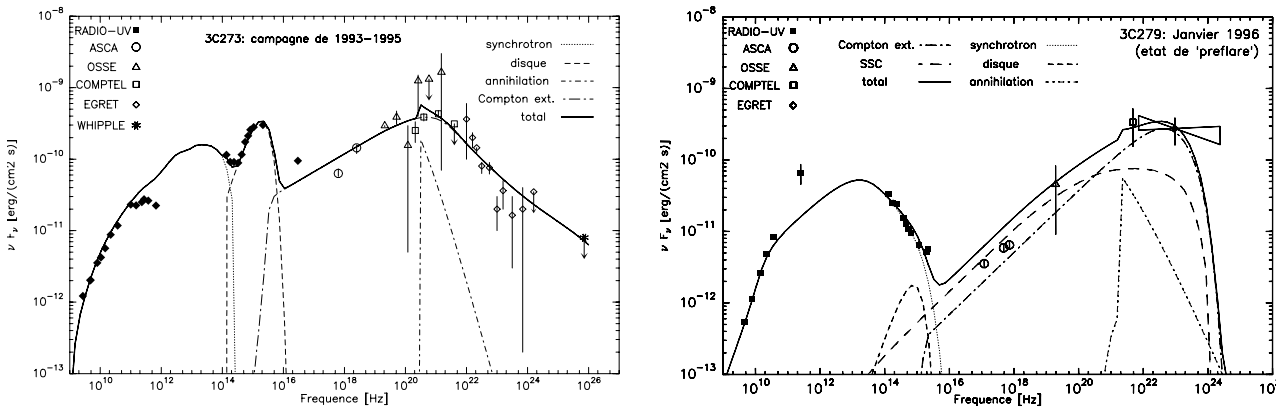


Fig. 27. Exemples de spectres simulés par Renaud (1998) résultant du modèle d'émission de paires dans le contexte du paradigme du "two-flow" pour les blazars rouges du type 3C 273 à gauche et 3C 279 à droites. Les ajustements sont remarquables et reproduisent admirablement les principales caractéristiques des distributions spectrales en énergie (SED).

Dans le cadre du paradigme du *two-flow*, Marcowith (1995) développe un premier modèle d'émission haute énergie appliqué aux blazars rouges du type 3C 273 ou 3C 279. Il suppose l'émission d'un plasma de paires diffusant par le processus Compton inverse les photons issus d'un disque d'accrétion standard. Ceux-ci permettent alors d'expliquer à la fois l'émission et l'accélération d'ensemble du faisceau de paires par le processus de *fusée Compton*. Ce modèle explique avec succès la rupture de pente aux alentours du MeV observée pour ces objets due aux effets d'opacité dans le jet, tout comme la composante d'annihilation dans le même domaine d'énergie. Le modèle considère une distribution en énergie des particules suivant une loi de puissance.

Ensuite Renaud (1998) reprend ce dernier modèle inhomogène en prenant en compte l'émission synchrotron due aux paires et du même coup le rayonnement Compton inverse

d'origine SSC induit. Cette version permet alors de décrire l'ensemble du spectre large bande des mêmes sources plutôt rouges, du domaine radio jusqu'en gamma (voir figure 27).

Fort de ces résultats, il développe les prémices du modèle de variabilité basé sur l'instabilité due au mécanisme de production de paires en présence d'un processus de réaccélération continue le long du jet (le jet MHD jouant le rôle de réservoir). Ce modèle s'applique encore une fois aux objets rouges. Il reproduit les comportements des courbes de lumière et explique les variations type *intraday*. La distribution en énergie des particules utilisée dans cette étude reste une simple loi de puissance.

Le travail exposé dans la dernière partie de ce manuscrit, se veut l'extrapolation aux objets plus bleus type *blazars émetteurs au TeV* des travaux de mes prédécesseurs. Entre autres, j'ai cherché à montrer la pertinence de l'utilisation d'une *pileup* plutôt qu'une loi de puissance usuelle pour décrire la distribution en énergie des paires. Ce choix s'avère être plus cohérent avec le mécanisme d'accélération stochastique des particules par interactions résonnantes d'une turbulence d'ondes d'Alfvén supportée par le jet MHD.

But de ce travail

Dans le contexte présenté dans les quelques pages précédentes, les buts originaux fixés au début de ce travail de thèse étaient de plusieurs natures.

Tout d'abord, ce travail s'inscrit dans la lignée des travaux précédents d'Alexandre Marcowith et Nicolas Renaud. Il a pour but **la compréhension des phénomènes d'émission des blazars extrêmes et des phénomènes de variabilité rapide** qui leurs sont associés, et ce **dans le cadre du paradigme du two-flow**. Un point central de ce travail est aussi **l'utilisation d'une distribution en énergies des particules** originale prise **sous la forme d'une quasi-maxwellienne relativiste** ; indirectement, c'est ici les **processus d'accélération de particules dans l'environnement proche du trou noir central** qui sont testés (accélération continue le long du jet par un couplage ondes/plasma)

Le plan suivit dans la suite de l'exposé, ne reflète pas forcément la chronologie exacte de mon travail.

Premièrement, nous nous étions fixés, l'adaptation du **code dépendant du temps et inhomogène** développé par Nicolas Renaud aux émetteurs du TeV et pour une distribution de type quasi-Maxwellienne relativiste. Ce modèle prend en compte de manière **auto-cohérente le mécanisme de variabilité**. Il s'est avéré nécessaire le développement d'un certain nombre de calculs semi-analytiques sur la microphysique du plasma maxwellien (processus émissifs, création de paires) pour permettre des calculs en temps raisonnables. Ce développement fait l'objet de la quatrième et dernière partie de ce manuscrit.

Lors de cette première étape, je me suis vu confronté à un certain nombre de difficultés numériques inhérentes à la distribution de particules elle-même. Afin d'avoir une meilleure compréhension des processus à l'œuvre, j'ai développé un **modèle original homogène et dépendant du temps** utilisant ce type de distribution. Ce modèle, comme je le montrerai, permet de reproduire de manière remarquable les principales caractéristiques spectrales de deux objets émetteurs au TeV, Mrk 501 et PKS 2155-304. Ce modèle fut aussi l'occasion pour moi d'étudier de manière plus détaillée le phénomène d'**absorption par les photons du fond cosmique infrarouge**. Je ferai une introduction et une revue plus complète du phénomène le moment venu. L'ensemble de ces travaux est rassemblé dans la troisième et prochaine partie de ce manuscrit de thèse.

La confrontation des deux approches précédentes — inhomogène et homogène — m'a mené naturellement à me pencher sur la **problématique de la dynamique des jets extragalactiques** ; alors que les modèles homogènes prédisent des valeurs relativement élevées du facteur de Lorentz d'ensemble ($\Gamma_b > 15 - 50$), il apparaît que dans les approches inhomogènes celui-ci reste relativement modeste ($\Gamma_b \approx 5 - 7$) ; ces dernières valeurs sont d'ailleurs plus facilement en accord avec les observations. À l'aide de calculs généraux sur les processus d'émission, je montrerai dans la troisième partie pourquoi de telles différences sont inévitables et nous verrons quelles contraintes peuvent être apportées par les observations afin de résoudre ce problème — problème qui agite depuis peu la communauté astrophysique des hautes énergies ("**Doppler factor crisis**") —.

Enfin, je conclurai sur l'ensemble de ce travail avant d'évoquer ses possibles perspectives.

Partie II

Modèle homogène une-zone dépendant du temps

5	Modèle homogène une-zone dépendant du temps	61
6	Processus de création de paires & atténuation intrinsèque	67
7	Atténuation par le fond cosmique infrarouge	73
8	Modèle stationnaire simplifié	89
9	Modélisation de la SED dans le cadre dépendant du temps	97
10	Résultats	117

Modèle homogène une-zone dépendant du temps

Plan du chapitre

1. Modélisation homogène SSC	61
2. Processus radiatifs	62
§ 28. Émission synchrotron	62
§ 29. Emission Compton inverse	65

1. Modélisation homogène SSC

APRIORI, L'ÉMISSION D'UN JET CONTINU est obtenue comme la convolution de l'émission individuelle d'un ensemble de tranches infinitésimales découpées transversalement le long de l'axe de ce jet. Ceci permet de tenir compte de la variation spatio-temporelle de chacune des quantités physiques caractérisant l'écoulement, régies bien entendu par un certain jeu d'équations aux dérivées partielles. On parle alors de modèle d'émission *non-homogène*. Dans le cas d'une émission non-stationnaire (ce qui est *a priori* le cas dans la modélisation des phénomènes de variabilité), la convolution doit tenir compte des effets de retard dans la propagation des diverses quantités le long de l'écoulement (effet Doppler). D'un point de vue pourrait-on dire "géométrique", ce sont ce type de modèles qui se rapprochent le plus de la réalité. Ils permettent entre autre de décrire l'ensemble du spectre de l'objet de la radio basse fréquence jusqu'au TeV. Leur gros désavantage, c'est qu'ils sont relativement lourds d'un point de vue numérique, nécessitant alors beaucoup de temps de calcul. Une alternative à ces modèles est l'approche dite *homogène*. La zone d'émission qui se concentre dans les premières centaines de rayons de Schwarzschild du jet, est modélisée par une sphère de rayon R ayant un mouvement d'ensemble caractérisé par une vitesse $v = \beta c$. L'ensemble des quantités physiques est "moyenné" sur cette même zone permettant ainsi de supprimer toute dépendance spatiale dans les équations décrivant la cinétique des particules (électrons ou paires, et photons). Par abus de langage cette zone réduite d'émission est appelée parfois *la source*. Celle-ci peut correspondre par exemple à une bouffée de particules éjectée des parties centrales proches du trou noir dans le jet et qui se déplace dans celui-ci. Par contre il n'est pas possible de décrire avec ces modèles la composante radio basse fréquence des SED qui s'avère être, pour des questions liées à l'auto-absorption synchrotron, émise dans des régions bien plus lointaines dans le jet. Nous verrons dans la dernière partie de cette thèse comment obtenir une description simplifiée dans le cadre du modèle du *two-flow* de la forme basse fréquence du spectre. Ce type de modèle est de loin

l'approche la plus couramment développée dans la communauté. Mais nous verrons par la suite qu'elle a ses limites, tout spécialement quand il s'agit d'estimer la valeur du facteur Doppler caractérisant le mouvement d'ensemble. Par la suite, nous nous placerons exclusivement dans le cadre des *modèles leptoniques SSC* où, rappelons-le une nouvelle fois, ce sont les mêmes leptons qui sont à la fois responsables de la composante synchrotron et de la composante haute énergie au TeV par diffusion Compton inverse du champ de photons synchrotrons. Il est important de remarquer que dans cette approche homogène, les photons de basse et haute énergie sont spatialement émis.

Nous ne chercherons pas ici à décrire de manière précise l'accélération des particules. Nous supposons que cette dernière conduit à la formation et l'injection d'une distribution quasi mono-énergétique sous la forme d'une *pileup* qui par la suite se refroidit librement de manière radiative. La *fonction de distribution en énergie* effective (qui est à distinguer de celle injectée) est alors obtenue comme solution de l'équation cinétique standard dans l'approximation des pertes continues en prenant compte du processus de création de paires. Tous ces points vont être développés en détail par la suite. Auparavant, nous allons détailler le calcul des processus radiatifs intervenant dans la formation des spectres haute énergie.

2. Processus radiatifs

§ 28. Émission synchrotron

Comme nous l'avons vu précédemment dans l'introduction, le taux de refroidissement synchrotron est donné par $\dot{\gamma}(\gamma; t) = -k_{\text{syn}}\gamma^2$ (10.13, 10.14). Faisant l'approximation que la densité en particule est isotrope, le coefficient d'émission synchrotron s'écrit (Blumenthal & Gould 1970; Pacholczyk 1970; Rybicki & Lightman 1979),

$$(28.96) \quad j_{\text{syn}}(\nu; t) = \frac{\sqrt{3}e^3 B}{4\pi m_e c^2} \int d\gamma n_{\pm}(\gamma; t) R_{\text{syn}}(z)$$

où

$$(28.97) \quad R_{\text{syn}}(z) = \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin^2 \theta F_{\text{syn}}\left(\frac{z}{\sin \theta}\right) \quad , \quad z = \frac{\nu}{\nu_s} \quad \text{et} \quad \nu_s = \frac{3\omega_s}{4\pi} \gamma^3.$$

Dans l'expression précédente on rappelle que $F_{\text{syn}}(x)$ est le *noyau fondamental synchrotron* ou le spectre émis par une seule particule d'énergie $\gamma m_e c^2$. Dans ce cadre, $R_{\text{syn}}(z)$ représente le spectre d'une particule moyenné sur l'ensemble des angles d'attaques. Cette intégrale peut être calculée analytiquement (Crusius & Schlickeiser 1986) et l'on obtient,

$$(28.98) \quad R_{\text{syn}}(z) = \frac{z^2}{2} \left[K_{4/3}(z/2) K_{1/3}(z/2) - \frac{3z}{10} (K_{4/3}^2(z/2) - K_{1/3}^2(z/2)) \right]$$

où K_n est la fonction de McDonald d'ordre n (Fonction de Bessel modifiée du second type, voir par exemple Arfken & Weber (2001)). Vu la présence de cette dernière fonction dans le noyau (28.98) celui n'est pas rapidement évaluable d'un point de vue numérique. Mieux vaut alors développer des approximations par morceaux. Celles-ci se déduisent pour partie en considérant les développements limités de Taylor et asymptotiques de $F_{\text{syn}}(x)$ — qui se déduisent eux-mêmes du comportement de la fonction $K_{5/3}(x)$ —

$$(28.99) \quad F_{\text{syn}}(x) = x \int_x^\infty dz K_{5/3}(z) \approx \begin{cases} \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1/3} & , x \ll 1 \\ \left(\frac{\pi x}{2}\right)^{1/2} e^{-x} & , x \gg 1 \end{cases}.$$

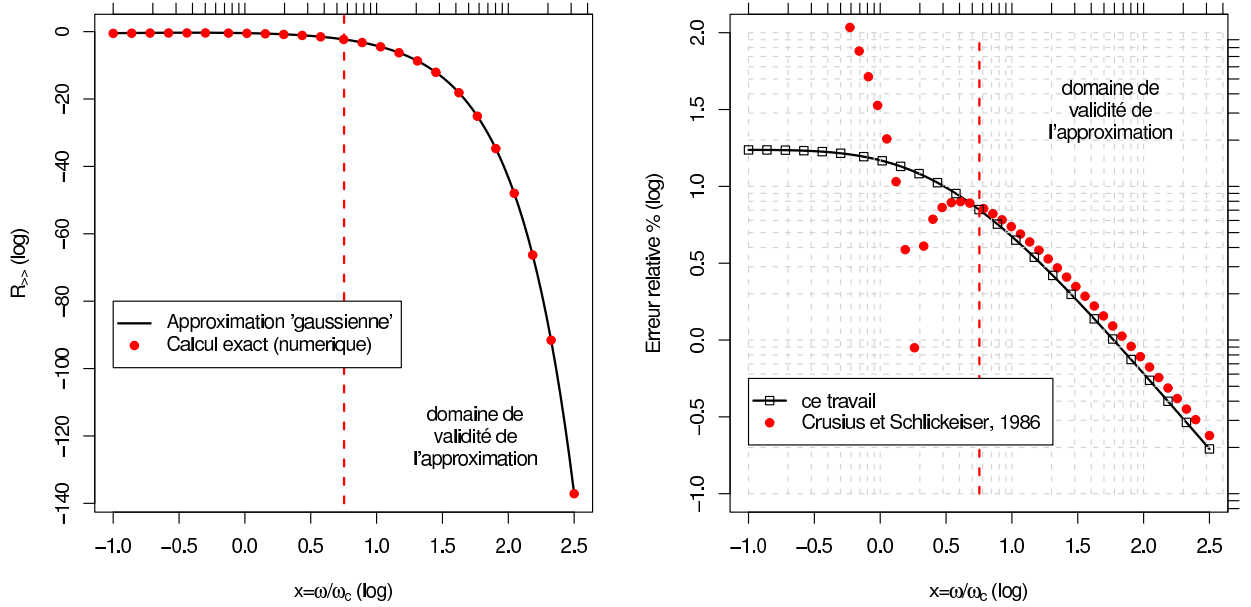


Fig. 28. Approximation du spectre synchrotron dans le régime haute fréquence. À gauche, comparaison de l'approximation gaussienne de $R_{>>}$ (28.105, trait plein) et du calcul exact et de l'expression exacte calculée numériquement (28.101, symboles). À droite, en trait plein, évaluation de l'erreur relative comparée à celle pour l'expression obtenue par Crusius & Schlickeiser (1986).

• **Régime basses-fréquences.** On obtient immédiatement l'approximation bien connue dans le cas $x \ll 1$

$$(28.100) \quad R_{\ll}(x) = \frac{2^{1/3}}{5} \Gamma^2(1/3) x^{1/3} \approx 1.808418 x^{1/3}.$$

• **Régime hautes-fréquences.** Pour $x \gg 1$ on écrit alors

$$(28.101) \quad R_{\gg}(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi x}{2} \right)^{1/2} \int_0^\pi d\theta \sin^{3/2} \theta e^{-x/\sin \theta}.$$

On réécrit la dernière intégrale comme

$$(28.102) \quad \mathcal{I}(x) = \int_0^\pi d\theta \exp(-f_x(\theta)) \quad , \quad f_x(\theta) = \frac{x}{\sin \theta} - \frac{3}{2} \ln(\sin \theta).$$

En remarquant que l'argument $f_x(\theta)$ est symétrique autour de $\theta = \pi/2$ qui est de plus le centre de l'intervalle d'intégration, on pose $\theta = \pi/2 + \varphi$ et l'on développe $f_x(\pi/2 + \varphi) = \tilde{f}_x(\varphi)$ autour de φ ,

$$(28.103) \quad \tilde{f}_x(\varphi) = \frac{x}{\cos \varphi} - \frac{3}{2} \ln(\cos \varphi) \approx x + \frac{\varphi^2}{2} \left(x + \frac{3}{2} \right) + \mathcal{O}(\varphi^3).$$

L'intégrale (28.102) se réécrit alors sur la forme d'une intégrale gaussienne standard,

$$(28.104) \quad \mathcal{I}(x) \approx e^{-x} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi e^{-\varphi^2/2\sigma^2} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\sigma^2} = x + \frac{3}{2}$$

et remarquant que l'argument de l'intégrale est d'autant plus étroit que x est grand, l'intervalle d'intégration peut-être étendue à l'ensemble de la droite réelle dès lors que $x \gg 1$ (L'erreur commise sur l'intégrale est inférieure à 10^{-10} pour $x \geq 3$). On obtient finalement,

$$(28.105) \quad R_{\gg}(x) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2x}{2x+3}} e^{-x}.$$

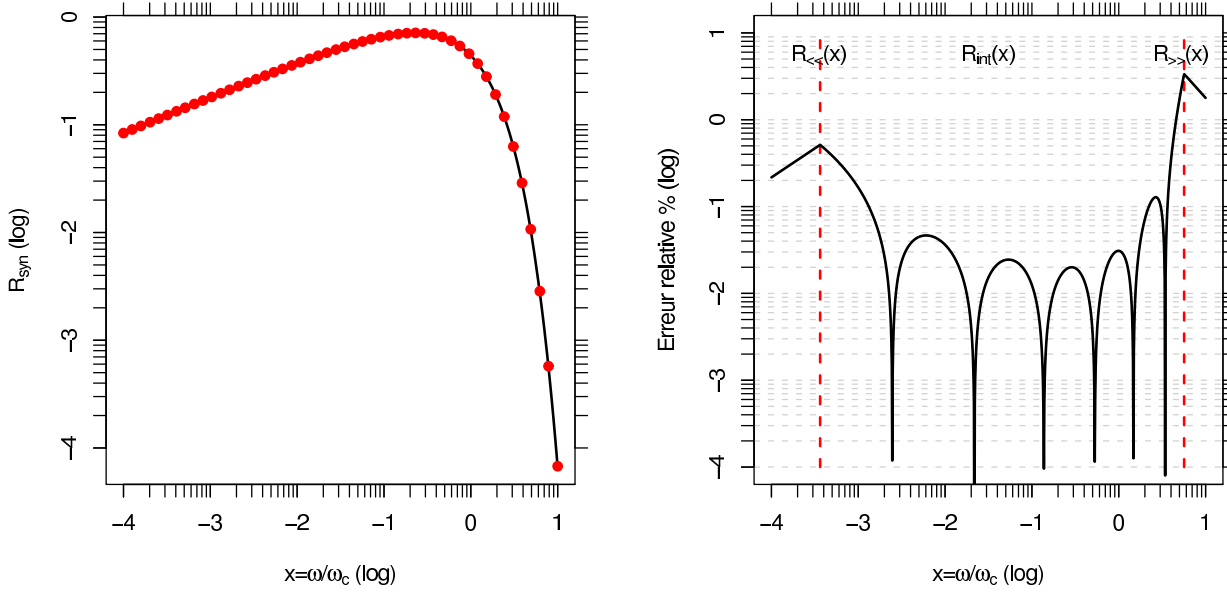


Fig. 29. À gauche, en trait plein, approximation par morceaux du noyau synchrotron moyenné sur les angles d'attaque calculée dans ce travail rassemblant les expressions sur leur domaine respectif (28.100,28.105,28.107) comparées à l'expression exacte (28.98) R_{syn} . À droite, erreur relative ; celle-ci n'excède pas 3.35%

Tab. 4. Coefficients calculés par la méthode des moindres carrés de l'approximation polynômiale (28.107) de l'expression (28.98) R_{syn} .

$a_0 = 0.201\,447 \times 10$
$a_1 = 0.344\,606$
$a_2 = -0.429\,682$
$a_3 = 0.273\,331 \times 10^{-2}$
$a_4 = 0.966\,844$
$a_5 = 0.964\,518$
$\chi^2/dof = 1.27 \times 10^{-5}$
Erreur RMS (%) = 0.05

La comparaison de cette dernière expression avec l'expression (28.101) est donnée figure 28. Cette expression est à rapprocher de celle obtenue dans l'article original de Crusius & Schlickeiser (1986, équation 24)

$$(28.106) \quad R(x) \approx \frac{\pi}{2} e^{-x} \left(1 - \frac{99}{162x} \right).$$

Elles sont identiques à l'ordre zéro.

• **Régime intermédiaire.** Dans le régime intermédiaire, la fonction $R_{\text{syn}}(z)$ se prête assez bien à un ajustement par une fonction du type,

$$(28.107) \quad R_{\text{int}}(x) = a_0(x^{a_1} + a_2x^{2a_1} + a_3x^{3a_1}) \times \exp(-a_4x^{a_5})$$

où la valeurs des coefficients a_i sont reportées dans le tableau 4 et ont été obtenues par une méthode d'ajustement des moindres carrés. Dans ce cas on note que l'erreur RMS est de l'ordre de 0.05 %. L'expression exacte (28.98) R_{syn} ainsi que les diverses approximations (28.100,28.105,28.107) sont représentées figure 29.

§ 29. Emission Compton inverse

Le taux de refroidissement des particules chargées par le processus Compton inverse est donné dans son expression la plus générale par

$$(29.108) \quad \dot{\gamma}_{\text{CI}}(\gamma; t) = \int d\varepsilon_1 \varepsilon_1 \int d\varepsilon \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) n_{\text{syn}}(\varepsilon; t)$$

où $\mathcal{K}_{\text{jones}}$ est le *noyau fondamental de l'interaction Compton Inverse* ou *noyau de Jones* (Jones 1968; Blumenthal & Gould 1970)

$$(29.109) \quad \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) = \frac{3}{4} \frac{c\sigma_{\text{Th}}}{\varepsilon\gamma^2} f(q, \Gamma_\varepsilon) \Theta(q - 1/4\gamma^2) \Theta(1 - q).$$

et où l'on a introduit les quantités auxiliaires,

$$(29.110) \quad \Gamma_\varepsilon = 4\varepsilon\gamma \quad , \quad q = \frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon\gamma(\gamma - \varepsilon_1)}$$

$$(29.111) \quad f(q, \Gamma_\varepsilon) = 2q \ln q + (1 + 2q)(1 - q) + \frac{1}{2} \frac{(\Gamma_\varepsilon q)^2}{1 + \Gamma_\varepsilon q} (1 - q).$$

et $n_{\text{syn}}(\varepsilon; t)$ est la densité différentielle en énergie du champ de photon synchrotron. L'expression (29.108) prend en compte les corrections du régime Klein-Nishina. Le coefficient d'émission Compton inverse est obtenu tout aussi simplement en intégrant le noyau Compton inverse sur le spectre synchrotron, à savoir,

$$(29.112) \quad j_{\text{CI}}(\nu_1; t) = \frac{h}{4\pi} \varepsilon_1 \int \int d\gamma d\varepsilon \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) n_{\text{syn}}(\varepsilon; t) n_{\pm}(\gamma; t)$$

où $\varepsilon_1 = h\nu_1/m_e c^2$. En introduisant le taux différentiel de photons diffusés par une particule de facteur Lorentz γ par unité de temps dans l'intervalle d'énergie réduite ε_1 et $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$

$$(29.113) \quad R_{\text{CI}}(\varepsilon_1, \gamma; t) = \int d\varepsilon \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) n_{\text{syn}}(\varepsilon; t)$$

les expressions (29.108) et (29.112) se réécrivent,

$$(29.114) \quad \dot{\gamma}_{\text{CI}}(\gamma; t) = \int d\varepsilon_1 \varepsilon_1 R_{\text{CI}}(\varepsilon_1, \varepsilon; t) \quad , \quad j_{\text{CI}}(\nu_1; t) = \frac{h\varepsilon_1}{4\pi} \int d\gamma n_{\pm}(\gamma; t) R_{\text{CI}}(\varepsilon_1, \varepsilon; t)$$

Maintenant que l'on a introduit les diverses quantités radiatives pertinentes pour notre problème, je vais m'attacher dans les deux chapitres suivants à décrire de manière précise et quantitative le processus de création de paires par photo-annihilation, que ce soit à l'intérieur de la source que le long du trajet des photons de cette dernière à l'observateur.

6

Processus de création de paires & atténuation intrinsèque

Plan du chapitre

1. Généralité sur le processus de création de paires	67
2. Atténuation intrinsèque à la source	68
§ 30. Opacité à la production de paires	68
§ 31. Atténuation du spectre et transfert radiatif simplifié	70
§ 32. Recyclage des paires produites et cascade électromagnétique	71

1. Généralité sur le processus de création de paires

COMME NOUS L'AVONS DÉJÀ MENTIONNÉ, les photons d'énergie réduite $\varepsilon_1 > 1$ peuvent être absorbés par les photons d'énergie $\varepsilon_2 < 1$ pour former des paires électron-positron. Plus exactement, il faut que dans le référentiel du centre de masse du système photon-photon, l'énergie totale de ceux-ci $\varepsilon_{\text{cm}}^2 = 2\varepsilon_1\varepsilon_2(1 - \mu)$ soit au moins égale à l'énergie de masse d'une paire électron-positron ; cette contrainte permet de définir un *seuil en énergie de création de paires* en fonction de l'énergie individuelle initiale de chacun des photons, à savoir,

$$(29.115) \quad \varepsilon_{\text{cm}}^2 \geq 2^2 \implies \varepsilon_1\varepsilon_2 \geq \frac{2}{1 - \mu}.$$

Dans l'expression précédente, $\mu = \cos \theta$ le cosinus de l'angle de collision. Pour un choc frontal ($\mu = -1$) on obtient alors, $\varepsilon_1\varepsilon_2 \geq 1$.

La section efficace total de ce processus vaut (Gould & Schröder 1967; Coppi & Blandford 1990),

$$(29.116) \quad \sigma(\beta) = \frac{3\sigma_{\text{th}}}{16}(1 - \beta^2) \left[(3 - \beta^4) \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 2\beta(2 - \beta^2) \right]$$

où $\beta \equiv \beta(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \mu) = (1 - 2/\varepsilon_1\varepsilon_2(1 - \mu))^{1/2}$ est la vitesse relative des paires dans le référentiel du centre de masse. Cette section efficace représentée figure 30, montre un maximum pour $\beta = \sqrt{2}/2$, soit en fonction de l'énergie réduite des deux photons,

$$(29.117) \quad \varepsilon_1\varepsilon_2 = \frac{4}{1 - \mu}$$

soit toujours pour un choc frontal, $\varepsilon_1 \varepsilon_2 = 2$. En introduisant les échelles typiques d'énergie qui nous intéressent, cette condition peut s'écrire

$$(29.118) \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{ce} E_1}{2m_e c^2} = 2.37 \mu\text{m} \frac{E_1}{\text{TeV}} \quad \text{ou} \quad E_2 = 0.52 \text{eV} \left(\frac{E_1}{\text{TeV}} \right)^{-1}$$

où $\lambda_{ce} = h/m_e c$ est la longueur d'onde Compton. Ainsi un gamma d'énergie de l'ordre du TeV, interagit préférentiellement avec les photons dans l'infrarouge proche et ce, près du seuil de production de paires. Il existe deux sources de photons basse énergie pouvant potentiellement participer à la production de paires, et dans chacun des cas, les conséquences et le traitement sont radicalement différents. La première et la plus évidente est le champ de rayonnement synchrotron de la source elle-même. Dans ce cas, ce processus contribue d'une part à atténuer la partie haute énergie de la distribution spectrale en énergie et d'autre part participe à une nouvelle source de paires à l'intérieur de la zone d'émission. On parlera par la suite de *processus intrinsèque de production de paires* et d'*atténuation intrinsèque* à la source. Deuxièmement, les photons gammas qui ont réussi à s'échapper de la source peuvent alors interagir avec ceux du *fond cosmique diffus infrarouge* (DIRB ou CIB suivant les acronomies anglo-saxons) lors de leur périple entre la source et l'observateur (Gould & Schröder 1966, 1967). C'est la généralisation de l'effet GZK (Greisen 1966; Zatsepin & Kuz'min 1966) pour les photons sur la composante infrarouge du fond diffus et non plus seulement sur le fond à 3 K. Il en résulte alors, comme dans le cas précédent, une déplétion du nombre de photons gammas et une atténuation subséquente de la partie haute énergie du spectre. Dans ce cas on parlera d'*atténuation extrinsèque* par le CIB. Ce fond diffus correspond au rayonnement extra-galactique s'étalant de l'optique jusqu'au sub-millimétrique et traçant l'histoire de la formation et de l'évolution des structures de l'Univers depuis le découplage de la matière et du rayonnement qui suivit le *Big-Bang*. Je reviendrai sur ces points plus en détails dans le chapitre suivant.

2. Atténuation intrinsèque à la source

Comme je l'ai déjà indiqué dans le début de ce chapitre, la première conséquence du processus de création de paires est l'atténuation du spectre gamma de très haute énergie. Il faudra donc corriger le spectre observé de cette atténuation pour retrouver le spectre réel de la source. Malheureusement, comme nous le verrons, cette atténuation n'est pas encore très bien déterminée et une partie de l'incertitude des modèles proviendra de la méconnaissance de cette correction.

§ 30. Opacité à la production de paires

Étant donné un milieu d'épaisseur élémentaire $d\ell$ baigné par un champ de photons de densité par bande d'énergie réduite $d\varepsilon_2$ autour de ε_2 et par unité d'angle solide $n_{ph}(\varepsilon_2, \Omega)$, la probabilité d'interaction d'un photon de haute énergie ou *opacité à la création de paires* $\tau_{\gamma\gamma}$ par unité de longueur vaut

$$(30.119) \quad \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_1) = \int d\varepsilon_2 d^2\Omega (1 - \mu) \sigma(\beta) n_{ph}(\varepsilon_2, \Omega)$$

Dans le cas où la densité en photons mous est isotrope dans le référentiel de la source, l'intégrale précédente devient séparable, de telle sorte que l'on peut écrire,

$$(30.120) \quad \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_1) = \frac{1}{c} \int d\varepsilon_2 n_{ph}(\varepsilon_2) \mathcal{R}_{pp}(\varepsilon_1 \varepsilon_2)$$

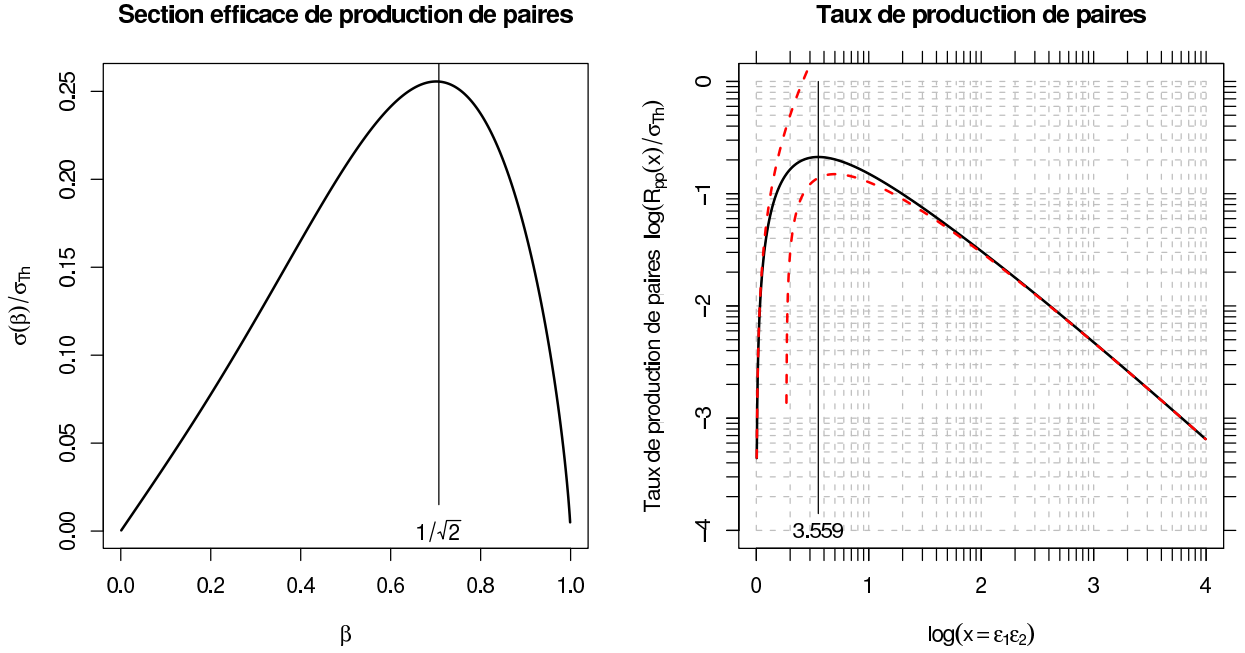


Fig. 30. À gauche, section efficace totale du processus de production de paires en fonction de la vitesse réduite relative des paires dans le référentiel barycentrique. Celle-ci présente un maximum pour $\beta = 1/\sqrt{2}$ près du seuil de production, conduisant à la règle de sélection (29.118) en fonction de l'énergie des photons interagissant. À droite, taux de production de paires moyenné sur les angles \mathcal{R}_{pp} en fonction du produit des énergies réduites des deux photons. Le maximum de cette fonction diffère légèrement de celui déduit auparavant de la section efficace conduisant cette fois à la règle (30.125). Aussi représenté en pointillés, les comportements près du seuil (30.126) et asymptotique (30.127).

où $\mathcal{R}_{pp}(x)$ est le *taux de création de paires* moyenné sur les angles (cm³/s) et que l'on peut analytiquement déterminer

$$(30.121) \quad \begin{aligned} \mathcal{R}_{pp}(x) &= c \int_{-1}^{\mu_{\text{crit}}} d\mu \frac{1-\mu}{2} \sigma(\beta) \quad , \quad \mu_{\text{crit}} = \max(-1, 1 - 2/x) \\ &= \frac{3}{4} \frac{c\sigma_{\text{th}}}{x^2} \psi \left(\frac{1 + \sqrt{1 - 1/x}}{1 - \sqrt{1 - 1/x}} \right) \Theta(x - 1) \end{aligned}$$

après avoir introduit la fonction auxiliaire,

$$(30.122) \quad \begin{aligned} \psi(u) &= -\frac{1}{2} \ln^2(u) + \left[\frac{2u(2+u)}{(u+1)^2} + \frac{u}{4} - \frac{2u}{u+1} + 2\ln(1+u) - \frac{1}{2} + \frac{1}{4u} \right] \ln(u) \\ &\quad + 2\text{dilog}(u+1) - \frac{u}{2} + \frac{1}{2u} - \frac{2}{1+u} + 1 + \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

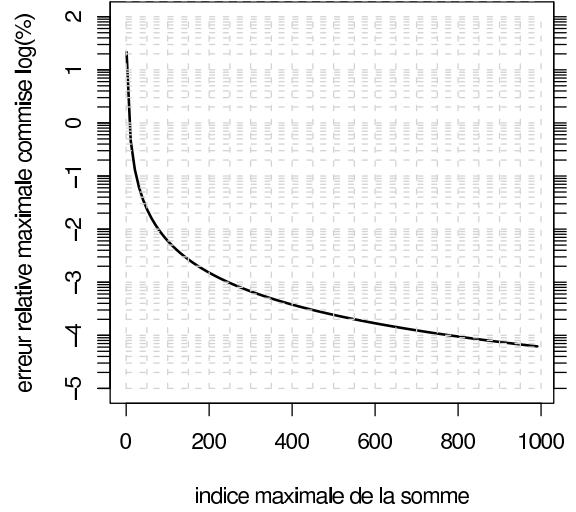
et la fonction spéciale *dilogarithme* (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964),

$$(30.123) \quad \text{dilog}(x) = - \int_1^x du \frac{\ln(u)}{u-1}$$

$$(30.124) \quad = -\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} \ln^2(x-1) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} (x-1)^{-k}, \quad x > 1.$$

La fonction $\mathcal{R}_{pp}(x)$ admet un maximum $x_{\text{max}} = \varepsilon_1 \varepsilon_2$ que l'on peut déterminer numériquement et qui vaut $x_{\text{max}} \approx 3.559$. Comme dans le cas de la section efficace, on peut exprimer en fonction de l'énergie ou de la longueur d'onde de chacun des photons protagonistes cette dernière condition

Fig. 31. Erreur relative maximale commise par troncature de la série (30.124) à l'ordre n (en abscisse) pour l'évaluation de la fonction spéciale dilogarithme.



:

$$(30.125) \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{ce} E_1}{x_{max} m_e c^2} = 1.33 \mu\text{m} \frac{E_1}{\text{TeV}} \quad \text{ou} \quad E_2 = 0.93 \text{eV} \left(\frac{E_1}{\text{TeV}} \right)^{-1}.$$

Cette fonction peut être développée en série près du seuil $x \rightarrow 1$ d'une part, et asymptotiquement ensuite lorsque $x \gg 1$. On retrouve alors les limites bien connues (voir par exemple Coppi & Blandford (1990)),

$$(30.126) \quad \mathcal{R}_{pp}(x) = \frac{\sigma_{th}}{2} (x-1)^{3/2} + \mathcal{O}((x-1)^2),$$

$$(30.127) \quad \mathcal{R}_{pp}(x) = \frac{3\sigma_{th}}{4} \frac{\ln x}{x} + \frac{3}{4x} [\ln(4) - 2] + \mathcal{O}(1/x^2),$$

Il existe des approximations plus ou moins simples dans la littérature astrophysique de cette fonction, construites la plupart par interpolation des deux cas limites précédents (Coppi & Blandford 1990). Ici, dans le cadre de ce travail et d'un point de vue numérique, j'ai fait le choix pour implémenter la fonction (30.121), de la "tabuler" sur une grille suffisamment fine et d'interpolier les valeurs intermédiaires et cela afin de minimiser au mieux l'erreur.

§ 31. Atténuation du spectre et transfert radiatif simplifié

Le but de cette section est de calculer de manière exacte la contribution à l'atténuation du spectre du processus de création de paires. Pour cela, il est utile voire nécessaire d'évaluer la probabilité qu'un photon de haute énergie de pouvoir s'échapper loin de la source. Cette dernière peut se calculer en considérant l'équation usuelle de transfert radiatif,

$$(31.128) \quad \frac{dI_\nu}{d\ell} = -\alpha_\nu(\ell) I_\nu + j_\nu(\ell) \quad \text{ou} \quad \frac{dI_\nu}{d\tau} = S_\nu(\ell) - I_\nu(\ell)$$

où l'on a introduit dans la relation précédente l'épaisseur optique $\tau(\ell) = \int_0^\ell du \alpha_\nu(u)$ et $S_\nu(\ell)$ la fonction source comme le rapport des coefficients d'émission et d'absorption $j_\nu(\ell)/\alpha_\nu(\ell)$. La probabilité pour un photon gamma d'énergie réduite $\varepsilon = h\nu/m_e c^2$ de créer des paires en traversant un "nuage de photons de basse énergie" est caractérisée par la densité différentielle en énergie $n_X(\varepsilon_2)$,

$$(31.129) \quad \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon) = c \int d\varepsilon_2 n_X(\varepsilon_2) \mathcal{R}_{pp}(\varepsilon\varepsilon_2)$$

où $\mathcal{R}_{pp}(x)$ est le *taux de production de paires* (30.121). Formellement, la quantité $d\tau_{\gamma\gamma}/d\ell$ peut être assimilée à un coefficient 'moyen' d'absorption $\langle \alpha_\nu \rangle$ causé par cette production de paires.

En supposant que le coefficient d'absorption $\alpha_\nu(\ell)$ est constant dans la source et vaut $\langle \alpha_\nu \rangle$, et en remarquant qu'en l'absence d'absorption on a $I_{\nu,0} = R \langle j_\nu \rangle$ en bord de source, on obtient que la fonction source de l'équation de transfert de rayonnement est constante et s'écrit,

$$(31.130) \quad S_\nu \approx \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} = \frac{I_{\nu,0}}{\tau_{\gamma\gamma}(\nu)} \quad \text{où} \quad \tau_{\gamma\gamma}(\nu) = \int_0^R d\ell \alpha_\nu(\ell) \approx R \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\nu).$$

Dans ce cas, la solution de l'équation de transfert dans la source s'écrit moyennant la condition au centre de la source $I_\varepsilon(\tau = 0) = 0$,

$$(31.131) \quad I_\varepsilon(\tau) = -\frac{I_{\varepsilon,0}}{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon)} e^{-\tau} + \frac{I_{\varepsilon,0}}{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon)} = \frac{I_{\varepsilon,0}}{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon)} (1 - e^{-\tau})$$

où $\tau(\ell)$ ($0 \leq \ell \leq R$) l'épaisseur optique s'écrit comme $\tau(\ell) = \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon) \times (\ell/R)$ et soit en sortie de la source, par définition,

$$(31.132) \quad I_\varepsilon = I_{\varepsilon,0} \frac{1 - e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon)}}{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon)}$$

Une fois que ces photons "survivants" se sont échappés de la source, ils peuvent continuer à créer des paires sur les photons mous, qui ne sont pas physiquement confinés dans la source au contraire des particules. Si on suppose que ce processus a lieu sur la même taille caractéristique R et suivant la même opacité, on obtient un facteur d'atténuation supplémentaire en $e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\nu)}$ similaire à la loi de Beer-Lambert en optique (Marcowith *et al.* 1995). Notons que ce dernier facteur a été incorrectement omis par beaucoup d'auteurs. Finalement, loin de la source, le signal est atténué suivant la loi,

$$(31.133) \quad I_\nu(\nu) = I_{\nu,0} \mathcal{C}_{\text{abs}}(\varepsilon) = I_{\nu,0} \left(\frac{1 - e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\nu)}}{\tau_{\gamma\gamma}(\nu)} \right) e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\nu)},$$

soit autrement dit la probabilité qu'un photon gamma d'énergie ε de s'échapper loin de tout processus de création de paires induit par la source vaut,

$$(31.134) \quad \mathcal{P}_{\text{esc}}(\varepsilon) = \left(\frac{1 - e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\nu)}}{\tau_{\gamma\gamma}(\nu)} \right) e^{-\tau_{\gamma\gamma}(\nu)}$$

On en déduira bien évidemment la probabilité d'absorption d'un même photon gamma comme $\mathcal{P}_{\text{abs}}(\nu) = 1 - \mathcal{P}_{\text{esc}}(\nu)$. Par la suite on introduira le coefficient d'atténuation de la source $\mathcal{C}_{\text{abs}}(\nu; t)$ comme étant égale à $\mathcal{P}_{\text{esc}}(\nu; t)$.

§ 32. Recyclage des paires produites et cascade électromagnétique

Nous avons vu que les photons gammas d'énergie réduite ε interagissent préférentiellement avec les photons mous d'énergie $1/\varepsilon$ pour créer une paire électron-positron. Ce mécanisme de production de paires peut être écrit formellement comme

$$(32.135) \quad \text{phot}(\varepsilon) + \text{phot}(1/\varepsilon) \xrightarrow{\text{pp}} e^+(\gamma) + e^-(\gamma)$$

Dès lors que $\varepsilon \gg 1$, la conservation de l'énergie implique $2\gamma = \varepsilon + 1/\varepsilon \approx \varepsilon$, autrement dit, à un photon d'énergie ε on associe la création de deux particules, toutes deux d'énergie $\gamma = \varepsilon/2$. Les nouvelles paires créées vont à leur tour émettre un champ de rayonnement synchrotron et Compton inverse de seconde génération. Ainsi un photon d'énergie initiale ε va contribuer via la paire d'énergie $\gamma = \varepsilon/2$, à la génération de photons d'énergie deux fois moindre par diffusion Compton dans la limite du régime Klein-Nishina. Ce nouveau champ de rayonnement va pouvoir lui aussi être à l'origine de la création de nouvelles paires et par suite, d'un champ de photons de troisième génération, *etc.* On parle alors de *cascade électromagnétique de paires*,

un photon d'énergie réduite ε étant susceptible de générer des champs subséquents d'énergies caractéristiques $\varepsilon/2, \varepsilon/4, \dots, \varepsilon/2^n$. Dans le cas du processus SSC, la densité de photons mous augmentant du fait de l'émission synchrotron des nouvelles paires, l'opacité du processus de création de paires tend naturellement à augmenter. On voit que ce mécanisme est hautement non-linéaire. Dans le cas où les paires créées sont réaccélérées, il peut conduire à une production catastrophique de paires, mais nous reviendrons sur ce point plus tard.

Pour une distribution de photons isotropes dans le référentiel de la source, le taux de production de celles-ci s'écrit en fonction du coefficient d'émission j_ν , $\dot{n}(\nu) = 4\pi j_\nu(\nu)/h\nu$. Ainsi, le taux de photons absorbés et intervenant dans le processus de création de paires vaut

$$(32.136) \quad \dot{n}_{\text{abs}}(\nu) = 4\pi \frac{j_\nu(\nu)}{h\nu} \mathcal{P}_{\text{abs}}(\nu).$$

On déduit alors des considérations précédentes que le taux de production de paires par bande d'énergie réduite élémentaire $d\gamma$ centrée autour γ s'exprime par:

$$(32.137) \quad \dot{n}_{\pm}^{\text{prod}}(\gamma) = 2\dot{n}_{\text{abs}}(\varepsilon = 2\gamma) = \frac{8\pi m_e c^2}{h^2} \left[\frac{j_\nu(\nu)}{\nu} \mathcal{P}_{\text{abs}}(\nu) \right]_{\nu=2\gamma m_e c^2/h}$$

La densité totale de paires créées par unité temps est obtenue immédiatement par intégration,

$$(32.138) \quad \dot{n}_{\pm}^{\text{prod}} = \int d\gamma \dot{n}_{\pm}^{\text{prod}}(\gamma) = \frac{8\pi}{h} \int \frac{d\nu}{\nu} j_\nu(\nu) \mathcal{P}_{\text{abs}}(\nu).$$

• **Régime saturé.** Lorsque $\mathcal{P}_{\text{abs}}(\nu) = 1$, on parle alors de régime saturé, tous les photons gammas à la fréquence ν contribuant à créer de nouvelles paires. Bonometto & Rees (1971) ont montré que dans ce régime, on obtient une solution permanente du spectre en énergie des particules en γ^{-3} . Considérant une injection continue de particules $Q_{\text{inj}}(\gamma)$, la création de paires bien entendue empêche la conservation de la densité en particules (conduisant rappelons le à une solution permanente du type γ^{-2}). La bonne quantité à conserver dans ce cas est l'énergie totale des paires injectées, qui ne fait que de se redistribuer du fait des pertes par rayonnement et de la cascade électromagnétique. Dans ce cas, on peut écrire,

$$(32.139) \quad \frac{\partial}{\partial \gamma} \dot{\gamma}(\gamma; t) \gamma n_{\pm}(\gamma; t) = \gamma Q_{\text{inj}}(\gamma) \quad \Rightarrow \quad n_{\pm}(\gamma; t) \propto \frac{1}{\gamma^3} \int_{\gamma} du u Q_{\text{inj}}(u)$$

conduisant à un spectre Compton inverse en $F_\varepsilon \propto \varepsilon^{-1}$ contrairement au cas sans (ou à faible) production de paires en $F_\varepsilon \propto \varepsilon^{-1/2}$.

Atténuation par le fond cosmique infrarouge

Plan du chapitre

1. Introduction	73
2. Halo de paires	74
3. Atténuation du signal gamma	76
4. Observations dans l'Univers local	78
5. Modélisation	79
6. Calcul pratique de l'opacité	80
§ 33. Opacité	80
§ 34. Calcul numérique	81
§ 34.1. Influence de la méconnaissance de la vallée infrarouge	82
§ 34.2. Évolution en fonction de la distance de l'objet	82
§ 34.3. Influence de la méconnaissance du paramètre de Hubble	83

1. Introduction

Le *fond lumineux cosmique* (EBL⁴) représente l'émission intégrée par l'ensemble des galaxies sur l'ensemble de l'histoire de l'Univers. Par CIB ou *fond diffus infrarouge*, on entendra la partie de l'EBL comprise essentiellement entre 1 et 1000 μm et l'on exclura alors la composante du fond *micro-onde cosmologique* (CMB) à 2.735 K. Celle-ci correspond au bain de photons fossiles dans lequel nous baignons depuis l'époque du découplage matière/rayonnement ($z \sim 1100$) coïncidant à la formation des premiers atomes stables. La distribution spectrale de la densité de photons suit une loi de corps noir dont l'évolution de la température — due à l'expansion de l'Univers — suit la loi $T(z) = (1 + z)T(z = 0)$.

Le champ de rayonnement du CIB est le résultat de la dégradation, en terme d'énergie, de photons plus énergétiques, soit par le simple effet de décalage vers le rouge (vues les échelles cosmologiques considérées), soit par la ré-émission thermique de la poussière chauffée. L'origine des photons primaires plus énergétiques est diverse ; elle peut être stellaire (la source d'énergie primaire étant la nucléosynthèse stellaire), galactique, due à l'émission propre du noyau (énergie gravitationnelle relâchée lors de l'accrétion par le rayonnement du disque et du milieu environnant,...), décroissance de particules, *etc.* La distribution spectrale en énergie

⁴Pour *Extragalactic Background Light*

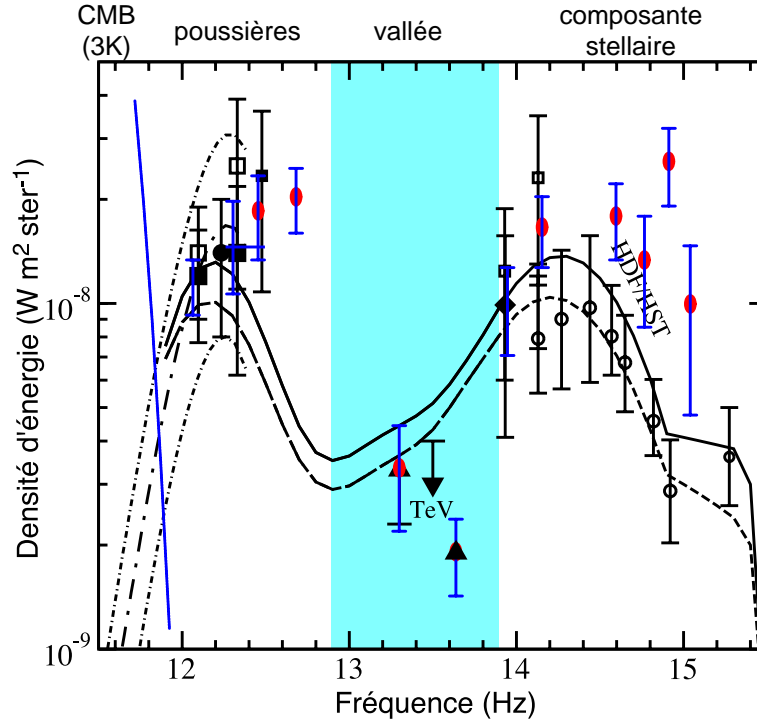


Fig. 32. Distribution spectrale en énergie (SED) typique du cosmique infrarouge (CIB ou DIrB). Le spectre fait apparaître clairement deux composantes distinctes. À haute fréquence, celle-ci s'explique par la luminosité intégrée des étoiles (composante stellaire). À plus basse énergie, le rayonnement d'origine thermique est attribué aux poussières échauffées. Entre les deux, une zone appelée couramment la vallée (entre 4 et 40 μm environ) qui est responsable de l'absorption des gammas entre 1 et 10 TeV. Le niveau de cette zone est relativement mal défini. La courbe supérieure en trait continu gras est le résultat du modèle de Malkan & Stecker (2001). Figure adaptée de Jager & Stecker (2002).

du CIB peut être globalement décrite par deux bosses distinctes (voir figure 32) ; l'une dans l'infrarouge proche (1 – 2 μm) est principalement d'origine stellaire (émission décalée vers le rouge), tandis que la seconde composante pointant dans l'infrarouge lointain (100 – 200 μm) est attribuée à la ré-émission thermique des poussières (Hauser & Dwek 2001). Ces deux bosses sont séparées par une *vallée* autour de 10 μm dont la profondeur est mal contrainte par les observations et les modèles (il existe deux limites supérieures obtenues par ISOCAM à respectivement 7 et 15 μm , Altieri *et al.* (1999)) et est sensible à la manière dont les poussières échauffées redistribuent le rayonnement stellaire. Par la suite, par vallée je désignerai la zone comprise entre 4 et 40 μm . Ce choix reste bien sûr arbitraire. Cette région est responsable majoritairement de l'absorption des photons entre 1 et 10 TeV pour des objets proches. Les gammas d'énergie $E < 1$ TeV sont essentiellement absorbés par les photons infrarouge de la composante stellaire tandis qu'à l'inverse au delà de 10 TeV, c'est la composante de poussières qui domine l'absorption de ces gammas.

2. Halo de paires

Cette composante de rayonnement conduit donc à l'atténuation du signal gamma due à la déplétion subséquente au processus de création de paires. Ces nouvelles paires créées peuvent *a priori* contribuer à l'émission d'une nouvelle composante de rayonnement gamma par diffusion Compton inverse sur les photons du fond infrarouge comme sur celui du fond cosmologique et ainsi initier une cascade de paires tant que l'opacité du milieu aux photons de haute énergie le permet (Aharonian *et al.* 1994). Ce problème est tout à fait analogue à celui du transport des

rayons cosmiques en champ magnétique chaotique. L'ingrédient essentiel de ce processus est la valeur du champ magnétique et surtout son "degré de cohérence", que l'on mesure ou plutôt que l'on présente habituellement à l'aide du paramètre $\eta = \langle \delta B^2 \rangle / B^2$ qui représente la part d'énergie magnétique stockée dans la partie turbulente vis-à-vis de celle de la composante moyenne ordonnée.

Dans un champ magnétique chaotique, les particules vont subir de multiples déflexions sur les irrégularités magnétiques entraînant une diffusion de l'angle d'attaque, une diffusion spatiale (le long et perpendiculairement à la composante moyenne ordonnée) ainsi qu'en énergie. Cette dernière sera négligée par la suite. Si le champ est suffisamment désorganisé, la diffusion en angle d'attaque va permettre aux particules de s'isotropiser et de diffuser transversalement. On peut alors s'attendre à la formation d'un halo de paires (Aharonian *et al.* 1994) dont l'émission Compton inverse serait par conséquent elle aussi isotrope. Afin d'estimer cet effet, il est bon de comparer, le temps de diffusion de l'angle d'attaque t_s , vis-à-vis du temps caractéristique de refroidissement de la particule t_c . Ce dernier est donné par la formule usuelle,

$$(32.140) \quad t_c^{-1}(E) = \frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e^2 c^3} W_{\text{soft}} E \quad \longrightarrow \quad t_c(E) = \frac{10^{13} \text{ sec}}{(1+z)^4} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-1},$$

W_{soft} étant la densité d'énergie du champ de photons mous, que l'on prendra ici égale à celle du fond de rayonnement cosmologique valant $W_{\text{CMB}} = a(1+z)^4 T^4 = 3.97 \cdot 10^{-13} \text{ erg/cm}^3 (1+z)^4$. Le temps caractéristique de diffusion de l'angle d'attaque d'une particule ultra-relativiste ($\beta \sim 1$) est donné de manière générale par la fonction de diffusion $g(\rho, \eta) = t_L/t_s$ dépendant des caractéristiques de la particule et de celle du champ, par l'intermédiaire de la rigidité $\rho = 2\pi r_L / L_{\text{max}}$ et du niveau de turbulence η (Casse *et al.* 2002)

Dans ce qui précède L_{max} représente l'échelle maximum de la turbulence ou, à un facteur numérique de l'ordre de l'unité près, à la longueur de cohérence du champ magnétique. Les diverses estimations faites jusqu'ici utilisent l'hypothèse simplificatrice d'un régime de diffusion de Bohm dont la justification est purement phénoménologique. Celui-ci correspond à $g(\rho, \eta) = 1/3$ et prescrit un coefficient de diffusion transverse D_{\perp} égale à celui de diffusion parallèle D_{\parallel} . En s'appuyant sur des simulations, Casse *et al.* (2002) ont montré que tout ceci n'était valable dans le cas où $\eta \rightarrow 1$ et $0.1 \leq \rho \leq 1$ et donc peu adapté, pour ne pas dire pas du tout, au problème de la diffusion en champ magnétique chaotique. Ici, je m'appuierai sur les travaux de ces auteurs. La rigidité de la particule peut s'écrire après avoir introduit des quantités numériques typiques

$$(32.141) \quad \rho = 7 \cdot 10^{-15} \left(\frac{L_{\text{max}}}{\text{Mpc}} \right) \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right) \left(\frac{B}{1\text{G}} \right)^{-1}$$

tandis que pour le temps caractéristique de diffusion nous avons,

$$(32.142) \quad t_s = \frac{t_L}{g(\rho, \eta)} \approx 0.07 \text{ sec } g^{-1}(\rho, \eta) \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right) \left(\frac{B}{1\text{G}} \right)^{-1} = 10^{13} \text{ sec } \frac{\rho}{g(\rho, \eta)}.$$

Dans ce cas, la condition d'isotropisation $t_c \gg t_s$ s'écrit

$$(32.143) \quad B \gg B_c = 7 \cdot 10^{-15} G \frac{(1+z)^4}{g(\rho, \eta)} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^2$$

permettant de définir une valeur critique minimale du champ magnétique. Dans le même temps on peut estimer la formation d'un halo de paires de taille caractéristique $d_h^2 \approx 2t_c D_{\perp}$ à partir de la diffusion transverse à la composante ordonnée du champ magnétique. Si celle-ci est trop faible, l'émission restera focalisée et se superposera à l'émission du blazar et dans le cas extrême contraire, une trop grande diffusion diluera entièrement l'émission des paires. Pour $\rho < 1$, on a

$D_{\perp} = 0.2\eta^{2.3}D_{\parallel}$ si $\eta \leq 0.5$ et $D_{\perp} = D_{\parallel}$ si $\eta \rightarrow 1$ avec $D_{\parallel} = c^2t_s/3 = cr_L/3g(\rho, \eta)$ (Giacalone & Jokipii 1999; Casse *et al.* 2002). Soit numériquement,

$$(32.144) \quad d_h^2 = 7 \cdot 10^{32} \frac{\mathcal{A}}{g(\rho, \eta)(1+z)^4} \left(\frac{B}{1G} \right)^{-1} \quad \text{avec} \quad \mathcal{A} = \begin{cases} 0.2\eta^{2.3} & \text{si } \eta \leq 0.5 \\ 1 & \text{si } \eta \rightarrow 1 \end{cases}$$

et en introduisant la valeur critique (32.143) on peut en déduire une limite supérieure de la taille du halo,

$$(32.145) \quad d_h \ll d_{h,\max} = 0.1 \text{ Mpc} \frac{\mathcal{A}^{1/2}}{(1+z)^4} \left(\frac{E}{\text{TeV}} \right)^{-1}$$

Les mesures de la valeur du champ magnétique intergalactique (IGMF par la suite) restent très incertaines, une limite supérieure semblant se dégager aux alentours de $10^{-8} - 10^{-9}G$ avec une longueur de cohérence de l'ordre du Mpc par les mesures de rotation Faraday (Vallee 1990; Kronberg 1994) mais certains modèles théoriques prédisent $10^{-20}G$ voir $10^{-29}G$ (Kulsrud 1999).

Anchordoqui *et al.* (2001) déduisent une limite inférieure à $10^{-8}G$ pour l'environnement extragalactique local. Pour une revue complète sur ces problèmes, je renvoie le lecteur à la revue de Widrow (2002). Dans le premier cas, pour un milieu totalement turbulent ($\eta \approx 1$) une particule de 1 TeV a une rigidité faible, $\rho = 7 \cdot 10^6 \ll 1$. Ceci correspond à une valeur pour la fonction de diffusion de $g \approx 1.1 \cdot 10^{-3}$ soit un champ magnétique critique de l'ordre de $B_c \approx 6 \cdot 10^{-12} \ll 10^{-9}G$. Dans ce cas, la formation d'un halo de paires d'un taille de l'ordre de 0.1 Mpc est plausible. L'émission de ce dernier, essentiellement dans le GeV, sera elle aussi majoritairement isotrope et sa contribution minoritaire vis-à-vis de l'émission globale focalisée du blazar (Aharonian *et al.* 1994, 2001). Dans le cas d'un champ très faible ($10^{-16} - 10^{-20}G$), l'émission peut rester focalisée la diffusion devenant très peu efficace, la rigidité de la particule devenant très grande (typiquement $\rho \sim 10^5$ pour une particule de 1 TeV). Mais bien que focalisée, certains modèles prédisent une émission au GeV pouvant largement dominer la composante SSC des blazars du TeV (Dai *et al.* 2002; Fan *et al.* 2004). Avec l'amélioration de la sensibilité des instruments aussi bien Cerenkov ainsi que des expériences spatiales haute énergie, la détection ou non-détection de tel halo de paires devrait permettre, d'apporter des contraintes importantes sur l'intensité de IGMF.

3. Atténuation du signal gamma

Sans plus d'indication sur cette dernière, on se place dans l'hypothèse où l'émission de photons secondaires est négligeable. Dans ce cas, on montre que le flux observé monochromatique $F^{\text{obs}}(\varepsilon_0; z_s)$ d'une source ayant un décalage vers le rouge z_s est relié à son flux intrinsèque $F^{\text{int}}(\varepsilon_0)$ par la relation usuelle,

$$(32.146) \quad F^{\text{obs}}(\varepsilon_0; z_s) = F^{\text{int}}(\varepsilon_0) \cdot \exp[-\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0; z_s)]$$

où le terme d'opacité d'un gamma d'énergie ε_0 mesurée par l'observateur est obtenu en intégrant la quantité différentielle $d\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z)/dz$ le long du chemin optique des photons depuis la source. Formellement on a,

$$(32.147) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0; z_s) = \int_0^{z_s} dz \left| \frac{d\ell}{dz} \right| \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z) \quad , \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{1+z}$$

où $d\ell/dz$ est l'élément de distance comobile donné par,

$$(32.148) \quad \left| \frac{d\ell}{dz} \right| = \frac{c}{H(z)} = \frac{c}{H_0(1+z)} [(1+z)^2(1+\Omega z) - z(2+z)\Omega_{\Lambda}]^{-1/2},$$

$\Omega = \rho_M/\rho_{\text{crit}}$ est la densité de masse normalisée de l'univers à l'instant présent et $\Omega_{\Lambda} = \Lambda/3H_0^2$ est la constante cosmologique (sans dimension). Par la suite, on supposera un Univers dominé

par la matière avec $\Omega = 1$ et avec une constante cosmologique nulle, $\Omega_\Lambda = 0$ (Univers de Einstein–De Sitter). L'opacité différentielle devient alors une grandeur locale dépendant alors du décalage vers le rouge, à cause de la variation de la densité et de l'énergie des photons du CIB subissant l'expansion de l'univers. On écrira alors,

$$(32.149) \quad \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z) = \int d\varepsilon_2 d^2\Omega \sigma(\beta) n_{\text{CIB}}(\varepsilon_2, \Omega; z) (1 - \mu)$$

Le problème de l'atténuation par les photons du fond diffus infrarouge peut être abordé de deux manières différentes. Historiquement, ce problème fut évoqué dans les années 60 par Nikishov (1961), Gould & Schröder (1966, 1967) et Jelley (1966) qui firent remarquer la possibilité pour des photons de haute énergie d'être atténués par le processus de création de paires sur les photons de basse énergie. Que ce soit à partir des différentes observations directes ou à partir de résultats de modèles, l'estimation de la densité de photon du CIB permet d'obtenir une estimation de l'opacité à la création de paires d'un gamma en fonction de la distance (ou du décalage vers le rouge) de la source. Il est clair que l'atténuation est d'autant plus importante que la source est à grand z_s , le temps de trajet du photon depuis la source étant plus grand, et la densité étant elle aussi plus importante dans le passé.

Par la suite, avec le développement des techniques d'observation Cerenkov et la possibilité d'observation de SED au delà du TeV, Stecker *et al.* (1992) proposèrent d'utiliser le rayonnement des objets blazars émetteurs au TeV comme sonde pour l'étude du CIB. Cette première étude, que l'on pourrait qualifier d'historique, a été réalisée sur le blazar rouge 3C 279. Au premier ordre et pour les sources relativement proches, on peut considérer que l'atténuation du spectre suit une loi exponentielle du type (Aharonian *et al.* 1999; Vassiliev 2000)

$$(32.150) \quad F^{\text{obs}}(E_0; z_s) = F^{\text{int}}(E_0) \cdot \exp - \left(\frac{E_0}{E_c(z_s)} \right)^{1+\alpha}, \quad z_s \ll 1$$

où $E_c(z)$ est une énergie de coupure caractéristique, dépendant entre autre du décalage vers le rouge de la source z_s et α l'indice spectral de la densité d'énergie du CIB (si l'on considère que celle-ci suit une loi de puissance bien sûr). Considérant que le spectre intrinsèque de la source devait être une loi de puissance sur le domaine 5 – 300 GeV, la courbure observée de celui-ci ne pouvait trouver que son origine dans l'atténuation par le DIB. Depuis, les différentes expériences Cerenkov recherchent dans les spectres observés des différents blazars la signature claire de l'atténuation par le CIB suivant la même stratégie. Mais les résultats de ce type d'étude doivent être relativisés. En l'absence d'une connaissance claire du spectre intrinsèque des blazars, la détection de coupure et d'une courbure à haute énergie ne peut être attribuée systématiquement à l'atténuation du CIB. Tout d'abord, on s'attend à ce que le spectre possède une coupure intrinsèque, il ne peut bien évidemment pas se poursuivre à des énergies infinies. Dans le contexte des modèles SSC, la coupure haute énergie est due soit à la coupure naturelle de la distribution en énergie des particules, soit à la coupure Klein-Nishina de la section efficace d'interaction Compton Inverse qui s'effondre à haute énergie.

De plus, comme je l'ai montré précédemment, il existe une atténuation intrinsèque à la source dépendant des conditions physiques régnant en son sein. Dans cette étude, les deux sources Mrk 501 et Mrk 421 s'avèrent être des sources de choix, se trouvant à la même distance ($z_s \approx 0.03$ soit 150 Mpc environ pour $h = 0.65$). En effet, dans ce cas, le facteur d'atténuation est le même pour les deux objets, en particulier l'énergie de coupure $E_c(z_s)$.

Complétée par une activité de modélisation, l'observation de la densité locale du fond infrarouge doit donc en principe permettre de contraindre la formation et l'évolution des grandes structures tout comme les quantités relatives à la formation stellaire (*taux de formation* ou SFR, *fonction initiale de masse* ou IMF).

Dans tous les cas, la détermination de l'opacité passe par la détermination, par les observations et la modélisation de la distribution spectrale en énergie du fond infrarouge.

4. Observations dans l'Univers local

Les mesures du CIB sont très difficiles à réaliser, essentiellement à cause des nombreuses sources de contamination telles que par exemple la lumière zodiacale (composante de poussières interplanétaire) ou la composante propre de rayonnement de l'instrument.

Les premières mesures furent effectuées par des fusées scientifiques dédiées (voir par exemple Price *et al.* (1984)). Mais il faut attendre les projets spatiaux tel que IRAS et surtout COBE pour obtenir les premiers résultats solides. Le satellite COBE embarquait deux instruments ; le premier FIRAS avait été conçu pour la mesure du spectre du CMB avec la réussite que l'on connaît (Mather *et al.* 1990). Le second, DIRBE (*Diffuse Infrared Background Experiment*), est comme son nom l'indique dédié à l'extraction et l'étude de données du CIB dans l'intervalle de longueur d'onde $\lambda = 1.25 - 240 \mu\text{m}$ et dans 10 bandes photométriques différentes et centrées chacune à 1.25, 2.2, 3.5, 4.9, 12, 25, 60, 100, 240 et $240 \mu\text{m}$. La réduction de ces données s'est avérée difficile et laborieuse. Il faut dans un premier temps identifier toutes les sources de contamination possibles du signal, qui sont nombreuses ; ensuite reste à évaluer leur contribution de la manière la plus précise possible avant de les soustraire. Dans certains cas, le résidu du signal étant trop faible, seule une limite supérieure peut être déduite des données. Entre autres, Finkbeiner *et al.* (2000) reportent un important excès infrarouge à 60 et $100 \mu\text{m}$ dans les données de DIRBE par rapport aux composantes galactiques et zodiacales. Une fois traitées, le niveau absolu de ces données dépasse largement les estimations habituelles des modèles et les autres limites obtenues auparavant. De plus, la position en longueur d'onde de ces deux points les rendent particulièrement critiques vis-à-vis de l'absorption de photons au delà de la dizaine de TeV.

Les premières évaluations de l'absorption du spectre des objets haute énergie, en particulier Mrk 501, utilisant ces points DIRBE ont donné un résultat étonnant. Pour un photon de l'ordre de 10 à 20 TeV, l'atténuation représenterait un facteur 1000 ! De manière plus générale, le spectre intrinsèque tel qu'on l'obtenait à partir des spectres mesurés par HEGRA ou Whipple devenait concave avec une courbure positive (en représentation νF_ν) contredisant la théorie de l'émission Compton inverse. Ce problème est connu dans la littérature astrophysique sous le nom de "*blazar gamma-ray crisis*" (Finkbeiner *et al.* 2000). Sachant que Mrk 501 est la Lacertide la plus proche, on prédit une extinction très importante des objets à plus grand z_s , voire un horizon en décalage vers le rouge à une énergie d'un photon gamma donnée. Tout ceci peut conduire à un biais de détection des émetteurs du TeV à des objets relativement proches. Entre autre, Salamon & Stecker (1998) ont montré que pour des $z_s > 3$, l'atténuation devenait quasiment totale pour les photons d'énergie au-delà de 20 GeV.

Par la suite, plusieurs hypothèses furent avancées. La première, c'est que la réduction des données de DIRBE n'est pas bonne, les auteurs ayant sous-estimés l'importance des sources de contamination. Une deuxième possibilité est que les spectres mesurés des blazars sont peut-être peu significatifs à trop haute énergie (au delà d'une dizaine de TeV) étant donnée la sensibilité des imageurs Cerenkov de l'époque. Enfin, des conjectures plus "exotiques" furent proposées comme l'arrivée de paquets de photons émis de manière cohérente (condensat de photons de Bose-Einstein ou *TeV Laser*) et déclenchant des événements simultanés dans l'atmosphère pouvant simuler un seul photon de beaucoup plus haute énergie (Harwit *et al.* 1999; Harwit 2001). De plus ces photons étant émis à plus basses énergie, ils souffrent beaucoup moins de l'absorption. Mais encore faut-il trouver un mécanisme susceptible de générer de tel condensat (originellement les auteurs proposèrent la diffusion Compton inverse d'un faisceau mégamaser OH ou H₂O par les particules du jet non-thermique).

Ce mécanisme paraît cependant peu plausible. S'appuyant sur la dépendance en énergie de la hauteur du déclenchement de la gerbe Cerenkov, Aharonian *et al.* (2000) rejetèrent une telle possibilité, comparant les données de Mrk 501 à celles de la nébuleuse du Crabe ainsi

qu'aux résultats issus de simulations. Ensuite, Levinson (2001) s'appuyant sur les travaux d'Harwit *et al.* (1999) et des arguments purement géométriques, montra que le faisceau de photons cohérents aurait une taille de plusieurs kilomètres en arrivant dans l'atmosphère, retardant de manière significative l'émission de ceux-ci. D'autres explications, encore plus radicales, font par exemple appel à la violation de l'invariance de Lorentz à très haute énergie par des effets de gravité quantique (Kifune 1999). Elles doivent encore être considérées comme hautement hypothétiques et des explications plus simples comme celles d'une erreur des mesures DIRBE restent les plus probables.

5. Modélisation

Afin d'évaluer la densité du fond infrarouge, les différents modèles tentent de prédire l'évolution de la fonction de luminosité des objets en fonction du décalage vers le rouge. En effet, connaissant la densité de luminosité monochromatique par unité de volume comobile $\mathcal{L}_\epsilon(\epsilon; z)$, on peut alors évaluer la densité d'énergie comobile à z , à savoir,

$$(32.151) \quad u_\epsilon(\epsilon; z) = \int_z^\infty dz' \left| \frac{dt}{dz'} \right| \mathcal{L}_\epsilon(\epsilon'; z') \quad , \quad \epsilon = \epsilon' \frac{1+z}{1+z'}$$

Pour une revue sur les différents modèles, je renvoie le lecteur à l'excellente publication de Hauser & Dwek (2001). Sans rentrer dans les détails, les auteurs classent dans quatre catégories distinctes, à savoir, les *modèles d'évolution rétrograde* (*backward evolution models*), d'*évolution directe* (*forward evolution models*), les *modèles semi-analytiques* et les *codes d'évolution chimique*. Quoiqu'il en soit, les résultats de tous ces différents modèles tendent globalement à concorder, la principale raison étant qu'ils utilisent tous les mêmes données d'entrée, et entre autre le même *taux de formation stellaire* (SFR ou *star formation rate*). Cette dernière quantité est l'une des clefs essentielles de tout travail de modélisation et représente un excellent traceur de l'évolution de la luminosité des galaxies en fonction de z . En particulier, les différentes études montrent que celui-ci est maximum aux alentours de $z = 1.5 \pm 0.5$ (Pei & Fall 1995; Connolly *et al.* 1997; Madau *et al.* 1998) augmentant rapidement à $z < 1.5$ puis décroissant de manière monotone.

Un modèle couramment utilisé est celui de Malkan & Stecker (1998). Semi-empirique, il est basé sur l'observation d'un échantillon de galaxies IRAS leur permettant de définir une distribution de luminosité typique des galaxies à faible décalage vers le rouge. Celle-ci est ensuite extrapolée à plus grand z à partir d'une prescription tenant compte de l'évolution de la luminosité bolométrique des galaxies déduites des observations de grands relevés et du taux de formation de d'étoiles. Les densités ainsi obtenues sont globalement semblables aux autres modèles ; néanmoins, on remarque que la vallée est peu prononcée, mais les densités d'énergie sont compatibles avec les points de mesure ISOCAM à 7 et 15 μm (aux alentours de 2 – 4 $\text{nW/m}^2/\text{ster}$). Pour les sources plus lointaines, les seules observations ne suffisent plus. La modélisation est indispensable afin d'extrapoler les grandeurs locales aux plus grands décalages vers le rouge. Salamon & Stecker (1998) ont montré que pour les objets se trouvant à $z_s > 3$, l'opacité devenait significative au delà de 20 GeV. Stecker & De Jager (1998) déduisent des travaux de Malkan & Stecker (1998) l'opacité pour les objets proches ($z_s < 0.3$) et l'appliquent aux objets Mrk 501 et 421. Ils montrent que moyennant une hypothèse sur l'indice de la loi de puissance du spectre intrinsèque de ces sources, la coupure haute énergie des spectres observés peut être expliquée par l'atténuation par le DiRB. La même conclusion est déduite par l'équipe d'HEGRA sur le spectre de Mrk 501 (Konopelko *et al.* 1999).

6. Calcul pratique de l'opacité

§ 33. Opacité

Pour calculer l'opacité à la production de paires d'un gamma d'énergie ε_0 mesurée par l'observateur, on doit intégrer $d\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z)/dz$ le long de son trajet depuis la source. Formellement on a,

$$(33.152) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0; z_s) = \int_0^{z_s} dz \left| \frac{d\ell}{dz} \right| \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z) \quad , \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{1+z}$$

On écrira alors,

$$(33.153) \quad \begin{aligned} \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon; z) &= \int d\varepsilon_2 d^2\Omega \sigma(\beta)(1-\mu) n_{\text{CIB}}(\varepsilon_2, \Omega; z) \\ &= \int d\mu \frac{1-\mu}{2} \int_{\varepsilon_{\text{th}}(z)} d\varepsilon_2 n_{\text{CIB}}(\varepsilon_2; z) \sigma(\beta) \end{aligned}$$

où $\varepsilon_{\text{th}}(z) = 2/\varepsilon_2(1-\mu)(1+z)$ est comme précédemment le seuil de production et $n_{\text{CIB}}(\varepsilon_2; z)$ la densité numérique différentielle en énergie du fond infrarouge. Pour simplifier le problème, on suppose que pour des décalages vers le rouge inférieurs à 0.3, la densité d'énergie comobile (32.151) n'évolue plus ; on la dira "*en place*" (Stecker & De Jager 1998; Malkan & Stecker 1998). Cette hypothèse simplificatrice permet de relier directement la quantité (32.151) à sa valeur à l'instant présent en considérant

$$(33.154) \quad u_\varepsilon(\varepsilon_0; z=0) = u_\varepsilon^0(\varepsilon_0) = u_\varepsilon(\varepsilon; z) \quad , \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{1+z}$$

$$(33.155) \quad dn = n_{\text{CIB}}(\varepsilon, z) d\varepsilon = \frac{u_\varepsilon(\varepsilon; z)}{\varepsilon m_e c^2} \Phi(z) d\varepsilon = (1+z^3) \Phi(0) \frac{u_\varepsilon(\varepsilon_0)}{\varepsilon_0 m_e c^2} d\varepsilon_0 = (1+z^3) n_{\text{CIB}}^0(\varepsilon_0) d\varepsilon_0$$

où $\Phi(z) = (1+z)^3 \Phi(0)$ est la densité de photons par unité de volume comobile. On obtient alors,

$$(33.156) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0; z_s) = \frac{c}{H_0} \int_0^{z_s} dz (1+z)^{1/2} \int d\mu \frac{1-\mu}{2} \int_{\varepsilon_{\text{th}}(z)} d\varepsilon n_{\text{CIB}}^0(\varepsilon) \sigma(\beta)$$

avec $\varepsilon_{\text{th}}(z) = 2/\varepsilon(1-\mu)(1+z)^2$. Pour les sources relativement proches ($z_s \ll 1$), l'expression précédente se simplifie grandement, l'intégrale triple devenant double,

$$(33.157) \quad \boxed{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0; z_s) \approx \frac{cz_s}{H_0} \int d\mu \frac{1-\mu}{2} \int_{\varepsilon_{\text{th}}} d\varepsilon n_{\text{CIB}}^0(\varepsilon) \sigma(\beta) = \frac{d(z_s)}{x_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0)}}$$

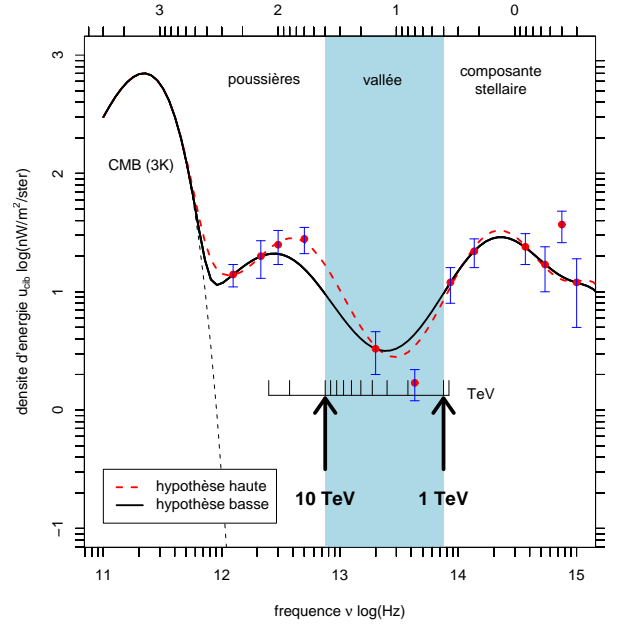
où l'on a fait apparaître dans la dernière égalité la distance $d(z_s) = cz_s/H_0$ de l'observateur à la source (valable pour $z_s \ll 1$) et $x_{\gamma\gamma}(\varepsilon)$ la longueur typique d'atténuation d'un photon d'énergie réduite ε_0 (mesuré par l'observateur). Nous avons vu précédemment que la section efficace est piquée près du seuil, favorisant l'interaction d'un gamma d'énergie réduite $\varepsilon_0 \gg 1$ avec un photon d'énergie $1/\varepsilon_0$. Dans ce cas, en utilisant le résultat de Zdziarski & Lightmann (1985), la longueur typique d'atténuation $x_{\gamma\gamma}(\varepsilon_0)$ est donnée par,

$$(33.158) \quad x_{\gamma\gamma}^{-1}(\varepsilon_0) = \frac{2\sigma_{\text{th}}}{3} \frac{n_{\text{CIB}}(2/\varepsilon_0)}{\varepsilon_0}$$

Dans ce cas et pour les sources proches l'opacité prend une forme relativement simple (Aharonian *et al.* 1999)

$$(33.159) \quad \tau_{\gamma\gamma}(E_0; z_s) \approx \frac{0.6}{h} \left(\frac{z_s}{0.1} \right) \left(\frac{E_0}{1\text{TeV}} \right) \left(\frac{u_{\text{CIB}}(\lambda^*)}{10 \text{ nW/m}^2/\text{sr}} \right), \quad \lambda^* = \frac{\lambda_{\text{ce}} E_0}{4m_e c^2} = 1.6 \mu\text{m} \frac{E_0}{\text{TeV}}$$

Fig. 33. Distributions spectrales en énergie du CIB considérées par la suite dans cette thèse. L'échelle en abscisse sur l'axe supérieur est le micromètre. Le polygone grisé fait apparaître la vallée infrarouge. L'échelle, graduée en TeV et incluse dans l'image, indique le lieu d'interaction privilégié d'un gamma d'énergie donnée avec les photons infrarouge.



Tab. 5. Échantillon de points de mesure du fond cosmique infrarouge. D'après Hauser & Dwek (2001)

λ (μm)	νI_ν ($\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$)	références
0.165	7.0	Martin et al 1991 (Shuttle UVX)
0.3	12.0	Bernstein 1999 (HST)
0.555	17.0	Bernstein 1999 (HST)
0.814	24.0	Bernstein 1999 (HST)
2.2	22.0	Wright & Rees 2000, Gorjian et al 2000, Wright 2001
3.5	12.0	Wright & Rees 2000
15.0	3.3	Altieri et al 1999 (ISOCAM)
60.0	28.0	Finkbeiner et al 2000 (COBE/DIRBE)
100.0	25.0	Finkbeiner et al 2000 (COBE/DIRBE)
140.0	20.0	Hauser et al 1998, Schleger et al 1998
240.0	14.0	Hauser et al 1998, Schleger et al 1998
850.0	0.5	Blain et al 1999 (SCUBA)

Références:

Altieri et al 1999, A&A, 343, L65
 Bernstein 1999, ASP conf. series 193, 487
 Blain et al 1999, ApJ, 512, L87
 Finkbeiner et al 2000, ApJ, 544, 81
 Martin et al 1991, ApJ, 379, 549
 Gorjian et al 2000, ApJ, 536, 550
 Hauser et al 1998, ApJ, 508, 25
 Schleger et al 1998, ApJ, 500, 525
 Wright & Rees 2000, ApJ, 545, 43
 Wright 2001, ApJ, 553, 538

où $u_{\text{CIB}}(E) = \nu I_\nu = (c/4\pi)E^2 n_{\text{CIB}}(E)$. Si u_{CIB} est relativement constante dans le domaine d'énergie considéré, ou tout au moins au premier ordre, on a

$$(33.160) \quad \tau_{\gamma\gamma}(E_0; z_s) = \frac{E_0}{E_c(z_s)} \quad \text{avec} \quad E_c(z_s) = 1.7h \frac{\text{TeV}}{\left(\frac{z_s}{0.1}\right) \left(\frac{u_{\text{CIB}}}{10 \text{ nW/m}^2/\text{sr}}\right)}$$

soit pour Mrk 501, une coupure aux alentours de 2 à 5 TeV. Pour PKS 2155-304, un objet plus lointain, l'énergie de coupure sera inférieure au TeV.

Plus généralement, dans le cas où l'on a $u_{\text{CIB}}(E) \propto E^{-\alpha}$ l'opacité s'écrit alors $\tau_{\gamma\gamma}(E_0; z_s) = (E_0/E_c)^{1+\alpha}$, et le facteur d'atténuation est du type décrit par la relation (32.150) précédente. L'énergie caractéristique de coupure dans (33.160) doit-être modifiée en conséquence, mais cette expression peut-être utilisée en première approximation.

§ 34. Calcul numérique

Afin de calculer d'une manière relativement simplifiée l'atténuation dans nos modèles, nous avons suivi la démarche suivante. Dans un premier temps nous avons considéré les données

les plus significatives compilées dans la revue de (Hauser & Dwek 2001). L'ensemble de celles que nous avons pris en compte dans ce travail sont reprises dans le tableau 5. Ensuite, afin de déterminer la densité numérique différentielle $n_{\text{CIB}}^0(\epsilon)$ de photons infrarouges dans l'Univers local, nous avons interpolé les quelques points de données à l'aide de polynômes de Tchébycheff d'ordre n ,

$$(34.161) \quad n_{\text{CIB}}^0(\epsilon) \approx \sum_{k=1}^n c_k T_{k-1}(\epsilon) - \frac{c_1}{2}, \quad T_n(x) = \cos(n \arccos x)$$

où les c_k sont des coefficients calculés numériquement. Après plusieurs essais, nous avons conclu que $n = 8$ représentait, pour des conditions de régularité de la fonction et de fluctuations, la valeur idéale. Les points à 60 et 100 μm (Finkbeiner *et al.* 2000) étant incertains, nous avons choisi de considérer deux cas différents, en prenant en compte ou non ces deux points. Chacun de ces deux cas consistera respectivement en l'hypothèse de haute et basse atténuation. Chacune de ces deux hypothèses est représentée figure 33. Nous avons également représenté sur la même figure le CMB et les données extraites du tableau 5. À titre d'application, nous avons représenté ci-dessous l'opacité et la courbe d'atténuation pour l'objet Mrk 501.

Le calcul de l'opacité se fait par intégration numérique de l'expression (33.157) ; en effet, la relation simplifiée (33.159) n'est valable que dans le cas où $n_{\text{CIB}}^0(\epsilon)$ est relativement constante. Sur la figure 34, je représente le résultat obtenu dans le cas de l'hypothèse haute par chacune des deux méthodes. Les différences sont significatives. Sur la figure 35, opacité et atténuation sont cette fois calculées dans les deux hypothèses. Comme attendu, dans le cas de l'hypothèse haute, l'absorption à haute énergie (au delà de 5 TeV) est plus importante. En deçà, les différences sont peu importantes. On note que l'atténuation est très légèrement inférieure vers 3 ou 4 TeV, toujours dans le cas de l'hypothèse haute. Cette différence s'explique par le fait que la vallée de cette dernière est légèrement plus prononcée aux alentours de 8 μm . C'est un effet de l'interpolation de Tchébycheff.

§ 34.1. Influence de la méconnaissance de la vallée infrarouge

La densité au niveau de la vallée est mal définie. C'est pourtant une zone essentielle pour le calcul de l'absorption dans le cas des objets qui nous intéressent ici. Afin de mettre en évidence la sensibilité du résultat à cette zone, nous procédons comme suit : les densités d'énergie des composantes stellaires et de poussières sont supposées constantes et égales l'une à l'autre à 20 nW/m²/ster. Dans la vallée, on suppose aussi la densité d'énergie constante. Sur la figure 36 on a représenté les cas où le niveau de la vallée vaut respectivement 1, 5, 10, 15, 20 nW/m²/ster ainsi que 2.1 nW/m²/ster considérée comme un niveau moyen des observations ISOCAM à 7 et 15 μm . Le résultat du calcul de l'opacité et des coefficients d'absorption est donné figure 37. Dans le cas où la densité est prise égale à 20 nW/m²/ster sur l'ensemble de la gamme de fréquence, on vérifie bien le résultat évoqué paragraphe 27. L'opacité est alors directement proportionnelle à l'énergie et l'atténuation est simplement exponentielle.

§ 34.2. Évolution en fonction de la distance de l'objet : l'Univers opaque au rayonnement gamma

Dans le cas de l'hypothèse haute, j'ai représenté figure 39 les courbes d'absorption pour différents blazars émetteurs au TeV bien connus. Une autre possibilité de représentation est une carte d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma et du décalage vers le rouge de la source. Une telle carte est donnée figure 38. Cette carte démontre en quelque sorte que l'Univers est en partie invisible aux photons de haute énergie. Comme évoqué plus haut, on peut même définir un horizon en z en fonction de l'énergie. Par exemple, une composante gamma observée de 1 TeV associée à une source à $z_s = 0.2$ serait atténuée d'un facteur 1000.

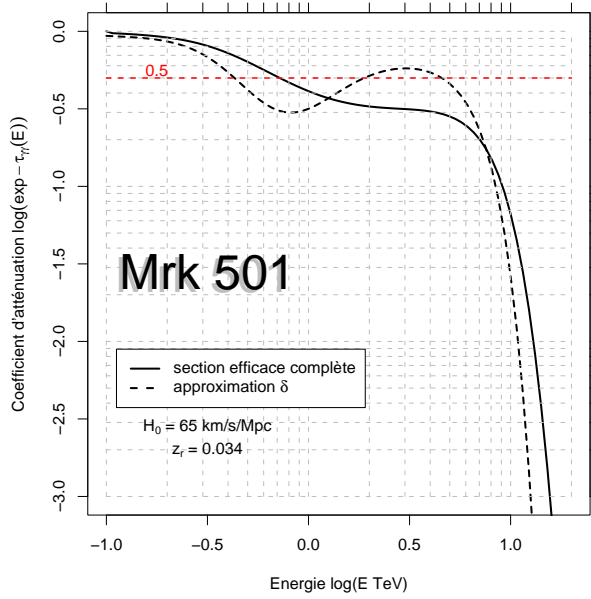
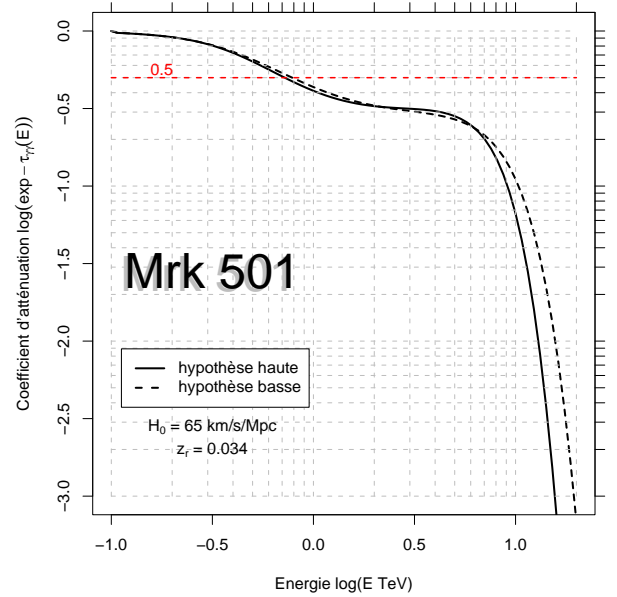


Fig. 34. Courbes d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en TeV calculée dans le cas de l'hypothèse haute à l'aide de la section efficace complète (équation 33.157) et à l'aide de l'approximation delta de celle-ci (équation 33.159). Ces deux dernières expressions ne sont équivalentes que dans le cas où les variations de la densité en photons sont faibles sur un large spectre d'énergie. Néanmoins, cette expression simplifiée permet de comprendre qualitativement le comportement de l'opacité en fonction de celui de la densité des photons du CIB.

Fig. 35. Courbes d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en TeV calculée dans le cas de l'hypothèse haute et basse pour les objets Mrk 501 et Mrk 421. Le calcul fait l'hypothèse que $H_0 = 65$ km/s/Mpc.



§ 34.3. Influence de la méconnaissance du paramètre de Hubble

Une autre valeur incertaine est celle de la constante de Hubble H_0 (ou h). Sa détermination reste l'un des grands défis de la cosmologie moderne. Le tableau ?? récapitule les différentes valeurs relevées dans la littérature scientifique et les méthodes utilisées. Une fourchette globale actuelle serait $H_0 = 70 \pm 8$ km/s/Mpc. Cette indétermination même faible entache inévitablement la valeur du coefficient d'absorption $\mathcal{C}_{\text{abs}} = \exp(-\tau_{\gamma\gamma})$ d'une erreur plus ou moins importante mais amplifiée par le facteur exponentiel. En particulier, on peut évaluer cette erreur en fonction de celle sur H_0 (dans le cadre des erreurs non-corrélées). On obtient,

$$(34.162) \quad \mathcal{C}_{\text{abs}}(H_0 + \delta H_0) \approx \mathcal{C}_{\text{abs}}(H_0) \times \left[1 + \tau_0 \frac{\delta H_0}{H_0} + \tau_0 \left(\frac{\tau_0}{2} - 1 \right) \left(\frac{\delta H_0}{H_0} \right)^2 \right]$$

où $\tau_0 = \exp(-\tau_{\gamma\gamma}|_{H_0})$. Tout ceci est résumé à la figure 40 pour les blazars Mrk 501 ou 421. Pour une même hypothèse de la densité du fond infrarouge, on représente l'atténuation en faisant varier H_0 de manière continue de 50 à 80. Pour un photon de 1 TeV, l'atténuation passe d'un facteur 2 à un facteur 3 et pour un gamma de 10 TeV de 8 à 40. Par la suite, l'ensemble des modélisations sont faites en supposant l'hypothèse plutôt basse $H_0 = 65 \text{ km/s/Mpc}$.

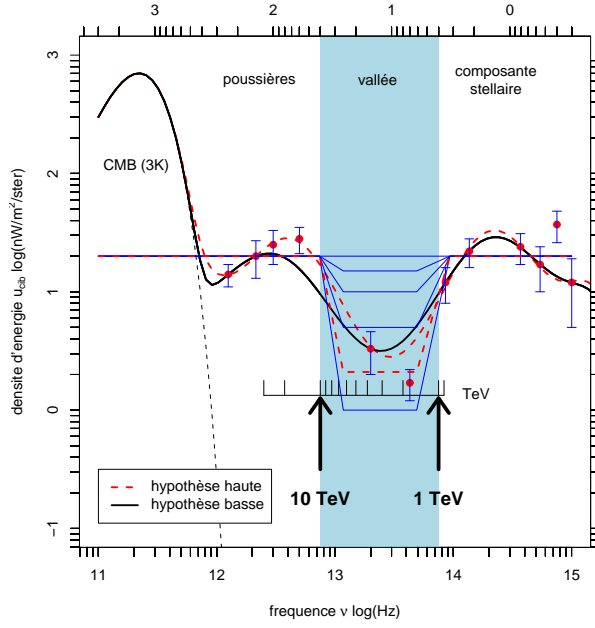


Fig. 36. Modélisation de la densité d'énergie du fond infrarouge par une fonction continue par morceaux considéré dans le cas d'école décrit dans le texte pour la mise en évidence de l'effet de la profondeur de la valeur sur l'absorption. Voir le texte pour plus de détails.

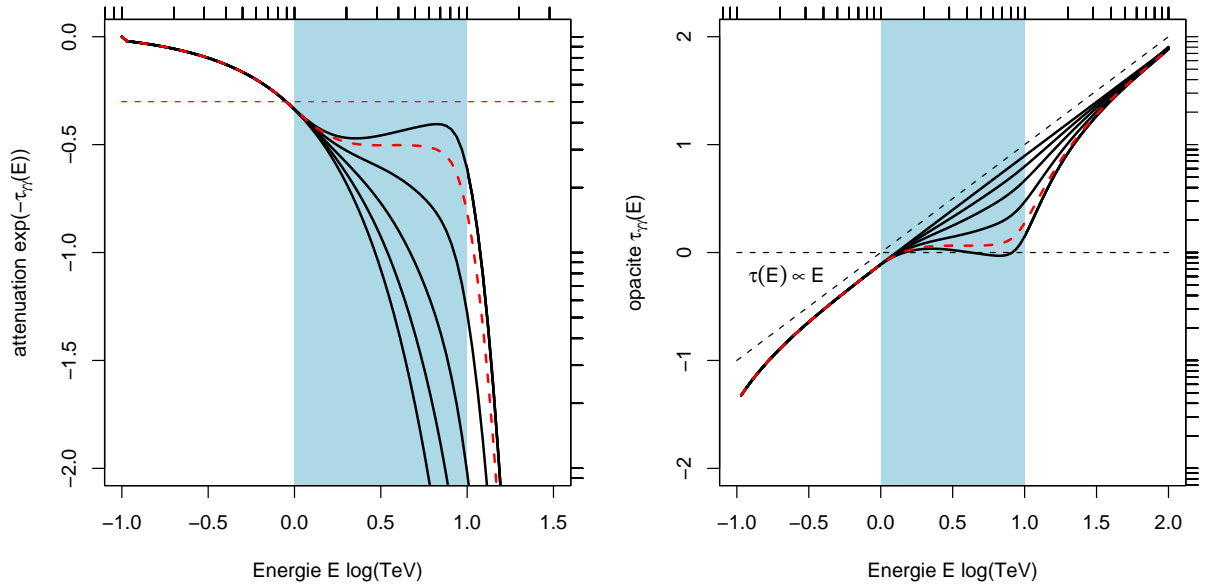


Fig. 37. Courbes d'atténuation à gauche et opacité à droite en fonction de l'énergie du gamma incident déduites des divers cas de densité présentés dans la figure 36 précédente toujours calculées pour Mrk 501 et Mrk 421. Dans les deux cas les courbes en pointillés sont relatives au cas où la profondeur de la vallée est prise comme le niveau moyen des points de mesure ISOCAM à 7 et 15 μm et valant environ 2.1 $\text{nW/m}^2/\text{ster}$. De plus dans le cas où la densité est constante sur toute la largeur de la bande considérée entre 10^{-1} et 10^3 m , on montre que l'opacité varie bien en $\tau_\gamma(E_0; z_s) \propto E_0$ comme prédit par la relation (33.159).

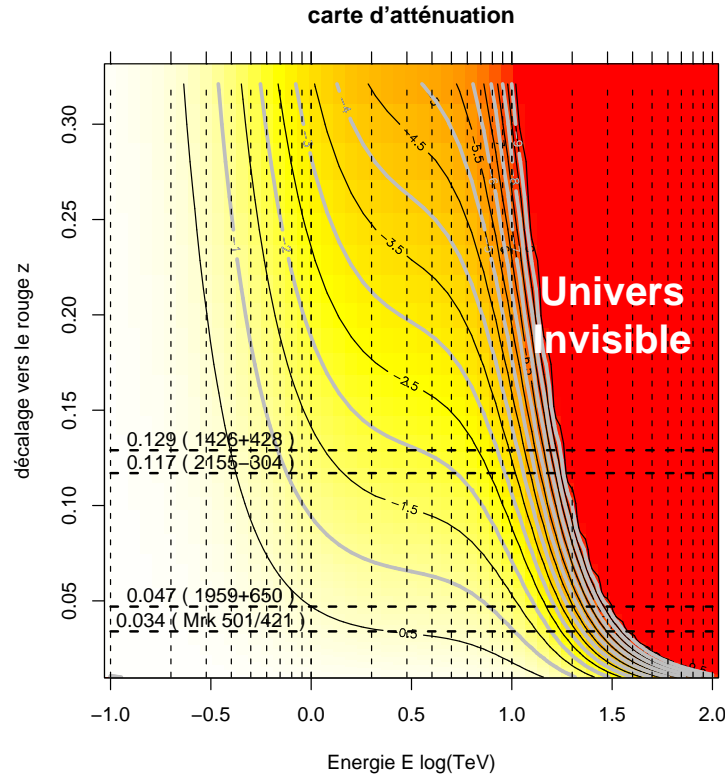
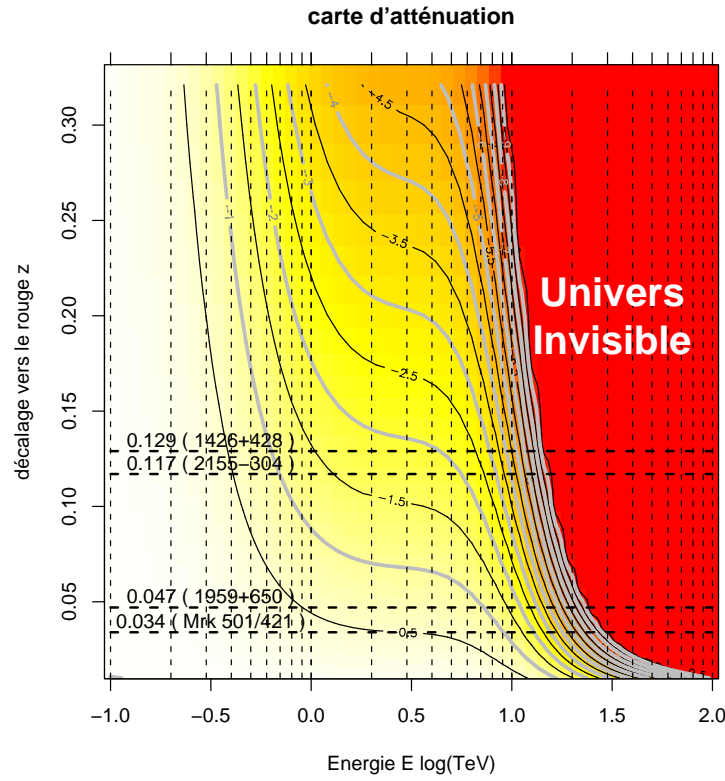


Fig. 38. Carte d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident en abscisse et du décalage vers le rouge de la source en ordonnée dans le cas (a) l'hypothèse haute, (b) l'hypothèse basse. Les courbes de niveau d'"iso-atténuation" sont reportées avec une progression logarithmique. Les courbes de la figure 39 ne sont que les coupes horizontales dans ce plan. Voir texte pour plus de détails.

Fig. 39. Courbe d'atténuation en fonction de l'énergie du gamma incident pour toutes les lacertides connues émettrices au TeV. Aussi représenté le cas limite pour un objet fictif de décalage vers le rouge $z_s = 0.3$. Dans ce cas, le signal est très fortement atténué : ($\exp -\tau_{\gamma\gamma} < 10^{-3}$) dès 1 TeV.

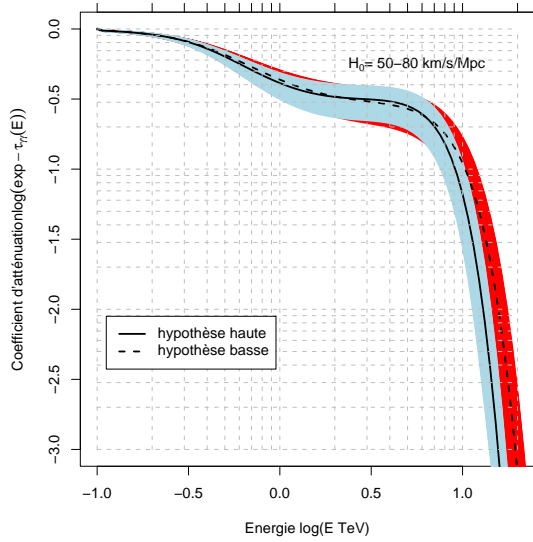
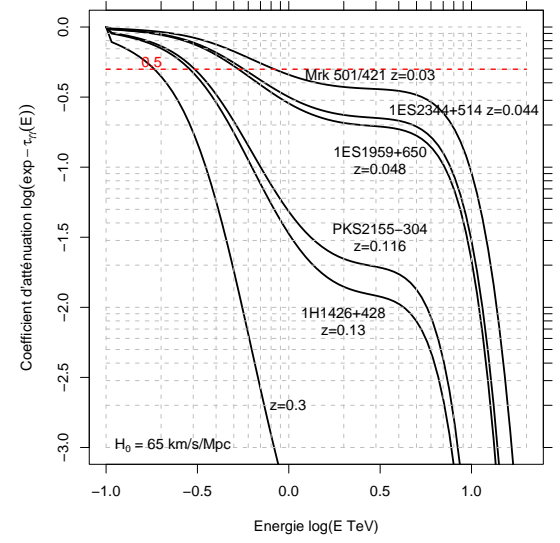


Fig. 40. Évolution des courbes d'atténuation de la figure 35 en fonction de la valeur du paramètre de Hubble H_0 , choisi comme variant continum de 50 à 80 km/s/Mpc.

8

Modèle stationnaire simplifié

Plan du chapitre

1. Cas optiquement mince	89
§ 35. <i>Champ magnétique et facteur de Lorentz</i>	90
§ 36. <i>Estimation de la taille de la zone d'émission</i>	90
§ 36.1. <i>Luminosité absolue de chacune des composantes</i>	90
§ 36.2. <i>Rayon de variabilité</i>	91
§ 37. <i>Nombre total de particules</i>	92
2. Modèle stationnaire simplifié	92
§ 38. <i>Compacité de la source</i>	92
§ 39. <i>Influence des paramètres</i>	93
§ 39.3. <i>Introduction – Lois d'échelle</i>	94
§ 39.4. <i>Luminosité Compton inverse dans le plan $R - \delta$</i>	94
§ 40. <i>Effet du dérougissement du spectre</i>	96

NOUS ALLONS DANS CE CHAPITRE construire un modèle simplifié permettant de contraindre l'espace fondamental des paramètres en fonction des observables issues du spectre. Par la suite, les quantités physiques exprimées dans le référentiel de l'observateur seront distinguées de celles exprimées dans le référentiel du plasma par un *tilde*.

1. Cas optiquement mince : quelques diagnostics simples sur le spectre

Moyennant quelques hypothèses sur les processus d'émission et en se plaçant dans le cas optiquement mince, l'observation de l'apparence générale des blazars du TeV est déjà riche en information, et tout spécialement la position en fréquence des pics synchrotron et Compton inverse ainsi que leur luminosité respective (4 observables).

Fondamentalement, dans l'approche stationnaire il est nécessaire d'avoir au moins 5 quantités physiques pour décrire l'émission de la source dans une approche stationnaire. Trois quantités décrivent les propriétés de la source (ou de la zone d'émission) elle-même, à savoir sa taille R , la valeur du champ magnétique B et le facteur Doppler δ . Les deux restantes sont rattachées à la distribution des particules émissives, à savoir leur densité n_{tot} et leur énergie caractéristique (maximale) γ_c . Toute information supplémentaire sur la distribution de particules (coupure basse énergie, indice de la loi de puissance s'il y a lieu ...) se voit contrainte par les caractéristiques spectrales de la composante synchrotron. Ainsi globalement, il reste toujours un degré de liberté au problème. On peut donc contraindre la valeur de quatre des paramètres

physiques principaux du modèle en fixant arbitrairement le cinquième. Dans la suite c'est le facteur Doppler δ qui jouera le rôle de paramètre libre.

§ 35. Estimation de la valeur du champ magnétique et du facteur de Lorentz des particules

Dans le référentiel au repos du plasma, la position du maximum du pic synchrotron dépend de l'énergie maximale des particules émissives et de la valeur du champ magnétique B . Nous avons vu que cette fréquence vaut (environ) $\nu_s = 0.29 \times 3\omega_s\gamma_c^3/4\pi$ où $\omega_s = qB/\gamma_cm_ec$ est la pulsation synchrotron relativiste. La position du pic Compton inverse, dans le régime de diffusion Klein-Nishina, est directement l'énergie maximale des particules. En effet dans ce régime, les particules transfèrent pratiquement toute leur énergie aux photons. Dans ce cas, on a directement la relation, $\nu_c = \gamma_cm_ec^2/h$. On en déduit directement la valeur du champ magnétique,

$$(35.163) \quad B = \delta \frac{1}{\nu_0} \left(\frac{m_ec^2}{h} \right)^2 \frac{\tilde{\nu}_s}{\tilde{\nu}_c^2} \quad \text{où} \quad \nu_0 = 0.29 \times \frac{3q}{4\pi m_ec}$$

soit numériquement,

$$(35.164) \quad B = 0.01 \text{ G } \delta \left(\frac{\tilde{\nu}_s}{10^{19} \text{ Hz}} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)^{-2}$$

On obtient de même une estimation du facteur de Lorentz individuel maximal des particules,

$$(35.165) \quad \gamma_c = \delta^{-1} \frac{h\tilde{\nu}_c}{m_ec^2} \approx 8 \cdot 10^6 \delta^{-1} \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)$$

§ 36. Estimation de la taille de la zone d'émission

§ 36.1. Luminosité absolue de chacune des composantes

Dans le même ordre d'idée, on peut estimer la taille caractéristique de la zone d'émission à partir de la luminosité absolue de chacun des pics. Pour cela, formons le rapport r de luminosité Compton inverse sur la luminosité synchrotron. Ce rapport est parfois appelé *paramètre de dominance Compton*. D'après la théorie du rayonnement synchrotron et Compton inverse, on sait que celui-ci est le rapport de la densité effective de photons synchrotrons entrant en jeu dans le processus de diffusion Compton inverse et de la densité d'énergie magnétique,

$$(36.166) \quad r = \frac{L_{\text{CI}}}{L_{\text{syn}}} = \frac{U_{\text{syn}}^{\text{eff}}}{B^2/8\pi}$$

La densité de photons synchrotrons peut être réécrite en terme de luminosité par la relation, $U_{\text{syn}}^{\text{eff}} = L_{\text{syn}}^{\text{eff}}/4\pi R^2c$ où R est la taille typique de la zone d'émission. Du fait de la coupure Klein-Nishina, les seuls photons mous participant au processus de diffusion sont ceux dont l'énergie réduite n'excède pas $1/\gamma_c$, γ_c étant l'énergie maximale des particules émissives. Dans ce cas, la luminosité effective est donnée par

$$(36.167) \quad L_{\text{syn}}^{\text{eff}} = \int^{1/\gamma_c} d\varepsilon \frac{dL}{d\varepsilon}$$

où $dL/d\varepsilon$ est la luminosité différentielle. Dans le cas où celle-ci s'apparente à une loi de puissance d'indice α (tout au moins en première approximation), la luminosité effective en fonction de la

luminosité synchrotron totale peut être facilement obtenue

$$(36.168) \quad L_{\text{syn}}^{\text{eff}} = L_{\text{syn}}(\gamma_c \varepsilon_{\text{max}})^{\alpha-1} = L_{\text{syn}} \varrho^{1-\alpha} = \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{\delta^4} \varrho^{1-\alpha} = \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{\delta^{2(1+\alpha)}} \tilde{\varrho}^{1-\alpha}$$

Par la suite, on définit ϱ comme étant le facteur de réduction Klein-Nishina dans le référentiel au repos du plasma. Ce dernier peut s'exprimer en fonction des observables :

$$(36.169) \quad \varrho = (\gamma_c \varepsilon_s)^{-1} = \frac{\delta^2}{\tilde{\nu}_c \tilde{\nu}_s} \left(\frac{h}{m_e c^2} \right)^{-2} = \delta^2 \tilde{\varrho}$$

soit numériquement,

$$(36.170) \quad \tilde{\varrho} = 1.52 \cdot 10^{-6} \left(\frac{\tilde{\nu}_s}{10^{19} \text{ Hz}} \right)^{-1} \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)^{-1}$$

En introduisant ces diverses quantités dans le paramètre de dominance Compton (36.166), on obtient la taille de la source en fonction des observables et de la valeur du champ magnétique,

$$(36.171) \quad r = \frac{2}{c} \delta^{-2(1+\alpha)} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{B^2 R^2} \tilde{\varrho}^{1-\alpha} \Leftrightarrow R^2 = \frac{2}{c} \delta^{-2(1+\alpha)} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{B^2 r} \tilde{\varrho}^{1-\alpha}$$

et à l'aide des relations (35.163, 35.164) on a finalement,

$$(36.172) \quad R = \frac{2.5 \cdot 10^{19} \text{ cm}}{\delta^{2+\alpha}} \left(\frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{10^{45} \text{ erg/s}} \right)^{1/2} \left(\frac{\tilde{\nu}_s}{10^{19} \text{ Hz}} \right)^{-1} \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)^2 r^{-1/2} \tilde{\varrho}^{(1-\alpha)/2}$$

Pour un indice moyen $\alpha = 1/2$, on obtient,

$$(36.173) \quad R = 2.7 \cdot 10^{15} \text{ cm} \left(\frac{\delta}{10} \right)^{-5/2} \left(\frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{10^{45} \text{ erg/s}} \right)^{1/2} \left(\frac{\tilde{\nu}_s}{10^{19} \text{ Hz}} \right)^{-5/4} \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)^{7/4} r^{-1/2}$$

§ 36.2. Rayon de variabilité

Un autre moyen indépendant, couramment utilisé, pour estimer la taille de la zone d'émission est l'utilisation du temps caractéristique de variabilité du rayonnement haute énergie déduit des observations. En effet, par un simple argument de causalité, on montre qu'une perturbation ayant lieu au centre de la zone d'émission se propage vers les bords au maximum à la vitesse de lumière. Le temps de variabilité, défini par exemple comme le temps sur lequel la luminosité diminue de moitié, est donc contraint par l'inégalité $t_{\text{var}} \geq R/c$. Pour une source en mouvement relativiste, ce temps est réduit par le facteur Doppler. On obtient alors une limite supérieure de la taille de la source,

$$(36.174) \quad R \leq R_{\text{var}} = c \frac{\delta}{1+z_s} \tilde{t}_{\text{var}} \approx 10^{15} \text{ cm} \left(\frac{\delta}{10} \right) \left(\frac{\tilde{t}_{\text{var}}}{1 \text{ h}} \right)$$

où z_s est le décalage vers le rouge de la source.

Certains auteurs estiment directement la taille de la source par son rayon de variabilité, en remplaçant l'inégalité dans la relation précédente par une égalité. Dans ce cas, ils lèvent complètement la dégénérescence sur δ et contraignent, *a priori* complètement leur système. Cette méthode est sujette à caution. La définition opérationnelle du temps de variabilité n'est pas toujours très claire ; de quoi s'agit-il vraiment ? Correspond-t-il au temps de montée de l'émission (qui correspondrait plutôt dans l'absolu au temps d'injection des particules ultrarelativistes, ou à la décroissance de la courbe de lumière (temps caractéristique de refroidissement radiatif des particules) ? D'autre part les variabilités utilisées ne sont pas toujours mesurées sur les mêmes données que celles donnant les flux. Il vaut mieux donc considérer que le temps de variabilité ne détermine pas directement la taille de la région

d'émission, mais au plus il peut apporter une information supplémentaire pour contraindre les paramètres du modèle.

Pour des temps de variabilité de l'ordre de l'heure et des facteurs Doppler δ raisonnables, le rayon de la source est de l'ordre de 10^{15} cm. C'est une échelle typique pour ces objets. À titre de comparaison, cette distance correspond à environ 66 unité astronomique (UA), la distance Soleil-Pluton étant de l'ordre de 40 UA. Autre échelle caractéristique, celle donnée par le rayon de Schwarzschild d'un trou noir statique $r_s = 3 \cdot 10^{13} \text{ cm } M / (10^8 M_\odot)$. Les "records" de variabilité ont été mesurés pour Mrk 421 lors d'une violente éruption le 16 Mai 1996, avec une durée estimée de l'ordre du quart d'heure (Gaidos *et al.* 1996). La taille de la source devient relativement petite, de l'ordre $8 - 9 r_s$ pour un trou noir central de $10^8 M_\odot$. On retrouve le même ordre de grandeur à l'aide des relations précédentes (36.172) et (36.173) pour des valeurs typiques des paramètres observables des objets qui nous intéressent ici.

§ 37. Nombre total de particules

Celui-ci peut-être directement estimé à partir de la luminosité synchrotron de la source, à savoir,

$$(37.175) \quad L_{\text{syn}} = \frac{4}{3} c \sigma_{\text{th}} \frac{B^2}{8\pi} \gamma_c^2 N_{\text{tot}}$$

et nous obtenons dans ce cas,

$$(37.176) \quad N_{\text{tot}} = \frac{8 \cdot 10^3}{\delta^4} \left(\frac{\tilde{\nu}_s}{10^{19} \text{ Hz}} \right)^{-2} \left(\frac{\tilde{\nu}_c}{10^{27} \text{ Hz}} \right)^2 \left(\frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{10^{45} \text{ erg/s}} \right)$$

2. Modèle stationnaire simplifié : évolution qualitative dans l'espace des paramètres

L'ensemble des calculs précédents a été mené en considérant que l'émission se faisait en régime optiquement mince. Dans la suite, je vais discuter du cas optiquement épais, en prenant en compte l'opacité de la source aux photons gammas de la source. Dans ce cas il apparaît naturellement la notion de *compacité* déjà rencontré par ailleurs page 18. Nous allons voir que, dans le cadre général des modèles stationnaires homogènes, il est possible de donner les recettes de fabrication et d'utilisation d'un outil simple de diagnostic qualitatif et d'un certain point de vue quantitatif de l'évolution de la SED.

§ 38. Compacité de la source

L'une des principales contraintes sur la taille de la zone d'émission R et la valeur du facteur Doppler δ vient de l'argument usuel sur l'opacité de la source vis-à-vis de la production de paires. Cet argument est souvent présenté sous la forme de la compacité de la source. Cette dernière quantité est équivalente à la profondeur optique d'un gamma d'énergie réduite ε dans le processus de création de paires. Pour un spectre en photon en loi de puissance $L_\varepsilon(\varepsilon) = L_0 \varepsilon^{-\alpha}$ (Svensson 1987; Coppi & Blandford 1990) celle-ci peut être approchée par la relation,

$$(38.177) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon) = \frac{2}{3} R \sigma_{\text{Th}} \frac{n_{\text{ph}} \left(\frac{2}{\varepsilon} \right)}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_{\text{Th}} L_\varepsilon(2/\varepsilon)}{4\pi R m_e c^3}$$

En introduisant le temps de refroidissement caractéristique des particules dû à l'émission Compton inverse,

$$(38.178) \quad t_{\text{ref}}^{-1}(\gamma) = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{m_e c} U_{\text{syn}}^{\text{eff}} \gamma = \frac{1}{3\pi} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{m_e c^2} \frac{L_{\text{syn}}^{\text{eff}}}{R^2} \gamma$$

on montre que l'épaisseur optique peut s'exprimer en fonction du rapport de celui par le temps de vol $t_{\text{vol}} = R/c$ d'un photon

$$(38.179) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon) = \frac{1-\alpha}{2^{2+\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\gamma_c} \right)^{\alpha-1} \frac{t_{\text{vol}}}{t_{\text{ref}}(\varepsilon)}$$

Pour les blazars tels que ceux que nous étudions ici, la quantité pertinente est l'opacité évaluée à l'énergie maximale du pic Compton inverse à savoir en $\varepsilon \approx \gamma_c$. Cette dernière relation n'est valable qu'en régime de diffusion Klein-Nishina. Dans ce cas, de manière analogue aux autres NAGs moins puissants, nous appellerons cette valeur la *compacité gamma* et nous la noterons $\ell_{\gamma\gamma}$,

$$(38.180) \quad \ell_{\gamma\gamma} = \tau_{\gamma\gamma}(\gamma_c) = \frac{1-\alpha}{2^{2+\alpha}} \frac{t_{\text{vol}}}{t_{\text{ref}}(\gamma_c)}$$

Ainsi, dès lors que $\ell_{\gamma\gamma} \approx 1$, en plus que la source soit opaque aux gammas, le temps de refroidissement des particules les plus énergétiques lors de la diffusion Compton inverse est beaucoup plus court que leur temps de vol moyen pour s'échapper de la source.

Afin d'avoir une estimation de la valeur de ce paramètre, il convient de le définir en fonction des observables dans le référentiel de l'observateur moyennant les transformations usuelles,

$$(38.181) \quad \ell_{\gamma\gamma} = \tau_{\gamma\gamma}(\gamma_c) = \frac{1-\alpha}{2^\alpha} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{12\pi hc} \delta^{-(3+2\alpha)} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{R} \frac{1}{\tilde{v}_s \tilde{\omega}^\alpha}$$

et où \tilde{L}_{syn} est le luminosité bolométrique de la composante synchrotron. En introduisant le rayon de variabilité $R \leq R_{\text{var}} = \delta c t_{\text{var}} \approx 10^{14} \text{ cm } \delta t_{\text{var},h}$ et pour $\alpha = 1/2$, on obtient une borne inférieure de la compacité,

$$(38.182) \quad \ell_{\gamma\gamma} \geq \ell_{\gamma\gamma,\text{min}} = 0.08 \left(\frac{\delta}{10} \right)^{-5} \frac{\tilde{L}_{\text{syn},45}}{t_{\text{var},h}} \left(\frac{\tilde{v}_{s,19}}{\tilde{v}_{c,27}} \right)^{1/2}$$

Dès lors, pour un objet d'une luminosité typique de 10^{46} erg/s , un temps de variabilité de l'ordre de l'heure et émettant aux fréquences caractéristiques $\tilde{v}_s = 10^{19.3} \text{ Hz}$ et $\tilde{v}_c = 10^{27} \text{ Hz}$ on obtient pour $\alpha = 1/2$, $\ell_{\gamma\gamma,\text{min}} \approx 1.13 \cdot 10^5 / \delta^5$. La source est donc opaque aux gammas dès que $\delta \lesssim 10.25$.

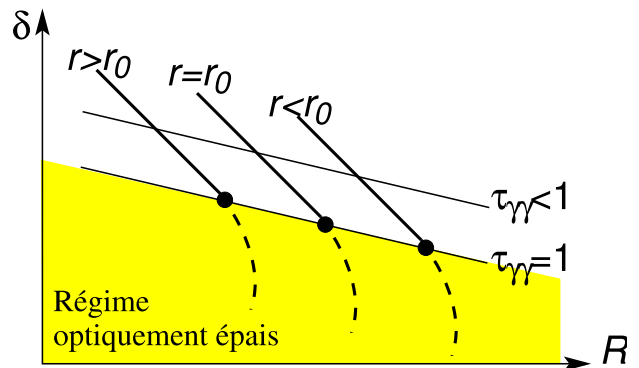
La dépendance fonctionnelle de $\tau_{\gamma\gamma}$ en fonction de δ et de R est donnée par,

$$(38.183) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\tilde{\varepsilon}) = \frac{2^{-\alpha}}{3} \delta^{-(3+2\alpha)} \frac{\sigma_{\text{Th}} \tilde{L}_{\text{syn}}^{\text{max}}}{4\pi R m_e c^3} (\tilde{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_{\text{max}})^\alpha \propto \frac{1}{R \delta^{3+2\alpha}}$$

où $\tilde{L}_{\text{syn}}^{\text{max}}$ est la luminosité synchrotron maximale au pic dans le référentiel de l'observateur.

§ 39. Influence des paramètres

Fig. 41. Espace des paramètres $R - \delta$ dans l'approche stationnaire. Voir le texte pour plus de détails.



§ 39.1. Introduction – Lois d'échelle

À partir des relations 35.164 et 35.165, on voit que les fréquences d'émission synchrotron et Compton inverse seront inchangées si on applique les lois d'échelles suivantes : $\gamma_c \propto \delta^{-1}$ et $B \propto \delta$.

En ce qui concerne la luminosité synchrotron, on peut écrire,

$$(39.184) \quad \tilde{L}_{\text{syn}} = \delta^4 L_{\text{syn}} = \delta^4 \frac{4}{3} c \sigma_{\text{th}} U_B \gamma_c^2 N_{\text{tot}} \propto (\delta^2 B \gamma_c)^2 N_{\text{tot}} \propto \delta^4 N_{\text{tot}}$$

On peut donc conserver également cette luminosité en appliquant la loi d'échelle sur la densité de particules émissives: $N_{\text{tot}} \propto \delta^{-4}$, ou en terme d'opacité Thomson, $\tau_{\text{th}} \propto N_{\text{tot}} R^{-2} \propto (\delta^2 R)^{-2}$.

Moyennant ces lois d'échelle, on pourra donc garder constantes la luminosité bolométrique synchrotron, ainsi que les positions en fréquence de chacune des composantes (synchrotron et Compton inverse) dans un plan $R - \delta$. En régime optiquement mince comme nous l'avons vu, on fixera une relation supplémentaire en imposant la luminosité Compton inverse, et il restera un seul paramètre libre. Nous allons regarder plus précisément cette dépendance ainsi que l'influence de l'opacité gamma sur cette luminosité.

§ 39.2. Luminosité Compton inverse dans le plan $R - \delta$

Comme nous l'avons vu, on peut exprimer l'importance de la luminosité Compton inverse par le paramètre de dominance Compton r , rapport de luminosité de chacune des deux composantes. Dans le régime optiquement mince, ce rapport est aussi celui de la densité d'énergie du champ de photons mous impliqués dans le processus de diffusion Compton inverse (on parlera de densité d'énergie *efficace*) sur la densité d'énergie du champ magnétique. En introduisant les contraintes précédentes, on obtient

$$(39.185) \quad r = \frac{L_{\text{CI}}}{L_{\text{syn}}} = \frac{2}{c} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}^{\text{eff}}}{(\delta^2 B R)^2} = \frac{2}{c} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{(\delta^{1+\alpha} B R)^2} \tilde{q}^{1-\alpha} \propto \frac{1}{(R \delta^{2+\alpha})^2}$$

Dans l'expression précédente, on a tenu compte des corrections Klein-Nishina pour le calcul de la densité d'énergie effective du champ de photons mous, qui réduit la fraction de photons effectivement disponibles pour la diffusion Compton inverse. Si on ne tient pas compte de cet effet (ce qui est le cas si $\gamma_c \tilde{v}_s \ll 1$), l'expression se réduit à $r \propto (R \delta^3)^{-2}$.

On obtient alors un jeu d'équations simplifiées qui permet de définir r en fonction de la taille de la zone d'émission R et du facteur Doppler δ — moyennant une prescription sur l'indice de la loi de puissance α du spectre —,

$$(39.186) \quad \left. \begin{array}{l} \tilde{L}_{\text{syn}} = \text{cste} \\ \tilde{v}_s = \text{cste} \\ \tilde{v}_c = \text{cste} \end{array} \right\} \Rightarrow r(R, \delta) = \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{2}{c} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{(\delta^{1+\alpha} B R)^2} \tilde{q}^{1-\alpha} \times \mathcal{C}_{\text{abs}}(\gamma_c) \\ B = 0.01 \text{ G } \delta \tilde{v}_{s,19} \tilde{v}_{c,27}^{-2} \\ \tilde{q} = 1.52 \cdot 10^{-6} \tilde{v}_{s,19}^{-1} \tilde{v}_{c,27}^{-1} \\ \mathcal{C}_{\text{abs}}(\gamma_c) = \left(\frac{1 - e^{-\ell_{\gamma\gamma}}}{\ell_{\gamma\gamma}} \right) e^{-\ell_{\gamma\gamma}} \\ \ell_{\gamma\gamma} = \frac{1 - \alpha}{2^\alpha} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{12\pi\hbar c} \delta^{-(3+2\alpha)} \frac{\tilde{L}_{\text{syn}}}{R} \frac{1}{\tilde{v}_s \tilde{q}^\alpha} \end{array} \right.$$

Alors, dans le régime optiquement mince (vis-à-vis de la production de paires) où $\ell_{\gamma\gamma} \ll 1$ et $\mathcal{C}_{\text{abs}} \approx 1$, dans l'espace des paramètres $R - \delta$, les courbes d'iso-luminosité (isophotes) $r = \text{cste}$ sont définies par l'équation $\delta = R^{-1/(2+\alpha)}$. En augmentant la taille de la zone d'émission, on doit

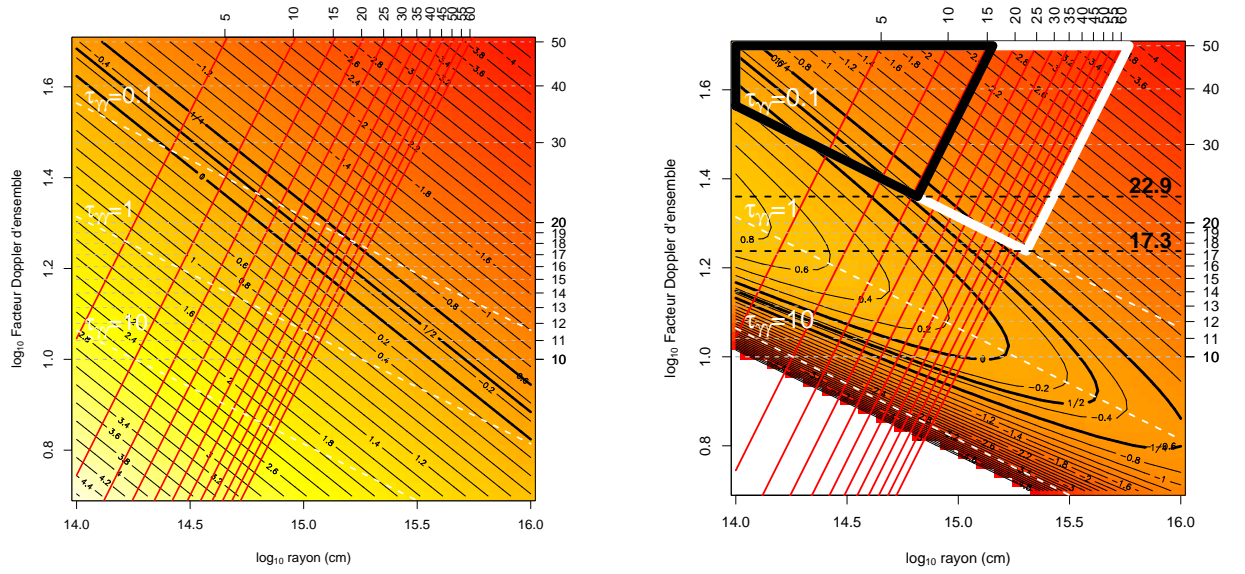


Fig. 42. Cartes de l'espace des paramètres $R - \delta$ dans l'approche stationnaire. Dans les deux cas, $\tilde{\nu}_s = 10^{19.3}$ Hz, $\tilde{\nu}_c = 10^{27}$ Hz et $\tilde{L}_{\text{syn}} = 10^{46}$ erg/s. *Panneau de gauche*, dans le régime optiquement mince. Les courbes de niveau noires représentent les lieux d'iso-luminosité (isophotes) Compton inverse. Les courbes pointillé grasses blanches les courbes d'iso-opacité, évaluées pour les photons d'énergie réduite γ_c . À noter que cette première carte n'est valide que dans le régime $\ell_{\gamma\gamma} \ll 1$. Aussi représentés, les rayons de variabilité R_{var} . Les temps de variabilité dans le référentiel de l'observateur \tilde{t}_{var} sont donnés sur l'axe horizontal supérieur et exprimés en minutes. Rappelons que pour \tilde{t}_{var} donné on obtient qu'une contrainte sur la taille de la région d'émission. L'observation d'un \tilde{t}_{var} associé à une observation permet d'éliminer la zone du plan $R - \delta$ à droite de la ligne $\delta(R_{\text{var}})$. *Panneau de droite*, idem panneau de gauche mais en prenant compte du terme d'absorption intrinsèque dans le régime optiquement épais. Les polygones en traits épais représentent deux exemples apportés conjointement par le temps de variabilité et la compacité de la source, pour $\ell_{\gamma\gamma} = 10^{-1}$ et $\tilde{t}_{\text{var}} = 1$ h en blanc et $\tilde{t}_{\text{var}} = 15$ min en noir. Voir le texte pour plus de détails.

donc, pour maintenir une luminosité Compton inverse constante, réduire la valeur du facteur Doppler d'ensemble δ . Dans le même temps, l'opacité à la production de paires évolue comme

$$(39.187) \quad \tau_{\gamma\gamma} \propto \frac{1}{\delta^{1+\alpha}} \propto R^{\frac{1+\alpha}{2+\alpha}} \quad , \quad N_{\text{tot}} \propto \frac{1}{\delta^4} \quad , \quad R \propto \frac{1}{\delta^{2+\alpha}}$$

La compacité augmente donc si on diminue δ et si on augmente la valeur de R (en diminuant le nombre particules). Cette dernière conclusion peut sembler contre-intuitive aux premiers abords. Cette situation est illustrée par le panneau gauche de la figure 42.

Considérons maintenant l'effet de l'opacité gamma. Si on diminue R à δ constant, la luminosité gamma augmente d'abord par suite de l'augmentation de la densité en photons synchrotron, puis diminue à cause de l'opacité lorsque $\ell_{\gamma\gamma} \geq 1$ (cas optiquement épais). Au lieu d'être des droites dans le plan logarithmique $R - \delta$, les isophotes s'incurvent jusqu'à devenir bivalentes vis-à-vis des quantités R ou δ constantes. Ainsi, à l'inverse du régime précédent, pour un facteur Doppler δ donné (ce qui correspond à un temps d'observation fixé), il existe deux solutions satisfaisantes à même puissance Compton inverse, l'une optiquement mince et l'autre optiquement épaisse du point de vue du processus de création de paires. En fait, les estimations dans le régime optiquement épais s'avèrent plus délicate à mettre en place, cette analyse ne tient pas compte de la modification du spectre du fait du recyclage des paires créées. Dans le panneau droit de la figure 42, j'ai fait aussi apparaître deux exemples de contraintes apportées conjointement par le temps de variabilité et l'opacité ou la compacité de la source. Pour un temps de variabilité observé donné, nous avons défini précédemment le rayon de variabilité R_{var}

donné de la source par la relation (36.174) page 91. Ce dernier donne une estimation de la taille maximum de la zone d'émission $R \leq R_{\text{var}}$. Cette dernière inégalité permet d'exclure toute la partie du plan $R - \delta$ à la droite de la droite $\delta(t_{\text{var}})$. Si l'on impose une compacité de la source maximum de la source, cette dernière permet d'exclure toute la partie du plan cette fois en dessous de la courbe d'iso-opacité. Ces deux contraintes combinées l'une à l'autre permettent d'obtenir une contrainte sur une limite inférieure de la valeur du facteur Doppler δ , *a priori* la même que donnée par la relation (38.182).

Par exemple, comme représenté sur la figure 42, les solutions optiquement minces avec $\ell_{\gamma\gamma} \approx 10^{-1}$, des temps de variabilité de l'ordre de l'heure impose $\delta \geq \delta_{\text{min}} = 17.3$ et $\delta_{\text{min}} = 23$ pour des variabilités de l'ordre du quart d'heure pour $\tilde{\nu}_s = 10^{19.3}$ Hz, $\tilde{\nu}_c = 10^{27}$ Hz et $\tilde{L}_{\text{syn}} = 10^{46}$ erg/s. Dans chacun des deux cas, les solutions $r = 1$ requièrent une taille de source maximale de $R_{\text{max}} = 2 \cdot 10^{14}$ cm. Cette contrainte est imposée dans les deux cas par la valeur maximale de la compacité. Ce n'est pas toujours le cas. Par exemple, pour $r = 10^{-1}$, pour des temps de variabilité d'une heure fournissent $R_{\text{max}} = 1.3 \cdot 10^{15}$ cm imposée encore ici par la contrainte de compacité. Mais pour $t_{\text{var}} \approx 15$ min d'heure, la contrainte du temps de variabilité est plus sévère, et l'on obtient dans ce cas $R_{\text{max}} = 7 \cdot 10^{14}$ cm

§ 40. Effet du dérougissement du spectre

Disons quelques mots sur l'influence de la prise en compte de l'absorption du spectre par les photons du fond infrarouge sur l'évolution des paramètres. Le dérougissement, c'est-à-dire la correction du spectre observé afin d'obtenir le spectre à la source, conduit inévitablement à l'augmentation de r . Mais généralement, au premier ordre, la position des pics reste inchangée tout comme la luminosité synchrotron. Ainsi, d'après les résultats précédents, la dépendance fonctionnelle de la profondeur optique en fonction de la compacité peut s'écrire,

$$(40.188) \quad \tau_{\gamma\gamma} \propto \frac{1}{R\delta^{3+2\alpha}} \propto \frac{r^{1/2}}{\delta^{1+\alpha}}.$$

L'augmentation seule de r conduit inévitablement à l'augmentation de la compacité et la diminution du rayon de la source. Celle-ci doit donc être accompagnée d'une augmentation du facteur Doppler. Si par exemple on veut conserver la compacité, on obtient la loi d'échelle,

$$(40.189) \quad r \propto \delta^{2(1+\alpha)} \quad \text{soit} \quad \delta \propto r^{1/2(1+\alpha)}.$$

Par exemple, pour Mrk 501, on peut estimer la variation de r d'environ 2.7 entre le spectre rougi et le spectre dérougi (cette valeur dépend bien sûr de l'estimation que l'on considère de la densité du fond infrarouge qui est rappelons-le très imprécise.). On s'attend alors à une variation de δ de l'ordre de 1.4 ! On passe par exemple d'une estimation de δ pour un spectre non-corrigé de 25 à 35 pour la version corrigée. Mais encore une fois, cette estimation est très dépendante de la densité du fond infrarouge, qui est comme nous l'avons vu mal contrainte. De plus, dans cette estimation, on a négligé la variation de la position du maximum du pic Compton inverse au cours du dérougissement, ce qui est vrai seulement pour les faibles corrections.

Modélisation de la SED dans le cadre dépendant du temps

Plan du chapitre

1. Le modèle une zone dépendant du temps	97
2. Équation cinétique standard	98
3. Injection d'une distribution en particules en "pileup"	98
4. Transfert radiatif : construction de la SED	99
5. Solution approchée de l'équation cinétique	101
§ 41. Noyau de Green et solution générale	101
§ 42. Injection d'une pileup sur un temps fini	101
§ 43. Dynamique de la distribution	104
§ 44. Conséquences sur la SED	105
6. Résolution numérique de l'équation cinétique	106
§ 45. Méthode numérique	106
§ 46. Comparaison à la solution analytique et test	107
7. Variation spectrale de la SED en fonction de t_{obs}	108
§ 47. Influence de t_{obs}	109
§ 48. Influence de Δt_{obs}	110
8. Spectre moyen sur le temps	110
§ 49. Spectre moyen – approche quantitative	111
§ 50. Loi d'échelles et invariance du spectre synchrotron	113
§ 51. Évolution semi-quantitative du maximum du pic synchrotron	114

1. Le modèle une zone dépendant du temps

LES ESTIMATIONS PRÉCÉDENTES PERMETTENT de contraindre les paramètres physiques d'une solution SSC stationnaire. En réalité les observations montrent que l'émission de haute énergie est très variable, et se produit très certainement lors de l'injection de bouffées de particules relativistes pendant un temps assez court. Je vais présenter dans les pages suivantes un modèle une zone simplifié permettant de calculer l'émission dépendante du temps produite lors de ces phases d'injection soudaines. Je développerai dans la dernière partie de ce manuscrit un modèle physique permettant d'expliquer de manière cohérente et beaucoup plus satisfaisante l'origine de ces bouffées.

2. Équation cinétique standard

La nécessité de suivre l'évolution de la distribution vient du fait que les particules se refroidissent sur des temps caractéristiques relativement courts, comparables aux autres échelles de temps du problème, à savoir le temps de variabilité (de l'ordre du quart d'heure dans un cas pour Mrk 421, Gaidos *et al.* (1996)), le temps d'injection ou tout simplement le temps typique d'observation (plusieurs dizaines de kilosecondes pour une observation typique de Mrk 501 ou 421 avec BeppoSAX).

En effet, nous avons vu que le temps de refroidissement caractéristique synchrotron d'une particule de facteur Lorentz γ (dans le référentiel de la source) peut s'exprimer par :

$$(40.190) \quad t_{\text{syn}}(\gamma) \approx \frac{\gamma}{|d\gamma/dt|} = \frac{1}{\gamma k_{\text{syn}}} \approx 7.75 \cdot 10^4 \text{ secondes} \left(\frac{B}{0.1\text{G}} \right)^{-2} \left(\frac{\gamma}{10^6} \right)^{-1}$$

Photons et leptons sont supposés être distribués de façon isotrope dans le référentiel de la source, de sorte que la densité différentielle de chaque type de particules s'écrit (la dépendance en temps est ici implicite)

$$(40.191) \quad dn = n(\gamma, \Omega) d\gamma d\Omega = \frac{n(\gamma)}{4\pi} d\gamma d\Omega$$

Ainsi, l'évolution de la densité différentielle en énergie des particules $n_{\pm}(\gamma; t)$ avec un facteur de Lorentz compris entre γ et $\gamma + d\gamma$ est donnée par (Blumenthal & Gould 1970),

$$(40.192) \quad \frac{\partial}{\partial t} n_{\pm}(\gamma; t) + \frac{\partial}{\partial \gamma} \dot{\gamma}(\gamma; t) n_{\pm}(\gamma; t) = Q(\gamma; t)$$

Le terme source $Q(\gamma; t)$ inclut aussi bien le terme d'injection de particules fraîchement injectées $Q_{\text{inj}}(\gamma; t)$ que le terme de production de paires par photo-annihilation $Q_{\text{prod}}(\gamma; t)$. Le terme $\dot{\gamma}(\gamma; t)$ contenu dans la partie advective de l'équation (40.192) est le taux de refroidissement radiatif des particules. Comme mentionné auparavant, les particules peuvent se refroidir par deux canaux d'émission radiative distincts, synchrotron ou Compton inverse. On peut alors écrire,

$$\dot{\gamma}(\gamma; t) = \dot{\gamma}_{\text{syn}}(\gamma; t) + \dot{\gamma}_{\text{CI}}(\gamma; t).$$

Afin de simplifier le problème du transfert radiatif, on supposera dans un modèle homogène que la densité en photons reste uniforme dans la source. Le terme d'échappement est approché en supposant que les photons sont produits dans la sphère de volume $4\pi R^3/3$ et s'échappent par la surface $4\pi R^2$. On obtient alors l'équation approchée suivante :

$$(40.193) \quad \frac{\partial}{\partial t} n(\nu; t) = Q_{\text{phot}}(\nu; t) - \frac{3c}{R} n(\nu; t)$$

Ce système de deux équations aux dérivées partielles (40.192, 40.193) est fortement couplé et non linéaire sous sa forme la plus générale. Entre autre, le flux de photons dépend fortement bien entendu du spectre en énergie des particules. Le processus de production de paires participe à la déplétion des photons de basse comme de haute énergie et à la création de nouvelles particules. Le taux de refroidissement des leptons dépend pour le processus Compton inverse du champ de photons synchrotrons.

3. Injection d'une distribution en particules en "pileup"

Quelle forme choisir pour la *fonction de distribution en énergie* (EDF) des particules injectées? Ceci dépend bien entendu du processus d'accélération que l'on considère pour les particules. Généralement, les auteurs utilisent une loi de puissance sur un domaine plus ou moins étroit de la valeur du facteur de Lorentz et la justifient (s'ils le font) par un mécanisme d'accélération du type Fermi du premier ordre dans des chocs localisés. Cependant la formation de lois de

puissance sur un domaine d'énergie très restreint n'est pas vraiment satisfaisante, et les spectres observés ne sont en loi de puissance que localement. Alors y-a-t-il une alternative à l'utilisation de la sacro-sainte "*power-law*" ? La réponse est oui ; comme je l'ai montré dans l'introduction, les modèles d'accélération stochastique par interaction du type ondes/plasma peuvent sous certaines conditions conduire à la formation de distributions de type maxwelliennes relativistes ou *pileup*. Les propriétés physiques de ce type de distributions sont assez différentes des celles des lois de puissance ; en particulier, dans ce dernier cas, l'enthalpie du plasma est dominée par la borne inférieure de la distribution. Pour une *pileup*, les particules sont concentrées essentiellement autour du maximum et la dynamique du plasma contrôlée par les particules de haute énergie.

Pour ce travail, nous avons choisi de considérer l'injection des particules sur un temps fini noté t_{inj} dans le référentiel du plasma. Généralement, les différents auteurs considèrent une injection continue d'une loi de puissance et ne traitent que le seul le régime permanent subséquent. Dans notre modèle, nous suivrons au contraire l'évolution temporelle complète du plasma injecté pendant un un temps fini.

Le terme d'injection s'écrit,

$$(40.194) \quad Q_{\text{inj}}(\gamma; t) = \begin{cases} n_0 \gamma^2 \exp(-\gamma/\gamma_{\text{max}})^{3-r} & \text{si } 0 \leq t \leq t_{\text{inj}} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où γ_{max} est l'énergie caractéristique de la *pileup*, r l'indice de la turbulence, cette dernière étant supposée être une loi de puissance (par la suite nous considérerons le cas $r = 2$) et n_0 est le facteur de normalisation du nombre (ou de la densité n_{tot}) de particules injectées. La valeur exacte du paramètre r influe sur les propriétés physiques du plasma et sur leurs conséquences sur l'émission radiative, mais cette influence est faible. On peut exprimer la densité totale de particules à l'aide des grandeurs précédentes :

$$(40.195) \quad n_{\text{tot}} = \int_0^{t_{\text{inj}}} dt \int_1^\infty d\gamma Q_{\text{inj}}(\gamma; t) \approx n_0 t_{\text{inj}} \frac{\gamma_{\text{max}}^3}{3-r} \Gamma\left(\frac{3}{3-r}, \gamma_{\text{max}}^{r-3}\right)$$

où $\Gamma(\cdot, x)$ est la fonction Gamma incomplète (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964) et

$$(40.196) \quad \Gamma\left(\frac{3}{3-r}, \gamma_{\text{max}}^{r-3}\right) \approx \Gamma\left(\frac{3}{3-r}\right) \text{ si } \gamma_{\text{max}} \gg 1.$$

Pour $r = 2$ on vérifie facilement que $n_{\text{tot}} = 2n_0 t_{\text{inj}} \gamma_{\text{max}}^3$. Nous introduisons aussi l'*opacité Thomson* définie comme $\tau_{\text{th}} = R\sigma_{\text{th}} n_{\text{tot}}$.

4. Transfert radiatif : construction de la SED

Après avoir déterminé la distribution en énergie des particules à l'aide de l'équation cinétique, le code calcule dans le référentiel de la source l'intensité spécifique instantanée émise à l'instant t par le plasma, à savoir

$$(40.197) \quad I_\nu(\nu; t) \approx R(j_s(\nu; t) + j_{\text{CI}}(\nu; t)) \cdot \mathcal{C}_{\text{abs}}(\nu; t) \cdot \mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{ext}}(\nu; t).$$

Ensuite, toutes les quantités physiques instantanées doivent être converties du référentiel du plasma à celui de l'observateur en tenant compte du mouvement d'ensemble relativiste de la source (amplification Doppler) ainsi que des corrections cosmologiques pour les sources éloignées (peu importante dans le cas de Mrk 501 ou Mrk 421). Ainsi le flux instantané $\tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; t)$

reçu par un observateur est donné en fonction de l'intensité spécifique $\tilde{I}_\nu(\tilde{\nu}; t)$ émise par la source (dans ce même référentiel),

$$(40.198) \quad \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; t) = \oint d\Omega \tilde{I}_\nu(\tilde{\nu}; t) \approx \delta\Omega \tilde{I}_\nu(\tilde{\nu}; t)$$

où $\delta\Omega$ est l'angle solide sous lequel est sous-tendu la source soit $\delta\Omega = \pi\theta_s^2$. Pour une source de rayon R vue sous un demi angle sommet θ_s on peut définir la *distance relative au diamètre angulaire* d_a définie comme $d_a = R/\theta_s$. Plutôt que d_a , on utilise plus volontiers la *distance de luminosité* d_ℓ en fonction du décalage vers le rouge ou *relation de Matig* (1958) d'un objet défini comme pour un modèle d'univers de Friedmann avec $\Omega_\Lambda = 0$

$$(40.199) \quad d_\ell(z) = \frac{c}{H_0} \frac{2}{\Omega^2} \left[\Omega z + (\Omega - 2)(\sqrt{1 + \Omega z} - 1) \right] \approx \frac{c}{H_0} \left[z + z^2 \left(\frac{1 - q_0}{2} \right) \right] + \mathcal{O}(z^3)$$

où z est le décalage vers le rouge de la source, H_0 la constante de Hubble, Ω le paramètre de densité de matière et $q_0 = \Omega/2$ le paramètre de décélération. Pour les petits z , on retrouve bien au premier ordre la loi de Hubble $d_\ell \approx zc/H_0 + \mathcal{O}(z^2)$. On montre (Weinberg (1972) ch.14, 1972) que d_a et d_ℓ sont reliés l'un à l'autre par la relation $d_\ell = d_a(1 + z)^2$. Dans ce cas on a

$$(40.200) \quad \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; t) = \pi\theta_s^2 \tilde{I}_\nu(\tilde{\nu}; t) = \pi(1 + z)^4 \left(\frac{R}{d_\ell} \right)^2 \tilde{I}_\nu(\tilde{\nu}; t)$$

et en remarquant que I_ν/ν^3 est un invariant relativiste, on obtient finalement,

$$(40.201) \quad \boxed{\tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; t) = \pi \left(\frac{R}{d_\ell} \right)^2 \delta_b^3 (1 + z) I_\nu(\nu; t) \quad \text{avec} \quad \nu = \frac{1 + z}{\delta_b} \tilde{\nu}}$$

Cette dernière relation n'est rien d'autre que la *loi de Pogson de dilution des flux* généralisée aux distances cosmologiques.

Les observations ne fournissent en fait pas un spectre instantané mais un spectre moyenné sur une certaine durée d'observation. Le spectre final réellement calculé est donc obtenu en supposant que l'observation a lieu dans un intervalle temporel $[\tilde{t}_{\text{obs}}, \tilde{t}_{\text{obs}} + \Delta\tilde{t}_{\text{obs}}]$ où l'origine des temps $t = 0$ est fixée comme étant le début de l'injection des particules dans la source. Le spectre moyen dans le temps s'écrit alors formellement comme,

$$(40.202) \quad \tilde{F}_\nu^{\text{obs}}(\tilde{\nu}) = \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_{\tilde{t}} = \frac{1}{\Delta\tilde{t}_{\text{obs}}} \int_{\tilde{t}_{\text{obs}}}^{\tilde{t}_{\text{obs}} + \Delta\tilde{t}_{\text{obs}}} d\tilde{t} \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; \tilde{t}) = \frac{1}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; t).$$

Les modèles, au travers de l'amplification relativiste de l'émission n'apportent qu'une estimation du facteur Doppler δ_b et non pas sur le facteur de Lorentz d'ensemble ni sur l'angle ϕ de l'inclinaison du et vis-à-vis de la ligne de visée de l'observateur (supposé être faible rappelons le dans le cas des blazars). On peut tout de même donner des contraintes sur ces deux quantités. Étant donnée une estimation de δ_b , il existe une valeur minimum Γ_{min} du facteur de Lorentz correspondant à $\phi = 0$ à savoir $\Gamma_{\text{min}} = \delta_b/2$. Ainsi, pour tout $\Gamma > \Gamma_{\text{min}}$ il existe une combinaison unique (ϕ, δ_b) solution de

$$(40.203) \quad \mu = \cos \phi = \frac{1}{\beta_b(\Gamma_b)} \left(1 - \frac{1}{\delta_b \Gamma_b} \right)$$

δ_b étant fixé, on montre facilement que l'ensemble des solutions ϕ (ou de manière équivalente μ) quelque soit $\Gamma_b > \Gamma_{\text{min}} \gg 1$ est borné supérieurement et l'on a,

$$(40.204) \quad 0 \leq \phi \leq \phi_{\text{max}} = \frac{1}{\delta_b}.$$

Ainsi étant donnée une estimation de δ_b cette valeur ϕ_{max} définit en quelque sorte un cône de certitude de trouver un blazar avec un tel facteur Doppler. Les contraintes sur Γ_b sont quant

à elles moins sévères ne fournissant qu'une limite inférieure $\Gamma_{\min} = \delta_b/2$. Notons que pour $\phi = \phi_{\max}$ on a $\Gamma = \delta_b$.

Pour établir l'expression (40.201) précédente nous avons fait implicitement l'hypothèse que la variation d'intensité spécifique était indépendante de l'angle d'observation $\theta \leq \theta_s$ ce qui n'est pas vrai (effet centre-bord). Un calcul plus rigoureux montre qu'il faut introduire un facteur de correction géométrique valant 4/3 pour une source sphérique statique. Pour une source en mouvement, les effets de focalisation et d'aberration relativistes viennent largement compliquer les choses.

5. Solution approchée de l'équation cinétique

§ 41. Noyau de Green et solution générale

Afin de déduire quelques propriétés semi-quantitatives de notre modèle, nous avons développé analytiquement le cas simple où l'on peut négliger les pertes Compton inverse vis-à-vis des pertes synchrotrons, et où la production de paires est négligeable. En effet dans ce cas précis, l'équation cinétique

$$(41.205) \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{G}(\gamma; t) + \frac{\partial}{\partial \gamma} \dot{\gamma}(\gamma; t) \mathcal{G}(\gamma; t) = \delta(\gamma - \gamma_0) \delta(t - t_0)$$

dans le cas $\dot{\gamma} \leq 0$ admet un noyau de Green $\mathcal{G}(\gamma_0, t_0; \gamma, t)$ relativement simple (Blumenthal & Gould 1970)

$$(41.206) \quad \mathcal{G}(\gamma_0, t_0; \gamma, t) = \frac{1}{|\dot{\gamma}(\gamma; t)|} \Theta(t - t_0) \Theta(\gamma_0 - \gamma) \delta(t - t_0 - \tau(\gamma_0, \gamma)),$$

où Θ est la *fonction marche* de Heaviside et $\tau(\gamma_0, \gamma)$ est le temps de dérive en énergie. Ce dernier représente le temps nécessaire à une particule d'énergie initiale γ_0 , soumise à un processus de refroidissement caractérisé par un taux $\dot{\gamma}(\gamma; t)$ de se refroidir à l'énergie γ ,

$$(41.207) \quad \tau(\gamma_0, \gamma) = \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{du}{\dot{\gamma}(u)}.$$

À noter que $\tau(\gamma_0, \gamma)$ n'est rien d'autre que l'équation de la caractéristique de la relation (41.205) homogène. On peut alors exprimer formellement la solution générale de l'équation cinétique (40.192) satisfaisant la condition au bord $n_{\pm}(\gamma; t = 0) = 0$ et pour un terme d'injection quelconque $Q_{\text{inj}}(\gamma; t)$ par

$$(41.208) \quad n_{\pm}(\gamma; t) = \frac{1}{|\dot{\gamma}(\gamma; t)|} \int_{\gamma}^{\infty} d\gamma_0 Q_{\text{inj}}(\gamma_0; t - \tau(\gamma_0, \gamma)).$$

§ 42. Injection d'une pileup sur un temps fini

Pour un terme d'injection fini en temps du type défini par la relation (40.194) l'équation (41.208) précédente peut-être analytiquement intégrée et l'on obtient, pour un indice de turbulence r quelconque,

$$(42.209) \quad n_{\pm}(\gamma; t) = \frac{n_0 \gamma_{\max}^3}{k_{\text{syn}} \gamma^2 (3 - r)} \left\{ \Gamma \left[\frac{3}{3 - r}, \left(\frac{a}{\gamma_{\max}} \right)^{3-r} \right] - \Gamma \left[\frac{3}{3 - r}, \left(\frac{b}{\gamma_{\max}} \right)^{3-r} \right] \right\}$$

où $\Gamma(\cdot, x)$ est la fonction Gamma incomplète (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964). Pour $r = 2$, l'expression se simplifie quelque peu,

$$(42.210) \quad n_{\pm}(\gamma; t) = \frac{n_0 \gamma_{\max}^3}{k_{\text{syn}} \gamma^2} \left[\Gamma \left(3, \frac{a}{\gamma_{\max}} \right) - \Gamma \left(3, \frac{b}{\gamma_{\max}} \right) \right].$$

Les paramètres $a(\gamma; t)$ et $b(\gamma; t)$ représentent respectivement la borne inférieure et supérieure de

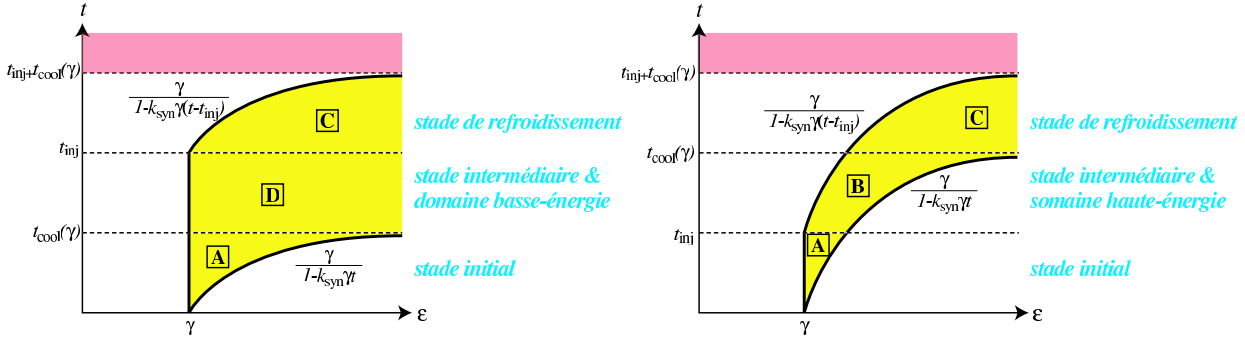


Fig. 43. Schéma des différents stades durant l'injection et/ou le refroidissement des particules. Le schéma de droite se distingue de celui du gauche essentiellement durant le stade intermédiaire où il convient de considérer l'énergie $\gamma m_e c^2$ si $t_{inj} < \text{ou} > t_{cool}(\gamma)$. Chacun des cas 1, 2, 3a et 3b est décrit dans le texte.

l'intégrale (41.208) où l'intégrand ne s'annule pas. Physiquement ce sont les bornes de l'intervalle des facteurs γ_0 d'injection qui contribuent de manière non nulle (après leur refroidissement partiel) aux particules d'énergie γ au temps considéré.

Afin d'évaluer la valeur de ces deux paramètres, nous devons distinguer trois intervalles de temps distincts pour chaque valeur de γ (Voir la figure de travail 43). Définissons $t_{cool}(\gamma) = |\gamma/\dot{\gamma}| = 1/\gamma k_{syn}$. On remarque que $t_{cool}(\gamma) = \tau(\infty, \gamma)$, c'est-à-dire le temps mis par une particule d'énergie initiale 'infinie' pour se refroidir jusqu'à l'énergie γ . Pour chaque énergie, on peut distinguer trois intervalles temporels:

- (1) **Stade initial** où $t < \min(t_{cool}(\gamma), t_{inj})$

$$b(\gamma; t) = \frac{\gamma}{1 - k_{syn} \gamma t} \quad ; \quad a(\gamma; t) = \gamma \quad (42.211)$$

Les particules continuent d'être injectées à l'énergie γ , mais les particules initialement injectées depuis l'infini n'ont pas eu encore le temps à l'instant t de se refroidir jusqu'à γ . Il existe une sorte d'*horizon en énergie* $\gamma_h(\gamma; t)$ des particules pouvant contribuer à l'énergie γ à l'instant t , typiquement celles qui peuvent avoir eu le temps de se refroidir. Précisément :

$$\frac{d\gamma}{dt} = -k_{syn} \gamma^2 \longrightarrow \int_0^t dt = \frac{1}{k_{syn}} \int_{\gamma_h}^{\gamma} -\frac{d\gamma}{\gamma^2} \Rightarrow \gamma_h(\gamma; t) = \frac{\gamma}{1 - k_{syn} \gamma t} \quad (42.212)$$

- (2) **Stade de refroidissement pur** où $\max(t_{inj}, t_{cool}(\gamma)) < t < t_{inj} + t_{cool}(\gamma)$

$$b(\gamma; t) \rightarrow \infty \quad ; \quad a(\gamma; t) = \frac{\gamma}{1 - k_{syn} \gamma (t - t_{inj})} \quad (42.213)$$

Les particules ne sont plus injectées à l'énergie γ . Les seules qui contribuent à l'intégrale sont celles de haute énergie qui n'ont pas encore eu le temps de se refroidir jusqu'à γ .

- (3) **Stade intermédiaire.** Pour les valeurs intermédiaires de t , on doit distinguer deux domaines d'énergie distincts. On définit une valeur critique du facteur de Lorentz individuel des particules, $\gamma_{lim} = 1/k_{syn} t_{inj}$

- (a) Domaine basse énergie où $\gamma < \gamma_{lim}$ (ou $t_{inj} < t_{cool}(\gamma)$)

$$b(\gamma; t) = \frac{\gamma}{1 - k_{syn} \gamma t} \quad ; \quad a(\gamma; t) = \frac{\gamma}{1 - k_{syn} \gamma (t - t_{inj})} \quad (42.214)$$

Les particules ne sont plus injectées à l'énergie γ bien que les particules initialement injectées depuis l'infini n'aient pas eu encore le temps de se refroidir et ne contribuent pas à l'intégrale. Ce domaine nous permet de connaître la forme spectrale de la distribution en énergie des particules pour $\gamma \leq \gamma_{\max}$. On peut développer les fonctions gamma $\Gamma(x) = 2 - x^3/3 + \mathcal{O}(x^4)$ dans l'expression (42.210) pour obtenir,

$$\Gamma\left(3, \frac{a}{\gamma_{\max}}\right) - \Gamma\left(3, \frac{b}{\gamma_{\max}}\right) \approx \gamma^4 \frac{k_{\text{syn}} t_{\text{inj}}}{\gamma_{\max}^3} \quad (42.215)$$

Dans ce cas,

$$n_{\pm}(\gamma; t) \approx n_0 t_{\text{inj}} \gamma^2 \quad (42.216)$$

(b) Domaine haute énergie où $\gamma \geq \gamma_{\text{lim}}$ (ou $t_{\text{inj}} \geq t_{\text{cool}}(\gamma)$)

$$b(\gamma; t) \rightarrow \infty ; \quad a(\gamma; t) = \gamma \quad (42.217)$$

Inversement, les particules continuent d'être injectées à γ et les particules injectées depuis l'infini ont eu le temps de se refroidir. Toutes les particules ayant un facteur de Lorentz individuel supérieur à γ contribuent à l'intégrale. Il est intéressant de noter que pour ce domaine très particulier, la distribution $n_{\pm}(\gamma; t)$ ne dépend pas du temps et l'on a affaire à un régime permanent. Notons quand même que ce régime permanent ne concerne pas toute la distribution mais uniquement l'intervalle de $\gamma \geq \gamma_{\text{lim}}$. Dans ce cas la solution (42.210) s'écrit avec $x = \gamma/\gamma_{\max}$,

$$n_{\pm}(\gamma; t) = \frac{n_0 \gamma_{\max}^3}{k_{\text{syn}} \gamma^2} \Gamma\left(3, \frac{\gamma}{\gamma_{\max}}\right) = \frac{n_0 \gamma_{\max}}{k_{\text{syn}}} \left(\frac{2 + 2x + x^2}{x^2}\right) e^{-x} \quad (42.218)$$

et on déduit deux formes limites du spectre. Pour $\gamma \gtrsim \gamma_{\max}$ on a $n_{\pm}(\gamma; t) \propto e^{-x}$ et l'on retrouve le profil exponentiel de la coupure de la pileup initialement injectée. Pour $\gamma_{\text{lim}} \leq \gamma \ll \gamma_{\max}$, $n_{\pm}(\gamma; t) \propto \gamma^{-2}$ et l'on obtient une loi de puissance d'indice -2 .

(4) On peut aussi définir un *stade final* pour lequel $t \geq t_{\text{inj}} + t_{\text{cool}}(\gamma)$ et où $n_{\pm}(\gamma; t) = 0$.

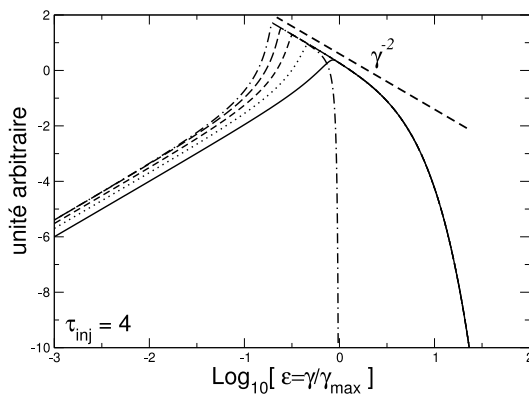


Fig. 44. Exemple de distributions en énergie des particules au cours du temps ($t/t_{\text{crit}} = 1, 2, 3, 4$ et 5) résultant de l'injection d'une *pileup* pendant la durée $t_{\text{inj}} = 4 t_{\text{crit}}$. Aussi représentée, une loi de puissance d'indice -2 caractéristique du refroidissement radiatif des particules.

En utilisant les variables réduites $\varepsilon = \gamma/\gamma_{\max}$ pour l'énergie réduite des particules et $\tau_i = t_i/t_{\text{crit}}$ pour les différents temps où $t_{\text{crit}} = t_{\text{cool}}(\gamma_{\max}) = 1/k_{\text{syn}} \gamma_{\max}$ est un temps critique caractéristique du système, on peut rassembler les expressions (42.210) pour chacun des différents régimes dans une seule expression,

$$(42.219) \quad n(\varepsilon; \tau) = \frac{n_0 \gamma_{\max}^3}{k_{\text{syn}} \gamma^2} Y_{\tau_{\text{inj}}}(\varepsilon; \tau)$$

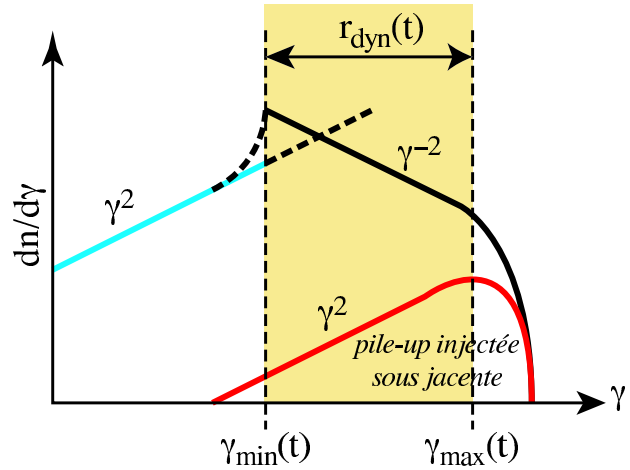
où

$$(42.220) \quad Y_{\tau_{inj}}(\varepsilon; \tau) = \varepsilon^{-2} \Theta(1 - \varepsilon \max(0, \tau - \tau_{inj})) \times \left[\Gamma\left(3, \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon \max(0, \tau - \tau_{inj})}\right) - \Theta(1 - \varepsilon \tau) \Gamma\left(3, \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon \tau}\right) \right]$$

Un exemple de représentation graphique de cette solution est donné figure 44. On remarque clairement les comportements asymptotiques obtenus dans les paragraphes précédents et résumés à l'aide de la figure 45. À basse énergie, le spectre est en loi de puissance avec un indice 2. Au dessus d'une certaine limite (dépendante du temps et notée par la suite $\gamma_{\min}(t)$), le spectre est dominé par une partie en loi de puissance sur d'indice -2 caractéristique du refroidissement radiatif synchrotron. Cette loi de puissance s'étale sur une dynamique plus ou moins importante, que l'on peut estimer à l'aide d'arguments simples sur le refroidissement des particules.

§ 43. Dynamique de la distribution

Fig. 45. Description schématique de la formation de la fonction de distribution en énergie des particules résultant de l'injection d'une *pileup* sur un temps fini. Le spectre est globalement une loi de puissance d'indice -2 signant le refroidissement radiatif des particules sur une dynamique $r_{\text{dyn}}(t)$ plus ou moins importante. Celle-ci est essentiellement contrôlée par les temps d'injection et de refroidissement.



Les facteurs de Lorentz individuels minimal et maximal effectifs (en fonction du temps) sont obtenus simplement en suivant le refroidissement d'une particule d'énergie initiale $\gamma_{\max,0}$ (seuil d'injection) sur le bon domaine temporel. Ainsi $\gamma_{\min}(t)$ correspond à l'énergie au temps t des particules injectées au seuil à $t = 0$. Pour $\gamma_{\max}(t)$, tant que les particules sont injectées, on a bien évidemment $\gamma_{\max}(t) = \gamma_{\max,0}$. Ensuite, il correspond à l'énergie des dernières particules injectées à t_{inj} . Finalement, on peut alors écrire,

$$(43.221) \quad \gamma_{\min}(t) = \frac{\gamma_{\max,0}}{1 + t/t_{crit}} \quad \text{et} \quad \gamma_{\max}(t) = \frac{\gamma_{\max,0}}{1 + \max(0, t - t_{inj})/t_{crit}}.$$

On définit la dynamique comme le rapport des facteurs de Lorentz individuels effectifs maximal et minimal,

$$(43.222) \quad r_{\text{dyn}} = \frac{\gamma_{\max}(t)}{\gamma_{\min}(t)} = \frac{1 + t/t_{crit}}{1 + \max(0, (t - t_{inj})/t_{crit})}.$$

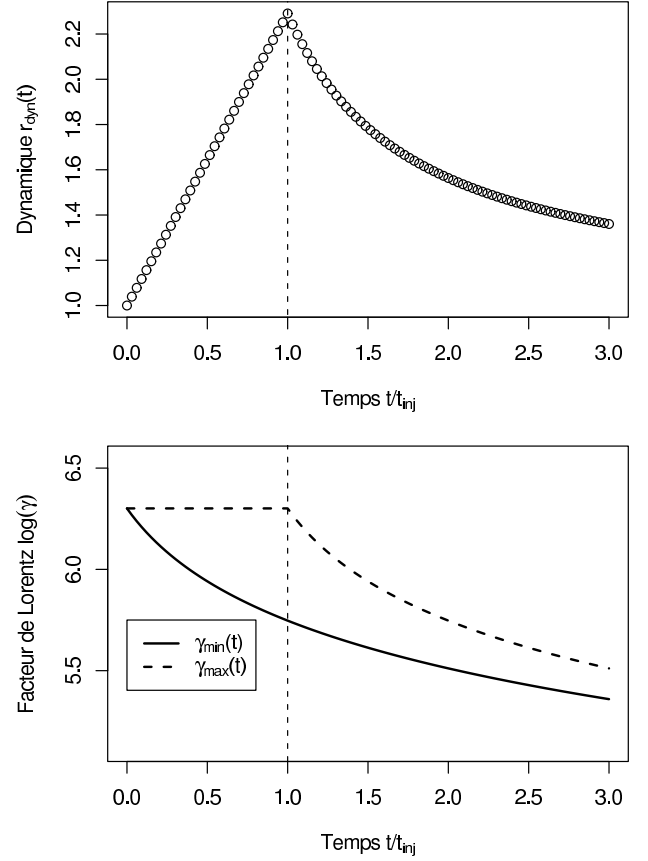
et qui admet un maximum absolu pour $t = t_{inj}$.

$$(43.223) \quad r_{\text{dyn,max}} = r_{\text{dyn}}(t = t_{inj}) = 1 + \frac{t_{inj}}{t_{crit}} = 1 + \frac{1}{6\pi} \frac{\sigma_{th}}{m_e c} t_{inj} B^2 \gamma_{\max,0}$$

$$(43.224) \quad = 1 + 1.29 \left(\frac{t_{inj}}{100 \text{ ks}} \right) \left(\frac{B}{0.1 \text{ G}} \right)^2 \left(\frac{\gamma_{\max,0}}{10^6} \right)$$

Par abus de langage, on appellera *dynamique* la dynamique maximale définie précédemment par (43.223) ; tout ceci est illustré figure 46.

Fig. 46. *Panneau inférieur*, exemple d'évolution en fonction du temps du facteur de Lorentz individuel effectif maximal et minimal (*panneau supérieur*) et dynamique résultante pour $B = 0.1$ G, $\gamma_{\max,0} = 10^6$ et $t_{\text{inj}} = 100$ ks.



§ 44. Conséquences sur la SED

Dans ce chapitre, j'ai montré que lorsque l'on néglige le recyclage des paires créées ainsi que le refroidissement Compton inverse des particules vis-à-vis du refroidissement synchrotron, la fonction de distribution en énergie des particules initialement injectées sous la forme d'une *pileup* sur un temps fini est une loi de puissance d'indice -2 sur une dynamique plus ou moins importante. Cette dernière dépend essentiellement du rapport des temps d'injection et de refroidissement caractéristiques des particules. Plus ce dernier est court et/ou le temps d'injection long, plus les particules cascaden à basse énergie et participent à la formation de la partie en loi de puissance.

Il convient de bien distinguer la distribution des particules initialement injectées — quasi mono-énergétique dans notre cas — de celle qui résulte du refroidissement de celle-ci — en loi de puissance —.

Comme je l'ai déjà évoqué auparavant, les différents modèles disponibles dans la littérature astrophysique supposent généralement une loi du puissance, qui est soit directement prescrite soit le résultat de l'injection et du refroidissement d'une distribution initiale elle-même en loi de puissance⁵. Je renvoie le lecteur à l'annexe A page 213 de ce manuscrit pour ce dernier cas. La distribution initiale en loi de puissance est justifiée théoriquement dans des modèles d'accélération de particules, dans le cadre par exemple de l'accélération de Fermi du premier ordre. Dans ce cas, l'indice de la loi de puissance est directement relié aux caractéristiques du choc et des temps d'accélération t_{acc} vis-à-vis du temps d'échappement de la zone

⁵Cette dernière approche justifie en partie la première, d'une EDF approchée, pour des cas simples (pas de recyclage des paires, etc.)

d'accélération t_{esc} . On a

$$n(\gamma) \propto \gamma^{-p} \quad \text{avec} \quad p = 1 + \frac{t_{\text{acc}}}{t_{\text{esc}}}$$

Quant à l'indice s de la distribution de particules refroidies, sa valeur dépend de l'efficacité du refroidissement et peut être égale $s = p$, $1 + p$ ou 2 (Voir Annexe A).

Généralement, la dynamique, ou plutôt les bornes $\gamma_{\min,0}$ et $\gamma_{\max,0}$ sont des paramètres libres du modèles et contraintes par les simulations, tout comme l'indice s . Si la dynamique est suffisante, on sait que le spectre synchrotron est alors aussi une loi de puissance d'indice $\alpha = (s - 3)/2$ en représentation $\nu F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$. Il est clair que s (ou p) varie d'un objet à l'autre. Dans notre approche, p est fixé et vaut 2 . On devrait s'attendre, sous la réserve que $r_{\text{dyn,max}}$ soit suffisante, à une spectre synchrotron avec un indice universel de $1/2$ contredisant les observations. La subtilité est que cette analyse est vraie pour un modèle d'émission instantanée ou d'injection permanente de particules. Dans notre modèle, l'injection se fait sur un temps fini, et un autre degré de liberté nous est accordé par le fait que l'émission est une émission moyenne sur un temps Δt_{obs} et dont le début de l'observation ne coïncide par forcément avec le début de l'injection, mais est différé avec un délai t_{obs} .

Avant de détailler cet effet, je voudrai m'attarder un instant sur l'approche numérique de résolution de l'équation cinétique générale. L'approximation analytique faite ici va pouvoir nous servir de solution de référence afin de valider la méthode numérique choisie.

6. Résolution numérique de l'équation cinétique

§ 45. Méthode numérique

Dans cette section, je vais m'astreindre à décrire rapidement la méthode de résolution numérique de l'équation cinétique standard. Le facteur de Lorentz des particules s'étend sur plusieurs ordres de grandeur, typiquement de 10^1 à 10^8 . Dans ce cas, il est plus adapté de considérer les diverses quantités différentielles dépendant de l'énergie par bande logarithmique (logarithme décimal) de γ/γ_{\max} où γ_{\max} est l'énergie caractéristique d'injection de la pileup. Dans le même ordre d'idée, le temps est exprimé en unité du temps d'injection t_{inj} . Nous introduisons alors la fonction de composition Φ ,

$$(45.225) \quad \Phi(X, T) = (\gamma, t) \quad \longleftrightarrow \quad \Phi^{-1}(\gamma, t) = (X(\gamma, t), T(\gamma, t)) = \begin{cases} X = \log_{10} \gamma / \gamma_{\max} \\ T = t / t_{\text{inj}} \end{cases}$$

$$(45.226) \quad U(X; T) = u \circ \Phi^{-1}$$

où ' \circ ' est l'opération binaire usuel de composition ; de la même manière, on obtient,

$$(45.227) \quad F(X; T) = \frac{t_{\text{inj}} 10^X}{\ln 10} \quad , \quad G(X; T) = \left(\frac{\dot{\gamma}}{\gamma^2} \right) \circ \Phi^{-1} \quad , \quad \tilde{Q}(X; T) = t_{\text{inj}} \gamma_{\max}^2 10^{2X} (Q \circ \Phi^{-1}).$$

et finalement l'équation cinétique s'écrit,

$$(45.228) \quad \mathcal{L}_{(F,G)} U(X; T) = \left[\frac{\partial}{\partial T} + F(X; T) \frac{\partial}{\partial X} G(X; T) \cdot \right] U(X; T) = \tilde{Q}(X; T)$$

On remarque que si $\partial G / \partial X = 0$ (par exemple dans le cas d'un refroidissement synchrotron *i.e.* $\dot{\gamma} \propto \gamma^2$), la relation précédente est identique à celle d'une équation de transport purement advective. Pour résoudre cette équation, on se propose d'utiliser la *méthode des lignes*. Celle-ci consiste à discrétiser spatialement (ou ici en fait en énergie) le problème sur une grille de dimension N afin d'obtenir un ensemble de N équations différentielles ordinaires sur le

temps uniquement. La solution de ce problème de N équations couplées est alors calculée en utilisant un intégrateur standard pour *problème raide* ("stiff problems"). Ici, j'ai utilisé l'intégrateur (D)LSODE issu de l'ensemble de routines ODEPACK package of A.C. Hindmarsh⁶.

Plus précisément, la grille en (pseudo-)énergie X_i est choisie comme également répartie et l'on introduit $X_i = X_0 + i\delta X$, $0 \leq i \leq N - 1$. Par la suite, nous utiliserons la notation

$$(45.229) \quad f_i = f(X_0 + i\delta X; T) \quad \text{où} \quad f = F, G, U, \tilde{Q}$$

Dans ce cas, le développement limité en série de Taylor au premier ordre de la fonction f permet d'obtenir sans difficulté l'opérateur aux différences de la dérivée partielle première par rapport à la (pseudo-)énergie X

$$(45.230) \quad \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_{X_i, T} = \frac{U_{i+1} - U_i}{\delta X} + \mathcal{O}(\delta X^2)$$

$$(45.231) \quad \frac{\partial U_i}{\partial T} = \frac{F_i}{\delta X} [U_i G_{i+1} - U_{i+1} (2G_{i+1} - G_i)] + \tilde{Q}_i, \quad 0 \leq i \leq N - 1$$

En introduisant les coefficients

$$(45.232) \quad \alpha_i = \frac{F_i}{\delta X} G_{i+1}, \quad \beta_i = \frac{F_i}{\delta X} (G_i - 2G_{i+1})$$

les relations précédentes peuvent se ré-écrire comme,

$$(45.233) \quad \frac{\partial U_i}{\partial T} = \alpha_i U_i + \beta_i U_{i+1} + \tilde{Q}_i, \quad 0 \leq i \leq N - 1$$

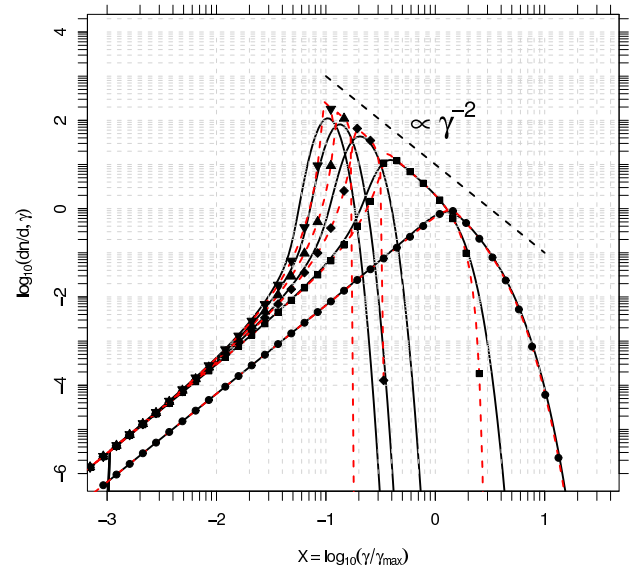
on de manière matricielle

$$(45.234) \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial T} = \mathcal{M} \mathbf{U} + \tilde{\mathbf{Q}}$$

Dans ce cas, la matrice \mathcal{M} est une matrice réelle carrée de dimension $N \times N$ de type *bande*.

§ 46. Comparaison à la solution analytique et test

Fig. 47. Le calcul numérique est représenté en trait plein tandis que les solutions exactes par les symboles pour différents temps de calcul et pour certaines valeurs des paramètres du modèle et pour une discrétisation sur 200 points de grille. Voir le texte pour plus de détails.



Afin de tester l'implémentation numérique de la résolution de l'équation cinétique standard, nous allons appliquer ici cette méthode au cas simple exposé à la section 5, à savoir les pertes radiatives Compton inverse négligeables vis-à-vis de celles synchrotrons et une production

⁶voir <http://www.llnl.gov/CASC/odepack>

de paires elle aussi négligeable. Dans ce cas, j'ai montré qu'une solution analytique plus ou moins simple existe (equations 42.219 & 42.220), que nous allons pouvoir comparer aux résultats numériques. Le résultat de ces comparaisons est présenté figure 47 pour une discrétisation sur 200 points de grilles. Ce chiffre paraît être un bon compromis entre exactitude et temps de calcul. Le calcul numérique est représenté en trait plein tandis que les solutions exactes par les symboles pour différents temps de calcul et pour certaines valeurs des paramètres du modèles (les valeurs exactes de ceux-ci importent peu dans le cadre de cette discussion). Les différentes courbes sont en bon accord. On remarquera que les solutions numériques semblent être plus larges que leur homologue analytique. Ceci vient en grande partie du schéma de résolution numérique des équations différentielles. L'approximation faite doit introduire une certaine *dissipation* ou *diffusion* artificielle numérique, phénomène bien connu de ce type d'approche. Son importance dépend entre autre du nombre de points de grille. On peut toujours identifier cette légère diffusion artificielle à une diffusion d'origine physique comme par expemple un phénomène stochastique d'accélération des particules. Dans tous les cas, les effets sur la SED de l'objet modélisé sont négligeables et les différences imperceptibles. Les propriétés générales du spectre des particules ne sont cependant pas modifiées, comme par exemple le régime asymptotique à basse énergie où la partie en loi de puissance en E^{-2} ("signature radiative"). Toutes ces remarques faites, l'approche numérique proposée au paragraphe précédent est donc bien validée.

7. Variation spectrale de la SED en fonction de t_{obs}

Dans notre modèle tel que nous l'avons précédemment décrit, l'évolution spectrale de la composante synchrotron n'est pas obtenue comme dans les autres modèles par l'évolution de l'indice spectral de la distribution des particules s . Dans notre cas ce dernier est fixé et vaut $s = 2$ sur une dynamique plus ou moins importante r_{dyn} . La variation de l'indice effectif du spectre de photon est reliée aux effets de moyenne des spectres instantanés. Je vais montrer très simplement en utilisant une approche simplifiée (mais réaliste !) du spectre instantané que l'on peut, pour une durée d'observation donnée obtenir une variation de l'indice en photon en fonction du temps de début d'observation t_{obs} .

À des fins analytiques, on approche le spectre en énergie des particules refroidies par une loi de puissance effective en γ^{-2} sur la dynamique $r_{\text{dyn}}(t) = \gamma_{\text{max}}(t)/\gamma_{\text{min}}(t)$,

$$(46.235) \quad n(\gamma; t) = n_0 \gamma^{-2} \Theta(\gamma_{\text{max}}(t) - \gamma) \Theta(\gamma - \gamma_{\text{min}}(t))$$

avec comme limite de cette distribution

$$(46.236) \quad \gamma_{\text{min}}(t) = \frac{\gamma_{\text{max},0}}{1 + t/t_{\text{crit}}} \quad \text{et} \quad \gamma_{\text{max}}(t) = \frac{\gamma_{\text{max},0}}{1 + \max(0, t - t_{\text{inj}})/t_{\text{crit}}}.$$

Cette solution correspond à la solution exacte de notre équation cinétique standard simplifiée pour le cas d'une injection purement mono-énergétique, à savoir

$$Q_{\text{inj}}(\gamma; t) = \begin{cases} n_0 \delta(\gamma - \gamma_{\text{max},0}) & \text{si } 0 \leq t \leq t_{\text{inj}} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On rappelle que $t_{\text{crit}} = t_{\text{cool}}(\gamma_{\text{max},0})$ à savoir le temps caractéristique de refroidissement d'une particule d'énergie initialement infinie jusqu'à $\gamma_{\text{max},0}$. Pour une dynamique suffisamment large $r_{\text{dyn}}(t) \gg 1$, le spectre synchrotron instantané résultant à l'instant t sera alors lui-même une loi de puissance avec une indice 1/2 en νF_ν , s'échelonnant de $\nu_{\text{smin}}(t)$ à $\nu_{\text{smax}}(t)$, de telle sorte que l'on peut écrire,

$$(46.237) \quad \nu F_\nu(t) = S_\nu(t) = S_0 \nu^{1/2} \Theta(\nu_{\text{smax}}(t) - \nu) \Theta(\nu - \nu_{\text{smin}}(t))$$

avec

$$(46.238) \quad \nu_{\text{smax}}(t) = \frac{\nu_{\text{smax},0}}{[1 + \max(0, t - t_{\text{inj}})/t_{\text{crit}}]^2} \quad \text{et} \quad \nu_{\text{smin}}(t) = \frac{\nu_{\text{smax},0}}{(1 + t/t_{\text{crit}})^2}$$

et $\nu_{\text{smax},0} = \frac{3\Omega_{\text{syn}}}{4\pi} \gamma_{\text{max},0}^2$. On en déduit formellement la forme du spectre moyen dans le temps réellement observé comme étant

$$(46.239) \quad \langle S_\nu \rangle_t = \frac{S_0 \nu^{1/2}}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt \Theta(\nu_{\text{smax}}(t) - \nu) \Theta(\nu - \nu_{\text{smin}}(t)) = \frac{S_0 \nu^{1/2}}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt \Pi_\nu(t),$$

où l'on a défini dans la seconde intégrale par soucis de commodité d'écriture la *fonction porte* $\Pi_\nu(t)$. Cette dernière définie en terme de fréquence, peut s'inverser aisément en temps de telle sorte que l'on obtienne les relations suivantes,

$$(46.240) \quad \nu \geq \frac{\nu_{\text{smax},0}}{(1 + t/t_{\text{crit}})^2} \quad \Rightarrow \quad t \geq t_{\text{crit}} \left[\left(\frac{\nu_{\text{smax},0}}{\nu} \right)^{1/2} - 1 \right] = t_{\text{crit}}(\nu)$$

$$(46.241) \quad \nu \leq \frac{\nu_{\text{smax},0}}{[1 + \max(0, t - t_{\text{inj}})/t_{\text{crit}}]^2} = \begin{cases} \nu \leq \nu_{\text{smax},0} & , t \leq t_{\text{inj}} \\ \nu \leq \frac{\nu_{\text{smax},0}}{[1 + (t - t_{\text{inj}})/t_{\text{crit}}]^2} & , t \geq t_{\text{inj}} \end{cases}$$

Cette dernière relation oblige à définir deux régimes bien différents en temps, selon que t soit supérieur ou inférieur au temps d'injection t_{inj} . L'intégrale se découpe donc en deux parties distinctes

$$(46.242) \quad \langle S_\nu \rangle_t = \frac{S_0 \nu^{1/2}}{\Delta t_{\text{obs}}} \left(\int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{inj}}} dt \Pi_\nu(t) + \int_{t_{\text{inj}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt \Pi_\nu(t) \right) = \frac{S_0 \nu^{1/2}}{\Delta t_{\text{obs}}} (\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2)$$

et l'on considère donc par la suite deux cas :

- **cas 1** : $t_{\text{obs}} \leq t_{\text{inj}}$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= \max[0, t_{\text{inj}} - \max[t_{\text{obs}}, t_{\text{crit}}(\nu)]] \\ \mathcal{I}_2 &= \min[t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}, t_{\text{inj}} + t_{\text{crit}}(\nu)] - \max[t_{\text{inj}}, t_{\text{crit}}(\nu)] \end{aligned}$$

- **cas 2** : $t_{\text{obs}} \geq t_{\text{inj}}$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= 0 \\ \mathcal{I}_2 &= \min[t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}, t_{\text{inj}} + t_{\text{crit}}(\nu)] - \max[t_{\text{obs}}, t_{\text{crit}}(\nu)] \end{aligned}$$

Le spectre obtenu est essentiellement composé de deux parties. La partie basse fréquence est une loi de puissance en $1/2$, les dernières particules les plus énergétiques injectées depuis le début de l'observation (et non de l'injection) n'ayant pas encore eu le temps de se refroidir. Inversement, au delà d'une fréquence caractéristique ν_{break} , le spectre s'affaisse, les particules les plus énergétiques ayant pu se refroidir jusqu'à ces énergies. On déduit alors facilement la valeur de cette fréquence caractéristique comme étant, d'après 46.238, $\nu_{\text{break}} = \nu_{\text{smax}}(t_{\text{obs}})$ à savoir

$$(46.243) \quad \nu_{\text{break}}(t_{\text{obs}}) = \frac{\nu_{\text{smax},0}}{(1 + t_{\text{obs}}/t_{\text{crit}})^2}.$$

§ 47. Influence de t_{obs}

La figure 48 illustre l'influence de t_{obs} sur la variation de l'indice spectral et illustre les propos tenus dans le paragraphe précédent. Au dessous de ν_{break} , le spectre est clairement décrit par une loi de puissance d'indice $1/2$. Au dessus, les choses sont moins claires. On peut toujours

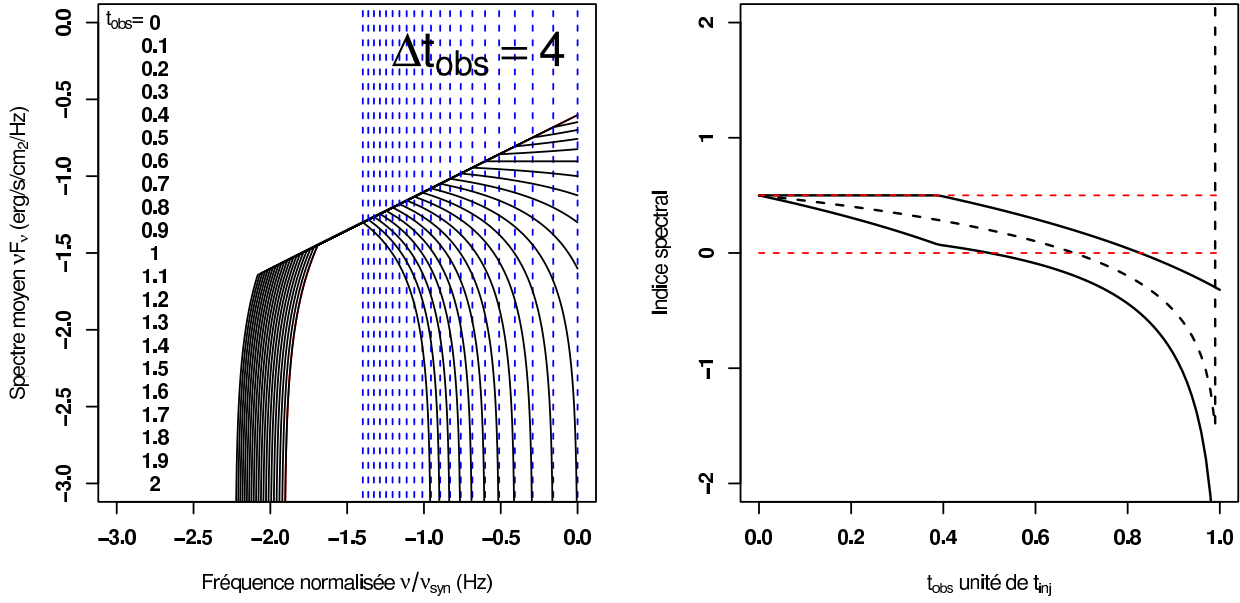


Fig. 48. Influence de t_{obs} sur la variation de l'indice spectral. Aussi représenté par les traits verticaux tiretés, l'évolution de ν_{break} donnée par la relation (46.243). *Panneau de gauche*, SED moyenne sur $\Delta t_{\text{obs}} = 4t_{\text{inj}}$, $t_{\text{crit}}=0.5$ et pour différents temps. *Panneau de droite*, indice spectral résultant en fonction du temps sur trois intervalles de fréquences, $[-0.5, 0]$, $[-1, 0]$ et $[-1, -0.5]$.

définir une pente locale α sur un intervalle restreint de fréquences dès lors que $t \leq t_{\text{inj}}$. Plus précisément, on a dans le cas $t_{\text{obs}} \leq t_{\text{inj}} \leq t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}$

$$(47.244) \quad \alpha = \frac{\log [\langle \nu F \nu \rangle (\nu_{\text{smax},0}) / \langle \nu F \nu \rangle (\nu_{\text{break}})]}{\log [\nu_{\text{smax},0} / \nu_{\text{break}}]} = \frac{\log [(1 - t_{\text{obs}}/t_{\text{inj}}) (1 + t_{\text{obs}}/t_{\text{crit}})]}{2 \log (1 + t_{\text{obs}}/t_{\text{crit}})} < \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t_{\text{crit}}}{t_{\text{inj}}} \right)$$

Dans ce cas, on s'attend à un spectre plat en νF_ν au-dessus de ν_{break} pour $t_{\text{obs}} = t_{\text{inj}} - t_{\text{crit}}$

Lorsque $t \geq t_{\text{inj}} - t_{\text{crit}}$, l'indice devient négatif, et visuellement, cette partie du spectre au-delà de ν_{break} s'apparente plus à une coupure.

§ 48. Influence de Δt_{obs}

Quant à la variation en fonction Δt_{obs} , elle est montrée sur la figure 49. Ce paramètre influe peu voire pas du tout sur la valeur de l'indice, mais sur le niveau global de l'émission, diluant cette dernière sur un temps plus ou moins long.

Pour achever cette partie, on applique cette approximation sur les données de Mrk 501 durant la période d'avril 1997. Les points de données ont été obtenus par le satellite BeppoSAX. L'ensemble est représenté sur la figure 50 et les paramètres du modèle reportés dans le tableau directement dans la légende. On voit que pour cette objet, notre approche donne des résultats tout-à-fait satisfaisant.

8. Spectre moyen sur le temps

Dans notre approche rappelons-le, le spectre réellement enregistré par l'observateur correspond à la superposition des spectres instantanés durant la période s'étalant de t_{obs} à $t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}$ soit

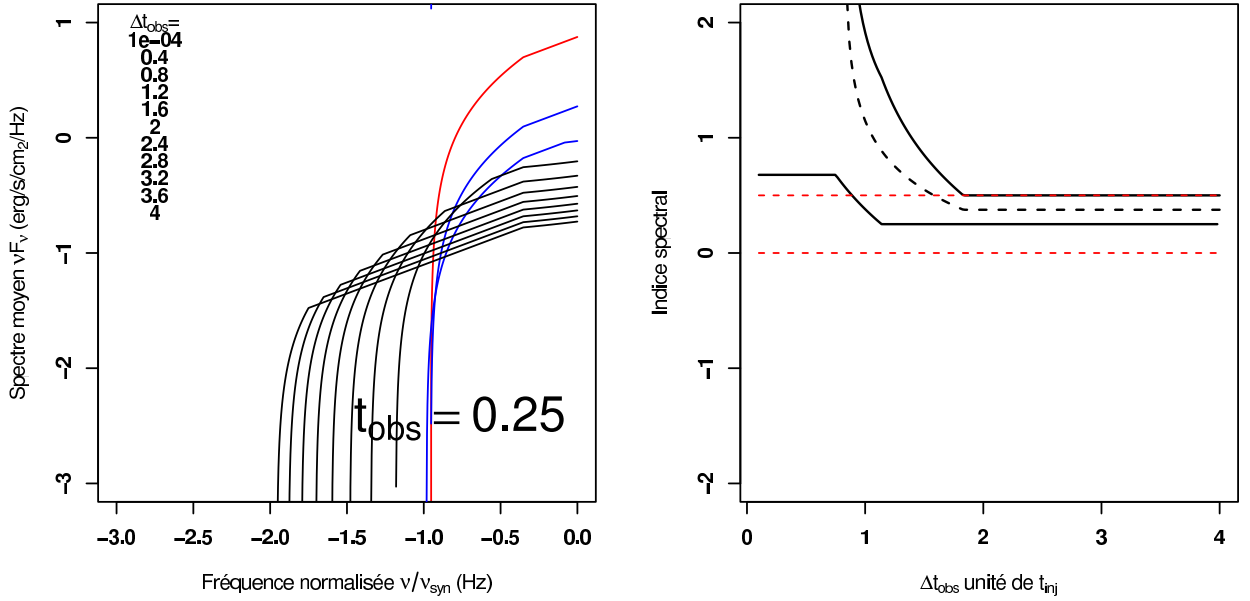


Fig. 49. Idem que la figure 48 précédente mais en fonction de Δt_{obs} à $t_{\text{obs}} = 0.25 t_{\text{inj}}$. On vérifie d'après la relation (46.243) que $\nu_{\text{break}} = 4/9 \approx 0.44$

formellement,

$$(48.245) \quad \tilde{F}_\nu(\tilde{t}) = \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_{\tilde{t}} = \frac{1}{\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}} \int_{\tilde{t}_{\text{obs}}}^{\tilde{t}_{\text{obs}} + \Delta \tilde{t}_{\text{obs}}} \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}; \tilde{t}) d\tilde{t}$$

Le but de cette partie est d'établir une expression simplifiée du spectre moyen de la composante synchrotron afin d'en connaître l'évolution d'un point de vue au moins qualitatif en fonction des différents paramètres.

§ 49. Spectre moyen – approche quantitative

Dans le régime optiquement mince le transfert de rayonnement est simplifié. On peut alors écrire le flux monochromatique comme

$$(49.246) \quad \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_t = \frac{\pi R^3}{d_\ell^2} \delta^3(1+z) \frac{1}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt j_\nu(\nu = \tilde{\nu}/\delta; t)$$

Le coefficient d'émission quant à lui monochromatique peut s'écrire formellement comme

$$(49.247) \quad j_\nu(\nu; t) = \frac{1}{4\pi} \int_1^\infty d\gamma n_\pm(\gamma; t) P_s(\nu; \gamma)$$

où $P_s(\nu; \gamma)$ est la puissance monochromatique perdue par la particule d'énergie $\gamma m_e c^2$. En faisant l'approximation que l'essentielle de cette puissance est rayonnée à la fréquence caractéristique $\nu_c = \alpha B \gamma^2 = 3 \hbar \omega_s \gamma^3 / 2 m_e c^2$ où $\omega_s = \Omega_s / \gamma = qB / \gamma m_e c$ est la fréquence gyro-synchrotron relativiste, on obtient une description mono-énergétique de cette puissance permettant obtenir une expression grandement simplifiée du coefficient d'émission j_ν , à savoir,

$$(49.248) \quad P_s(\nu, \gamma) = P_{\text{tot}} \delta(\nu - \nu_c)$$

où P_{tot} est la puissance totale émise par la particule et qui vaut

$$(49.249) \quad P_{\text{tot}} = \frac{4}{3} c \sigma_{\text{th}} W_B \gamma^2 = \frac{c \sigma_{\text{th}}}{6\pi} (B\gamma)^2$$

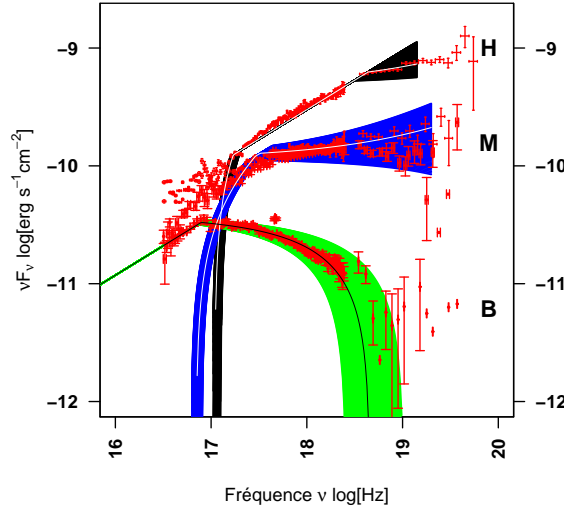


Fig. 50. Illustration de la variation spectrale de la SED par évolution de t_{obs} sur les données de l'objet Mrk 501 pour la période d'Avril 1997.

Tableau des paramètres utilisés pour Mrk 501 pour l'obtention de la figure. Les différents temps sont exprimés en unité de t_{inj}

données	t_{crit}	t_{obs}			Δt_{obs}	$\log_{10}(\nu_{\text{smax},0})$	estimation $\log_{10}(\nu_{\text{break}})$	estimation indice α
		min	max	est				
État haut (H)	0.438	0	0.5	0.35	4.2	19.15	18.63	0.13
État moyen (M)	0.1095	0.68	0.92	0.8	0.946	19.3	17.5	0.12
État bas (B)	0.0512	1.05	1.15	1.1	4.5	19.6	16.9	–

La densité en particules s'écrit

$$(49.250) \quad n_{\pm}(\gamma; t) = \frac{\tau_{\text{th}}}{2R\sigma_{\text{th}}t_{\text{inj}}} \frac{1}{\gamma^2 k_{\text{syn}}} f(\gamma; t)$$

où la fonction f décrit le profil de refroidissement de la particule. Dans ce cas étant donné la présence de la fonction de Dirac δ (qu'il faut inverser en fonction de γ), le coefficient d'émission monochromatique s'exprime de manière simple

$$(49.251) \quad \delta(\nu - \nu_c) = \delta(\nu - \alpha B \gamma^2) = \frac{\delta(\gamma - \gamma_0)}{2\alpha B \gamma} \quad , \quad \gamma_0 = \left(\frac{\nu}{\alpha B}\right)^{1/2}$$

$$(49.252) \quad P_s(\nu, \gamma) = P_{\text{tot}} \delta(\nu - \nu_c) = \frac{c\sigma_{\text{th}}}{12\alpha\pi} B \gamma_0 \delta(\gamma - \gamma_0) \quad , \quad \gamma_0 = \left(\frac{\nu}{\alpha B}\right)^{1/2}$$

$$(49.253) \quad j_{\nu}(\nu; t) \propto \frac{\tau_{\text{th}} B^{3/2} \nu^{-1/2}}{R t_{\text{inj}} k_{\text{syn}}} f(\gamma_0; t)$$

et le flux monochromatique moyen observé est égal alors à,

$$(49.254) \quad \langle \tilde{F}_{\nu}(\tilde{\nu}) \rangle_t \propto \delta^3 \frac{R^2 \tau_{\text{th}}}{t_{\text{inj}} B \gamma_0} \frac{1}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt f\left[\gamma_0 = (\tilde{\nu}/\alpha \delta B)^{1/2}; t\right]$$

Le profil de refroidissement f s'exprime rappelons-le sous la forme,

$$(49.255) \quad f(\gamma; t) = \Gamma\left(3, \frac{a(\gamma; t)}{\gamma_{\text{max}}}\right) - \Gamma\left(3, \frac{b(\gamma; t)}{\gamma_{\text{max}}}\right)$$

où les paramètres $a(\gamma; t)$ et $b(\gamma; t)$ sont dimensionnellement du type $k_{\text{syn}} \gamma t = t/t_{\text{cool}}(\gamma)$ i.e. sans dimension. L'idée, pour rendre l'intégrale de $\langle F_\nu(\nu) \rangle_t$ à son tour sans dimension est de dimensionnaliser le temps par la quantité $k_{\text{syn}} \gamma_0$. Dans ce cas, la dépendance aux différents paramètres est reportée sur les bornes de l'intégrale et non de manière compliquée sur la variable d'intégration. On introduit donc la variable $u = k_{\text{syn}} \gamma_0 t$ et l'on obtient finalement

$$(49.256) \quad \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_t \propto \delta^3 \frac{R^2 \tau_{\text{th}}}{t_{\text{inj}} B^2 \tilde{\nu}} \frac{1}{\Delta t_{\text{obs}}} \int_{k_{\text{syn}} \gamma_0 t_{\text{obs}}}^{k_{\text{syn}} \gamma_0 (t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}})} du f(u)$$

soit pour le spectre moyen en représentation νF_ν

$$(49.257) \quad \langle \tilde{\nu} \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_t \propto \delta^4 \frac{\tau_{\text{th}} R^2}{B^2 t_{\text{inj}}} \frac{F(a, b)}{\Delta t_{\text{obs}}} \begin{cases} a = k_{\text{syn}} \left(\frac{\tilde{\nu}}{\alpha \delta B} \right)^{1/2} (t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}) \\ b = k_{\text{syn}} \left(\frac{\tilde{\nu}}{\alpha \delta B} \right)^{1/2} t_{\text{obs}} \end{cases}$$

où $F(a, b) = \int_a^b du f(u)$ est une fonction spéciale qui pourrait être appelée le *facteur de forme du spectre synchrotron*. En remarquant que $N_{\text{tot}} = (4\pi/3\sigma_{\text{Th}}) R^2 \tau_{\text{th}}$ et en introduisant le temps t_{crit} on obtient l'expression suivante

$$(49.258) \quad \langle \tilde{\nu} \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_t \propto \delta^4 \frac{N_{\text{tot}} \gamma_{\text{max},0}}{t_{\text{inj}}/t_{\text{crit}}} \frac{F(a, b)}{\Delta t_{\text{obs}}} = \delta^4 \frac{N_{\text{tot}} \gamma_{\text{max},0}}{1 - r_{\text{dyn,max}}} \frac{F(a, b)}{\Delta t_{\text{obs}}}$$

où dans la dernière égalité on aura fait apparaître la dynamique maximale de la distribution de particules $r_{\text{dyn,max}}$ (43.223, page 104).

§ 50. Loi d'échelles et invariance du spectre synchrotron

Nous avons vu au chapitre précédent que les spectres stationnaires étaient invariants dans le régime optiquement mince par des transformations de lois d'échelle impliquant le facteur Doppler. Nous allons montrer maintenant, à l'aide du résultat précédent, qu'il existe également dans le modèle dépendant du temps une série de lois d'échelle qui permet de d'obtenir une invariance du spectre synchrotron en forme et position et tout en fixant la position du maximum de la composante Compton inverse. La conservation des positions en fréquence des maxima observés de la composante spectre synchrotron et Compton inverse (dans le régime de diffusion Klein-Nishina) s'écrit simplement,

$$(50.259) \quad \tilde{\nu}_{\text{smax}} = \delta \nu_s \propto \delta B \gamma_c^2 \quad \text{et} \quad \tilde{\nu}_{\text{cmax}} = \delta \nu_c \propto \delta \gamma_c$$

On obtient alors simplement $B \propto \gamma_c^{-1} \propto \delta$. Afin de laisser la forme du spectre synchrotron invariante, on doit vérifier les relations,

$$(50.260) \quad \left(\frac{B^3}{\delta} \right)^{1/2} (t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}) = \text{cste}$$

$$(50.261) \quad \left(\frac{B^3}{\delta} \right)^{1/2} t_{\text{obs}} = \text{cste}$$

$$(50.262) \quad \delta^4 \frac{\tau_{\text{th}} R^2}{t_{\text{inj}} B^2} \frac{1}{\Delta t_{\text{obs}}} = \text{cste}$$

Combinées aux deux lois d'échelles précédentes pour γ et B , les deux premières relations (50.260, 50.261) donnent $\delta t_{\text{obs}} = \text{cste}$ et $\delta \Delta t_{\text{obs}} = \text{cste}$. Il découle alors de (50.262), $\tau_{\text{th}} \delta^4 R^2 = \text{cste}$.

Pour résumer, si l'on se donne deux jeux paramètres différents

$$(50.263) \quad \mathcal{S}_i = \{B^{(i)}, \gamma^{(i)}, R^{(i)}, \delta^{(i)}, t_{\text{inj}}^{(i)}, t_{\text{obs}}^{(i)}, \Delta t_{\text{obs}}^{(i)}, \tau_{\text{th}}^{(i)}\},$$

leurs spectres synchrotrons moyens observés seront identiques (en flux, position du maximum et forme) ainsi que la position du maximum de la composante Compton inverse (dans le régime de diffusion Klein-Nishina) sous la condition que l'on respecte les lois d'échelle suivantes :

$$(50.264) \quad (R, \delta) \longrightarrow B \propto \delta \quad ; \quad \gamma \propto \delta^{-1} \quad ; \quad t_{\text{inj}}, t_{\text{obs}}, \Delta t_{\text{obs}} \propto \delta^{-1} \quad ; \quad \tau_{\text{th}} \propto (R\delta^2)^{-2}$$

Reste alors à nouveau deux paramètres libres, dans notre cas le rayon de la source R et le facteur Doppler d'ensemble δ (ce choix est arbitraire). Encore une fois, si l'on fixe maintenant la luminosité Compton inverse, un des paramètres se trouve fixé en fonction de l'autre, par exemple le rayon R si on fixe δ . Mais les paramètres de l'observation doivent être ajustés aussi de façon cohérente. Or, comme indiqué plus haut, Δt_{obs} , le temps d'observation de l'objet n'est pas un paramètre libre, c'est une donnée du problème. Ainsi, on peut rajouter la contrainte $\delta \Delta t_{\text{obs}} = \text{cste}$ qui fixe totalement la valeur de δ et donc de tous les autres paramètres. Finalement le modèle dépendant du temps ne contient formellement plus de paramètre libre ! Cela est dû *in fine* à l'existence d'une nouvelle énergie caractéristique, celle fixant la dynamique de la loi de puissance, apparaissant comme une cassure spectrale. Du point de vue du temps de refroidissement caractéristique $t_{\text{cool}}(\gamma)$ les lois d'échelles appliquées à ce dernier montrent qu'il varie lui aussi comme les autres temps caractéristiques en δ^{-1} ,

$$(50.265) \quad t_{\text{cool}}^{-1}(\gamma) = k_{\text{syn}} \gamma = \frac{1}{6\pi} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{m_e c} B^2 \gamma \propto \delta.$$

et de même, on montre alors que la dynamique (43.223) reste constante tout comme la fréquence caractéristique

$$(50.266) \quad \nu_{\text{break}} = \frac{\nu_{\text{max},0}}{(1 + t_{\text{obs}}/t_{\text{crit}})^2} = \text{cste}.$$

§ 51. Évolution semi-quantitative du maximum du pic synchrotron

Fort des calculs précédents, je propose d'étudier succinctement l'évolution du maximum du pic synchrotron aussi bien en position qu'en intensité en fonction des paramètres importants du modèle. Pour ce faire, considérons à nouveau la formule du spectre moyen

$$(51.267) \quad \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_t = \delta^3 \frac{R^2 \tau_{\text{th}}}{t_{\text{inj}} B \gamma_0 \Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt f \left[\gamma_0 = (\tilde{\nu} / \alpha \delta B)^{1/2}; t \right].$$

Au maximum du pic, on a $\tilde{\nu}_{\text{max}} = \alpha \delta B \gamma_{\text{max},0}^2$ et bien évidemment $\gamma_0 = \gamma_{\text{max},0}$. L'expression du flux au maximum devient alors

$$(51.268) \quad \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_{\text{max}} = \delta^3 \frac{R^2 \tau_{\text{th}}}{t_{\text{inj}} B \gamma_{\text{max},0} \Delta t_{\text{obs}}} \int_{t_{\text{obs}}}^{t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}}} dt f(\gamma_{\text{max},0}; t).$$

Pour $t_{\text{obs}} \leq t \leq t_{\text{inj}}$ on peut écrire $\partial_t f(\gamma_{\text{max},0}; t) = 0$ à savoir $f(\gamma_{\text{max},0}; t) = \Gamma(3) \Theta(t_{\text{inj}} - t)$. Dans ce cas, le flux monochromatique observé se réécrit,

$$(51.269) \quad \langle \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_{\text{max}} \propto \delta^3 \frac{R^2 \tau_{\text{th}}}{t_{\text{inj}} B \gamma_{\text{max},0} \Delta t_{\text{obs}}} f(\gamma_{\text{max},0}) (t_{\text{inj}} - t_{\text{obs}})$$

soit en représentation νF_ν , en ayant pris soin d'exprimer la durée de l'observation dans le référentiel de l'observateur,

$$(51.270) \quad \langle \tilde{\nu} \tilde{F}_\nu(\tilde{\nu}) \rangle_{\text{max}} \propto \delta^3 N_{\text{tot}} \gamma_{\text{max},0} \frac{1}{\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}} \left(1 - \frac{t_{\text{obs}}}{t_{\text{inj}}} \right) \quad ; \quad \tilde{\nu}_{\text{max}} \propto \delta B \gamma_{\text{max},0}^2$$

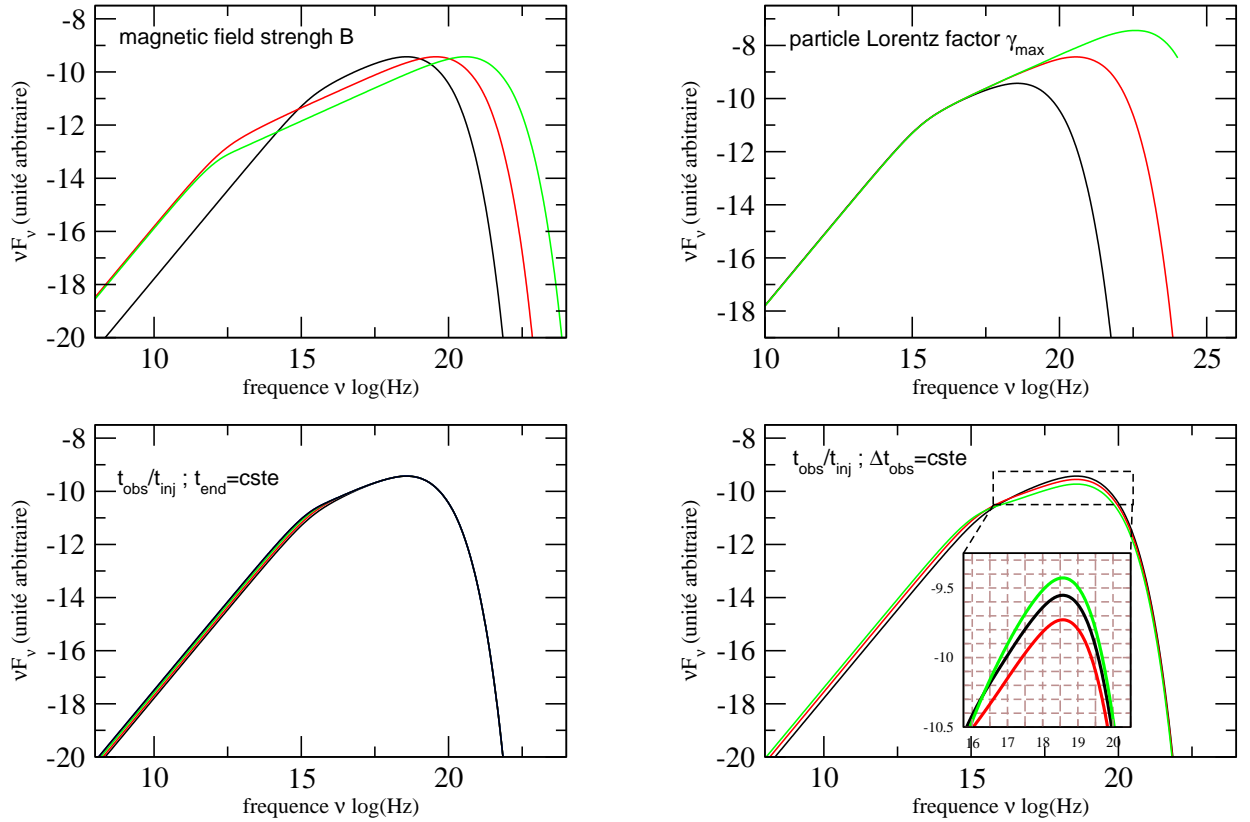


Fig. 51. Évolution du spectre synchrotron en fonction des paramètres : *en haut à gauche* du champ magnétique B , *en haut à droite* du facteur de Lorentz caractéristique maximal de la fonction de distribution en énergies des particules injectées $\gamma_{\max,0}$, *en bas à gauche* du début du temps d'observation vis-à-vis du temps d'injection $t_{\text{obs}} < t_{\text{inj}}$ et $t_{\text{obs}} + \Delta t_{\text{obs}} = \text{cste}$, *en bas à droite* idem mais avec $\Delta t_{\text{obs}} = \text{cste}$

On vérifiera très facilement qu'étant données les lois d'échelles précédentes, la position en fréquence comme l'intensité du pic synchrotron à son maximum restent constantes. Lorsque l'on augmente le champ magnétique, on voit donc que le pic synchrotron ne se déplace qu'en fréquence et non en intensité. On peut donner une explication qualitative de ce phénomène qui peut sembler au premier abord étonnant voire contre-intuitif. Lorsque l'on augmente le champ magnétique, la puissance dissipée par les particules augmente et le temps de refroidissement des particules diminue fortement. La dynamique de la distribution en énergie des particules tout comme le spectre en photons tendent donc à s'élargir, les particules cascades plus vite donc à plus basse fréquence dans le même laps de temps. C'est pourquoi l'intensité n'augmente pas en représentation νF_ν : lorsque B augmente la cascade s'élargie du simple fait de la diminution du temps de refroidissement des particules et compense l'augmentation de la puissance dissipée. On récupère finalement la même énergie rayonnée, égale à l'énergie injectée au départ dans la pileup. Pour ce qui est du facteur de Lorentz caractéristique des particules $\gamma_{\max,0}$, aussi bien la position que l'intensité du maximum se déplacent à de plus hautes valeurs. Bien que les mêmes arguments pour le champ magnétique pourraient être appliqués, la dépendance des différentes quantités en fonction de $\gamma_{\max,0}$ (puissance dissipée, fréquence caractéristique, temps de refroidissement) fait que l'intensité du spectre au maximum en νF_ν augmente. En ce qui concerne R ou τ_{th} ces valeurs n'intervenant pas au niveau des fréquences caractéristiques d'émission, l'évolution en terme d'intensité du spectre est simple. Plus $N_{\text{tot}} \propto R^2 \tau_{\text{th}}$ augmente, plus sont nombreuses les particules rayonnantes et plus la puissance dissipée augmente. Le

terme $1/\Delta t_{\text{obs}}$ est là lui pour rappeler l'effet de moyenne à savoir la dilution de la puissance instantanée rayonnée aux différents instants sur la durée de l'observation.

10

Résultats

Plan du chapitre

1. Introduction.....	117
2. La source test : Markarian 501	118
§ 52. Stratégie d'ajustement.....	118
§ 53. Digression : application multi-paramétrique sur grappes improvisées.....	119
§ 54. Markarian 501 en avril 1997.....	120
§ 54.1. Dérougissement des points d'observation CAT.....	120
§ 54.2. Ajustement spectral.....	120
§ 54.3. Courbes de lumière simulées.....	124
§ 54.4. Carte d'opacité et fonction de distribution en énergie des particules.....	125
§ 55. Exemple de solution en régime de forte création de paires.....	126
3. PKS 2155-304.....	128
§ 56. Campagne 1996-1997.....	128
§ 57. Campagne 2003-2004.....	131

1. Introduction

DANS CE CHAPITRE, NOUS ALLONS mettre en application le modèle sur deux blazars du TeV bien connus. Le premier est Markarian 501 (Mrk 501), le deuxième objet extragalactique détecté au TeV, qui est un blazar de l'hémisphère nord. Il montra une intense période d'activité en avril 1997, pour laquelle nous disposons d'excellentes observations multi-longueurs d'onde simultanées entre le satellites BeppoSAX dans le domaine X d'un côté (Pian *et al.* 1998) et les imageurs Cerenkov atmosphérique de l'autre au-delà du TeV (Djannati-Atai *et al.* 1999). Nous étudierons aussi PKS 2155-304, un objet cette fois de l'hémisphère Sud. Cette source agite beaucoup la communauté depuis quelques mois du fait du démarrage de l'expérience HESS, réseau de 4 imageurs Cerenkov à *vision stéréoscopique*. Le fait que PKS 2155-304, brille dans le ciel austral et la grande sensibilité de la nouvelle génération d'instruments font de cette source une cible privilégiée. Je vais donc discuter dans les prochains paragraphes de la méthode d'ajustement que nous avons développé, présenter les résultats de quelques simulations numériques significatives et discuter des implications des résultats sur la physique du modèle.

2. La source test : Markarian 501

Le modèle dépendant du temps que nous avons développé fait intervenir, rappelons-le, 8 paramètres

$$(51.271) \quad \mathcal{S}_i = \{B^{(i)}, \gamma_{\max,0}^{(i)}, R^{(i)}, \delta^{(i)}, t_{\text{inj}}^{(i)}, t_{\text{obs}}^{(i)}, \Delta t_{\text{obs}}^{(i)}, \tau_{\text{th}}^{(i)}\}.$$

Moyennant les lois d'échelles évoquées précédemment, j'ai montré qu'il existe dans le plan $R - \delta$ une infinité de jeux de paramètres \mathcal{S}_i permettant d'obtenir une composante synchrotron identique (en forme et position) tout comme la position en fréquence de la composante Compton inverse. En ce qui concerne la luminosité de cette dernière, une analyse simplifiée a montré que l'on peut définir des séries d'isophotes ; pour une valeur du facteur Doppler δ (ce qui correspond rappelons-le à une valeur du temps d'observation $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}$), il correspond en principe à deux solutions possibles, l'une optiquement mince et l'autre optiquement épaisse vis-à-vis du processus de création de paires. En principe seulement, car dans le régime où $\ell_{\gamma\gamma} \gg 1$, il faut tenir compte du recyclage des paires créées dans l'équation cinétique, ce qui ne peut pas être pris en compte dans notre analyse simplifiée du fait de la forte non-linéarité du problème. Ainsi, pour un temps d'observation $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}$ donné, il existe *a priori* une et une seule solution convenant, notre modèle est alors totalement contraint, la donnée du temps d'observation permettant de lever entièrement la dégénérescence du problème.

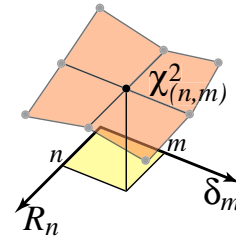
§ 52. Stratégie d'ajustement

Voici résumé succinctement le protocole d'ajustement :

- (1) La première chose à effectuer, c'est le dérougissement du spectre haute énergie. Nous utilisons donc la méthode développée en détail dans le chapitre 6.
- (2) Dans un premier temps $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}$ sera considéré comme un paramètre libre. On effectue tout d'abord, à partir du spectre initialement dérougi, une estimation *à la main* des paramètres, avec un facteur Doppler δ d'essai, relativement grand pour s'affranchir dans un premier temps des problèmes d'opacité. Nous avons aussi la possibilité dans le code, d'utiliser une option permettant le calcul des SED à partir de la solution analytique plutôt qu'à partir de la résolution numérique de l'équation cinétique standard, avec les conséquences que cela impose, à savoir refroidissement synchrotron et recyclage des paires négligés.
- (3) On affine l'estimation des paramètres à l'aide de premières simulations numériques, en ne se préoccupant que du bon ajustement de la composante synchrotron en position et forme, et de la position du maximum en fréquence de la composante Compton inverse. On obtient alors un premier jeu de paramètres de référence \mathcal{S}_0 .
- (4) À partir des lois d'échelles (50.264) page 114, on calcule sur une grille $(R_n, \delta_m)_{(n,m) \in \mathbb{N}^2}$
 - (a) de nouveaux jeux de paramètres $\mathcal{S}_{(n,m)}$
 - (b) les spectres Compton inverse modélisés correspondants $L_v^{\text{mod}}(\mathcal{S}_{(n,m)})$,
 - (c) les estimations du *facteur du χ^2 réduit* subséquentes, à savoir

$$\chi_{(n,m)}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{[L_{v,i}^{\text{obs}} - L_{v,i}^{\text{mod}}(\mathcal{S}_{(n,m)})]^2}{\sigma_i^2}$$

Ceci permet d'obtenir une surface ou, en projection, une carte de $\chi^2(R, \delta, \chi^2(R, \delta))$. À cet fin, j'ai développé une *version parallèle* du code (ou *application multi-paramétrique*) permettant de distribuer un grand nombre de travaux sur une grappe de micro-ordinateurs.



- (5) Pour chaque δ , on peut définir localement un minimum du χ^2 correspondant bien sûr au meilleur ajustement pour cette valeur de δ au sens des moindres carrés. On peut alors obtenir la solution correspondante au temps d'observation donné par le satellite ou de manière équivalente à une valeur particulière du facteur Doppler δ . L'échelle en temps d'observation peut être étalonnée à l'aide de la relation suivante obtenue à partir des lois (50.264),

$$\Delta \tilde{t}_{\text{obs}} = \Delta \tilde{t}_{\text{obs},0} \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right)^{-2}.$$

§ 53. Digression : application multi-paramétrique sur grappes improvisées

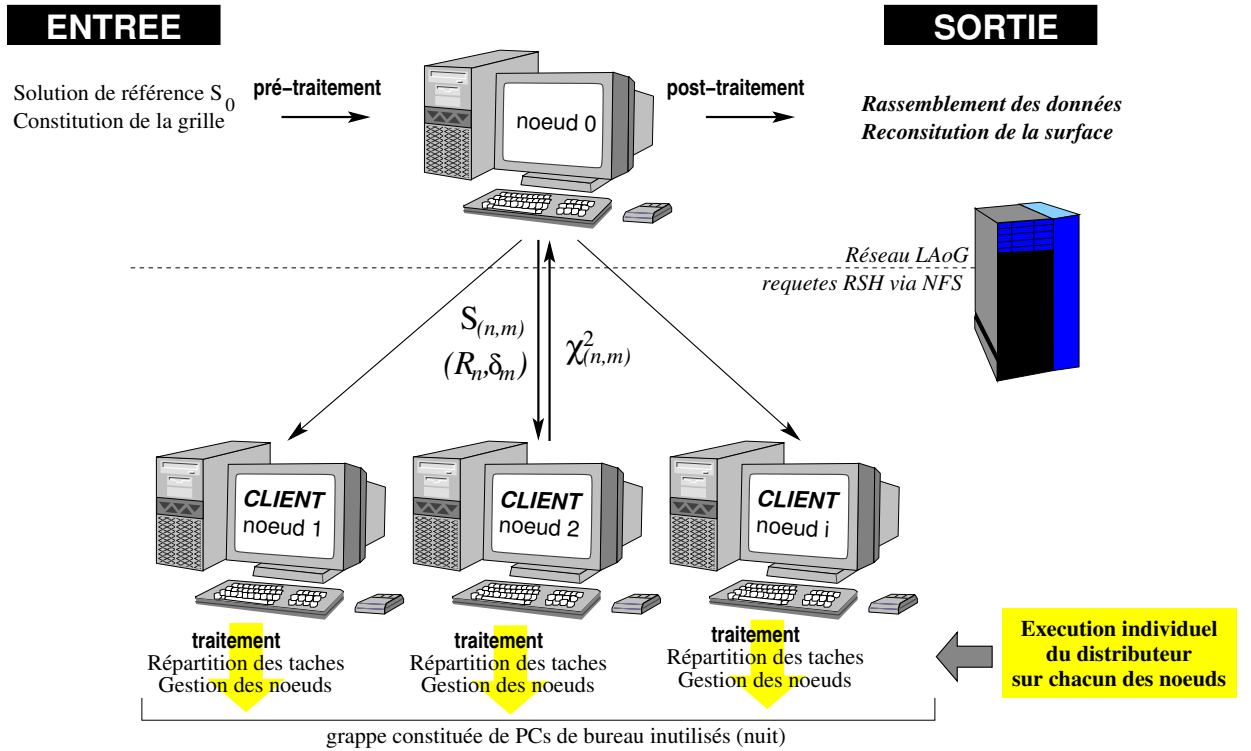


Fig. 52. Schéma de principe l'application multi-paramétrique permettant la parallélisation du code numérique pour le calcul de la surface du χ^2

Comme indiqué plus haut, la constitution d'une carte suffisamment échantillonnée nécessite le calcul d'un grand nombre de spectres. Ce type de problème se prête particulièrement bien à la parallélisation de type *multi-paramétrique*. Cette méthode consiste à la répartition d'un grand nombre de *tâches* indépendantes⁷, pour des points particuliers de l'espace des paramètres (ou grille) du modèle, sur un grand nombre de processeurs ou *noeuds*. Dans le meilleur des cas, le gain en temps est un facteur égal au nombre de noeuds. J'ai donc développé un programme qui permet d'utiliser les ressources informatiques du Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Grenoble inutilisées pendant la nuit, à savoir les ordinateurs individuels mis à la disposition de chacun des chercheurs. Mis bout-à-bout, ceci représente une puissance de calcul d'un peu moins d'une centaine de processeurs ! Je n'ai jamais mené l'expérience sur tant de machines,

⁷Autrement dit, ce type d'application ne nécessite pas de communications entre les noeuds, d'où aucun délai d'attente dû à la nécessité de synchronisation de données. Elle s'applique donc particulièrement bien à des grappes de machines hétérogènes.

le maximum utilisé a été de l'ordre de 6 à une dizaine, ce qui était nettement suffisant pour effectuer les calculs désirés en une nuit. Mais dans le principe, l'extrapolation ne poserait *a priori* aucun problème. La méthode utilisée pourrait s'apparenter à la *méthode du pauvre*. Elle consiste à un programme écrit en langage C utilisant un bon nombre de routines *bas-niveau* du système Unix/Linux (gestion réseau, gestion fichiers,...). Celui-ci permet à partir d'une grille de paramètres préétablie d'assurer la gestion des noeuds, la répartition des tâches entre les noeuds, la récupération des données en provenance de chacun des noeuds et la réduction des données en fichiers facilement exploitables.

Le programme (ou *distributeur*) est exécuté sur chacun des noeuds. Il lit dans un premier temps l'ensemble de la table de paramètres. Chaque noeud ensuite lit dans un même fichier le numéro de la tâche suivante libre et incrémente ce numéro. Pendant le temps de cette procédure le fichier est bloqué (mode *exclusif* avec *blocage*, fonction `flock` de `sys/file.h`) pour n'être lu que par un seul client à la fois. L'application du code numérique proprement dite est ensuite déléguée au système par l'intermédiaire d'un `fork` avec un indice de priorité (ou *nice*) minimal afin de ne pas pénaliser l'utilisateur de la machine. Une fois exécuté, le distributeur récupère le résultat qu'il écrit dans un fichier global. Encore une fois, cette procédure doit se faire en bloquant ledit fichier le temps de l'opération. Si pour une raison ou une autre l'exécution de code de simulation échouait, le distributeur le signale. Il n'a droit qu'à un nombre maximal d'erreur et ceci afin d'éviter l'exécution de simulations vouées à l'échec suite à une machine dont la mémoire serait saturée et qui produirait inévitablement une *erreur de segmentation*. Dans ce cas, le code suspend sa propre exécution de lui-même et rend le noeud indisponible pour d'autres simulations.

Le schéma de principe de cette application est donnée figure 52

§ 54. Markarian 501 en avril 1997

Nous allons maintenant appliquer la méthode à l'objet Mrk 501 pour la période d'avril 1997 ou celui-ci s'est révélé être dans une période d'intense activité.

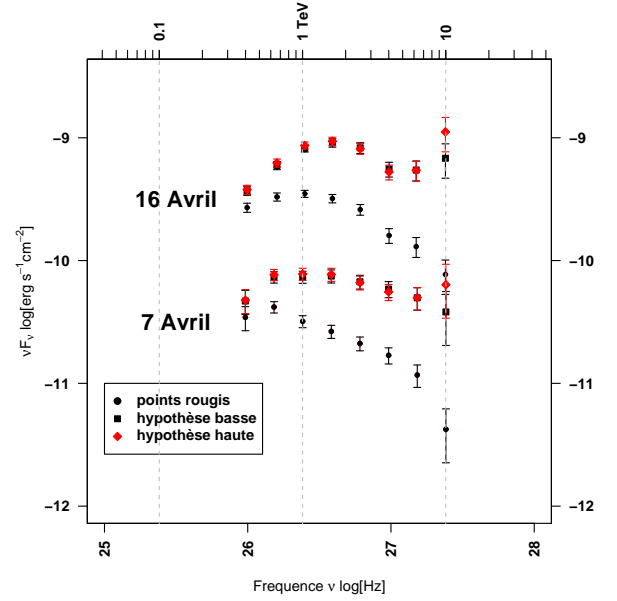
§ 54.1. Déroutissement des points d'observation CAT

Nous appliquons ici les résultats obtenus au chapitre 7. Le déroutissement du spectre conduit à une augmentation de luminosité Compton inverse d'un facteur 2.5 environ à 1 TeV. À cette énergie, les hypothèses *haute* et *basse* diffèrent peu. Comme nous l'avons vu au chapitre 7, la différence ne devient sensible pour cet objet relativement proche, qu'au-delà de 10 TeV. Aussi bien pour le 7 ou le 16 avril, on observe un changement dans la courbure du spectre et un déplacement du maximum du pic (Il passe de 1 à environ 2-3 TeV pour le 16 avril). Dans le cas de l'hypothèse haute, le point à 10 TeV du 16 avril semble remonter plus qu'il ne faudrait. Cet effet peut raisonnablement provenir d'une mauvaise estimation de la densité du fond infrarouge et/ou d'un manque de significativité dans la mesure de ce point d'observation. Dans tous les autres cas, en tenant compte des barres d'erreur, le spectre dérouté est au pire compatible avec un spectre plat en νF_ν .

§ 54.2. Ajustement spectral

Comme nous l'avons décrit précédemment, après avoir estimé à partir des différentes observables la valeur typique des paramètres, nous sommes attachés à l'ajustement de la composante synchrotron dans chacun des cas. Ceci nous a permis de dégager des jeux de solutions de référence pour pouvoir initialiser notre recherche systématique du meilleur ajustement par la *méthodes des moindres carrés*. Par exemple, dans le cas de l'état haut du 16 avril, nous avons obtenu la surface de χ^2 donnée figure 54. À partir des contraintes de la durée réelle

Fig. 53. Résultat du dérouillage du spectre de Mrk 501 pour la période d'avril 1997



Tab. 7. Paramètres d'ajustements pour Mrk 501 (Avril 1997)

	B (G)	R_{15} (10^{15} cm)	δ_B	γ_{\max} 10^6	τ_{Th} 10^{-10}	\tilde{t}_{inj} (ks)	\tilde{t}_{obs} (ks)	$\Delta\tilde{t}_{obs}$ (ks)	$\tilde{t}_{var,min}$ (min)
État haut	0.077	0.65	25	1.26	58.5	9.4	3.29 (= $0.35 \tilde{t}_{inj}$)	39.7	15
État 'moyen'	0.075	1.75	25	1.29	8.95	40	35 (= $0.875 \tilde{t}_{inj}$)	37.8	40
Éruption au GeV	0.047	1.06	16	2	144.1	24.4	8.54 (= $0.35 \tilde{t}_{inj}$)	102	38

du temps d'observation par le satellite BeppoSAX, on obtient une estimation du facteur Doppler de $\delta = 16 \pm 1$ pour $\Delta\tilde{t}_{obs} \approx 40$ ks. Ceci permet de contraindre directement à partir de cette même surface la taille de la zone d'émission, de l'ordre de $R = (5 \pm 2) \cdot 10^{14}$ cm, ainsi que le temps minimal de variabilité à $\tilde{t}_{var} \approx 15$ min dans le référentiel de l'observateur. À partir de la solution de référence et des lois d'échelles (50.264) page 114, on détermine finalement les paramètres du modèle de la solution pour $\delta = 25$. Ceux-ci sont reportés dans le tableau 7. La *distribution spectrale en énergie* est quant à elle représentée figure 55. On aura pris soin de représenter les spectres corrigés de l'absorption *intrinsèque* à l'aide de lignes tiretées. On vérifie que dans ce cas la production de paires s'avère être modérée. Ce point sera discuté au paragraphe § 54.4.

La même démarche a été appliquée pour l'état intermédiaire du 7 avril.

Dans les deux cas, on obtient un ajustement remarquable de chacune des deux composantes. La partie inférieure de spectre synchrotron du 7 avril ainsi que la partie principale de celle du 16 avril est correctement reproduite avec un indice de $1/2$, signature radiative d'un spectre de particules refroidies en $n(\gamma) \propto \gamma^2$. Le modèle — de plus — explique bien la forme particulière du spectre synchrotron du 7 avril en forme de *dent*. L'infléchissement de l'indice au delà de $3 \cdot 10^{17}$ Hz est obtenu à partir d'un temps de début d'observation relativement tardif vis-à-vis du temps de début d'injection ($t_{obs} = 0.875 \tilde{t}_{inj}$). La position de la cassure spectrale est donnée par la relation (46.243) page 109 et peut donc être estimée à partir des paramètres à $3 \cdot 10^{15}$ Hz ce qui est bien la fréquence observée. Dans chacun des cas, la valeur obtenue pour le champ magnétique est compatible avec les autres modèles une-zone. La taille de la zone d'émission est peut être un peu plus petite tout en restant dans le bon ordre de grandeur ; ceci est dû au fait que notre modèle n'est pas stationnaire mais dépendant du temps compte tenu de l'effet de moyenne sur le temps d'observation. L'émission est alors *diluée* le long de la propagation de la

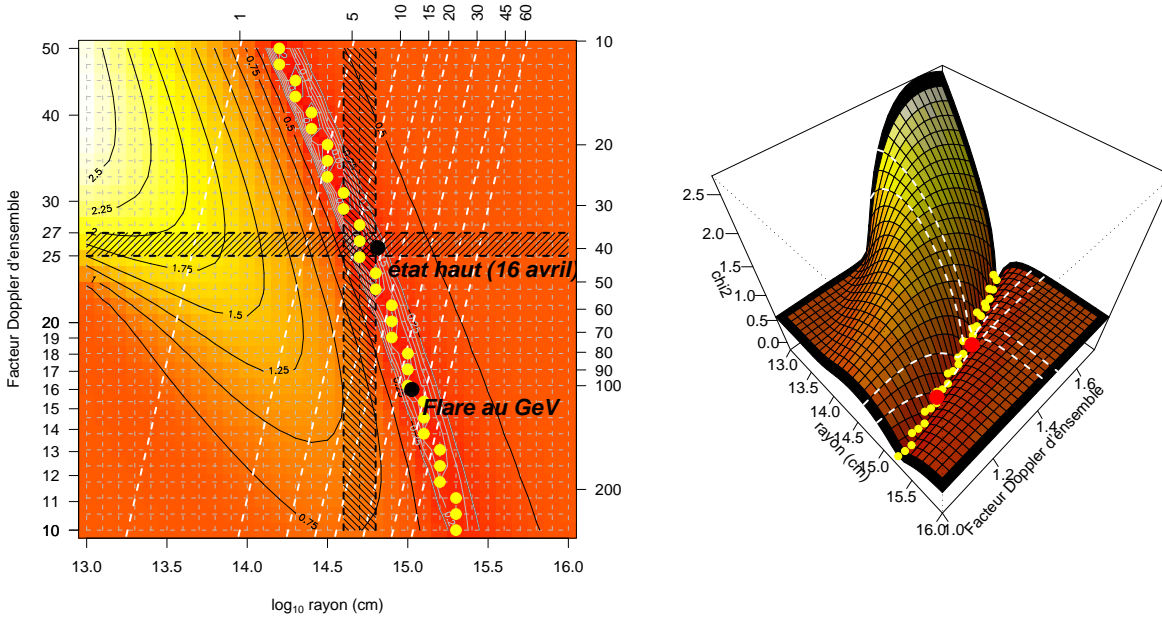


Fig. 54. À gauche : carte du χ^2 (en représentation logarithmique sur les 3 axes) pour l'état haut de Mrk 501 d'avril 1997. Les points représentent le lieu à $\delta = \text{cste}$ des minima locaux du χ^2 . L'axe droit est gradué en temps d'observation dans le référentiel de l'observateur $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}$. Cette figure montre bien que dans notre approche, les paramètres sont totalement contraints. La durée du temps d'observation, obtenue dans les journaux d'observation de BeppoSAX est fixée à $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}} \approx 40$ ks. Ceci contraint la valeur du facteur Doppler à $\delta = 26 \pm 1$. Dans le même temps, l'investigation des minima du χ^2 impose $R = (5 \pm 2) \cdot 10^{14}$ cm et le temps de variabilité minimum observable à $\tilde{t}_{\text{var,min}} \approx 15$ min. À droite, même représentation en trois dimensions.

zone sur une échelle spatiale de l'ordre de $\approx \beta c \tilde{t}_{\text{inj}}$. Dans le même ordre d'idée, la valeur du facteur Doppler d'ensemble est relativement élevée, comme il a été déjà rapporté par plusieurs auteurs dans le cas où l'on prend en compte la correction de luminosité Compton inverse due à l'absorption des photons du fond infrarouge (Bednarek & Protheroe 1999; Konopelko *et al.* 2003). Les valeurs obtenues dans les modèles *une-zone stationnaire* peuvent atteindre $\delta = 50$ impliquant alors des facteurs de Lorentz d'ensemble d'au moins 25 et plus probablement 50. Ces grandes valeurs, nous le verrons plus en détails dans la partie suivante, sont nécessaires pour empêcher une absorption intrinsèque trop forte dans la source. Dans les modèles homogènes stationnaires, cette condition est rendue particulièrement drastique du fait que par définition les photons de basse énergie et de haute énergie susceptibles de s'annihiler sont produits cospatialement et en même temps. Les modèles dépendants du temps permettent de relâcher quelque peu cette contrainte, l'émission étant en fait diluée sur un temps t ou de manière équivalente, sur une échelle spatiale de l'ordre de $\ell \sim \beta c t$. Ces grandes valeurs de la vitesse d'ensemble de la source pour ces objets sont généralement en conflit avec les observations. En particulier, il semble que les blazars du TeV ne semblent pas montrer de *mouvements superlumériques* à l'échelle de la milliarcseconde comme on pourrait s'y attendre dans le cas de grands δ . D'autres contraintes, impliquant cette fois les modèles d'unification des radio-galaxies de type FR-I et les Lacertides et basées sur des arguments de luminosités comparées tendent à privilégier des valeurs plus

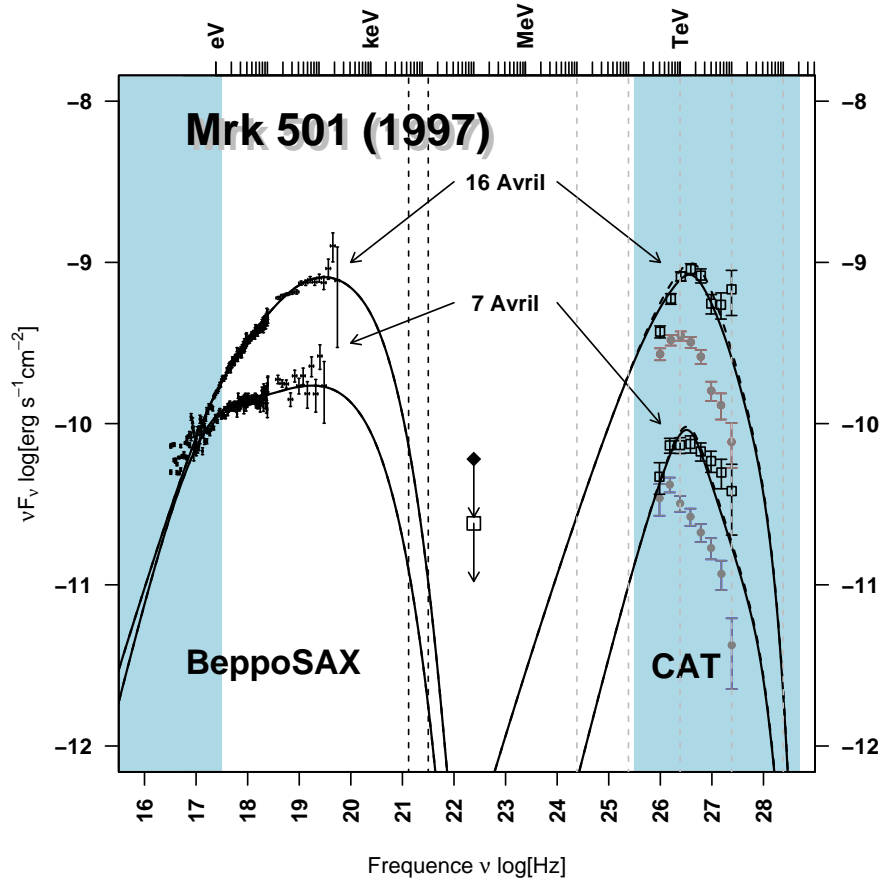


Fig. 55. Distribution spectrale en énergie Mrk 501 pour la période d'avril 1997. Voir le tableau 7. Pour chaque état, la courbe en trait plein montre le spectre émergent corrigé de l'absorption par les photons du fond infrarouge. *Idem* pour la courbe tiretée mais corrigée de l'absorption intrinsèque. Les points grisés à haute énergie sont les points observés de CAT et les carrés ouvert corrigés de l'absorption infrarouge dans l'hypothèse basse. Les symboles à $\approx 10^{22}$ Hz des limites supérieures obtenues par l'instrument EGRET. La zone grisée basse énergie indique la partie des photons mous susceptibles d'interagir avec les gammas (miroir l'une de l'autre par rapport à la fréquence caractéristique $\delta m_e c^2 / h$)

faibles, tout au moins $\delta \leq 10$. Nous verrons que ces problèmes sont en fait inhérents aux modèles homogènes et malheureusement inévitables dans ce contexte.

Dans les deux cas, les valeurs de B , δ et $\gamma_{\max,0}$ sont constantes entre les deux états. À la lumière de notre scénario, l'état intermédiaire du 7 avril correspond à l'éjection d'une composante précédente celle du 16 avril et observée plus tardivement (vis-à-vis du temps du début de l'injection), produisant, comme déjà indiqué précédemment, l'infléchissement de l'indice spectral en deça de $1/2$.

Dans le travail de Pian *et al.* (1998) les auteurs injectent une loi de puissance sur une dynamique très faible, inférieure à 10 pour l'état haut du 16 avril. L'ensemble des paramètres utilisés dans leur modèle est reporté dans le tableau 8. L'émission est calculée en régime permanent (stationnaire). Le spectre des particules refroidies est obtenu en résolvant l'équation cinétique standard. La solution est analytique dès lors que l'on néglige les pertes Compton inverse vis-à-vis des pertes synchrotrons ainsi que le recyclage des paires créées. Le calcul de cette solution particulière est développé Annexe A page 213. Dans ce type de modèle le mécanisme de variation de l'indice spectral de la composante synchrotron est obtenu en faisant varier l'indice s de la loi de puissance injectée. Ce dernier dépend des caractéristiques

Tab. 8. Paramètres pour Mrk 501 utilisés par Pian et al. (1998). Les auteurs injectent une loi de puissance du type $n_{inj}(\gamma) \propto \gamma^{-s}$ sur $\gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_{max}$. Les paramètres communs au deux états sont $R = 5 \cdot 10^{15}$ cm, $\delta = 15$ et $B = 0.8$ G

paramètres de la loi de puissance injectée			
	γ_{min}	γ_{max}	s
État intermédiaire (7 avril)	10^4	$3 \cdot 10^6$	1.5
État haut (16 avril)	$4 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^6$	1

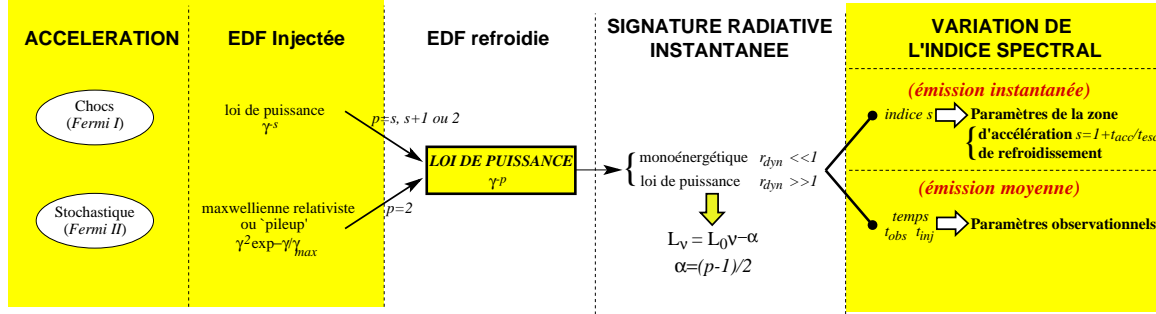


Fig. 56. Mécanismes proposés pour la variation de l'indice spectral de la composante synchrotron

physiques du choc à savoir le temps d'accélération t_{acc} et le temps d'échappement t_{esc} de la zone d'accélération par,

$$s = 1 + \frac{t_{acc}}{t_{esc}} > 1$$

Pour le 16 avril, par exemple, $s = 1$, ce qui n'est pas cohérent du point de vu d'un scénario d'accélération par un choc. Ceci implique $t_{esc} \rightarrow \infty$ et les particules ne quittent alors plus la zone d'accélération et l'on obtient pour le spectre émergent $n(\gamma) \rightarrow 0$! Vues les dynamiques faibles dans chacun des deux cas, on se trouve plutôt dans le cas d'un *refroidissement fort* (voir Annexe A). Dans ce cas, le spectre des particules est une double loi de puissance en γ^2 en deça d'une fréquence de coupure et $\gamma^{-(s+1)}$ au delà. Pour le cas $s = 1$, le spectre se dégénère en une seule loi de puissance d'indice 2 d'où la signature spectrale caractéristique en $1/2$ en représentation νF_ν . Pour le 7 avril, $s = 3/2$ contraint $t_{acc} = t_{esc}/2$ soit un paramètre de compression pour le choc $R_c = 7$. Dans ce cas, pour un refroidissement toujours fort, le spectre des particules refroidies est une loi de puissance d'indice 2 à basse énergie et plat au-delà de la fréquence de coupure. Dans notre modèle, les deux états s'expliquent par l'injection de la même *fonction de distribution en énergie* des particules à savoir une *pileup*. Les différences spectrales s'expliquent alors naturellement par des paramètres observationnels différents. Les deux approches sont résumées à la figure 56 page 124. Pour terminer, le temps minimum de variabilité, obtenu à partir des arguments usuels de causalité est donné par $\tilde{t}_{var} \geq t_{var,min} = 555 \text{ min } (R/10^{15} \text{ cm})(1 + z_s)/\delta$, et vaut environ quinze minutes pour le 16 avril contre une quarantaine de minutes pour l'état intermédiaire.

§ 54.3. Courbes de lumière simulées

À partir des résultats du modèle, nous pouvons aussi extraire les courbes de lumières de la source, à savoir la luminosité différentielle intégrée sur des bandes caractéristiques d'énergie correspondantes à certains instruments en fonction du temps,

$$(54.272) \quad \frac{dN}{d\tilde{t}dS} = \Pi(R/\delta c) \otimes \left[\frac{1}{4\pi d_\ell^2} \int_{\tilde{\nu}_0}^{\tilde{\nu}_1} d\nu \tilde{L}(\tilde{\nu}; \tilde{t}) \right] \quad [\text{photons/s/cm}^2]$$

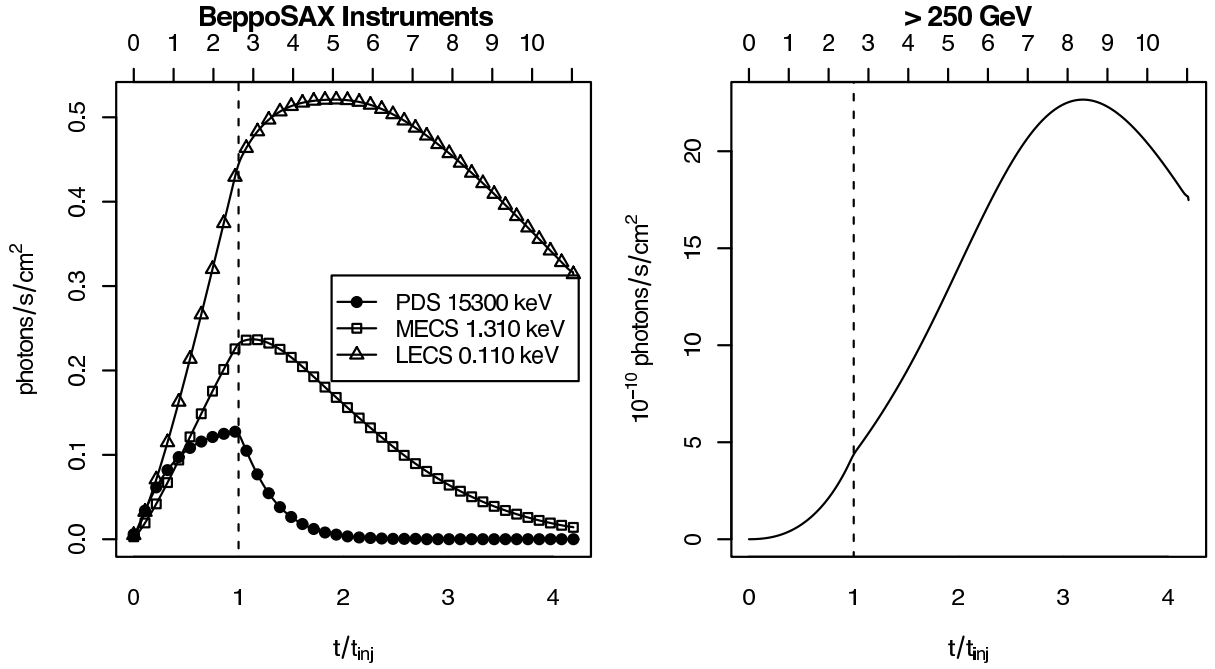


Fig. 57. Courbes de lumière simulées correspondant à l'état haut de Mrk 501 du 16 avril. À gauche, pour les trois instruments de BeppoSAX et à droite au dessus de 250 GeV. L'axe supérieur en heure correspondant au temps d'observation dans le référentiel de l'observateur. On remarquera les retards entre les différentes bandes, retard pouvant dépasser 5 heures.

où, pour des raisons de causalité, on a convolué par une fonction porte Π de largeur temporelle $R/\delta c$ tenant compte de la propagation des photons dans la source. Celles de l'état haut pour les trois instruments de BeppoSAX à savoir le PDS (15 – 300 keV), MECS (1.3 – 10 keV) et LECS (0.1 – 10 keV) et au-dessus de 250 GeV (instruments Cerenkov) sont fournies figure 57. Des retards entre les différentes bandes y sont clairement visibles. Remarquablement, il semble que pour la composante synchrotron les courbes de haute énergie précèdent celles de plus basse énergie (2h30 environ pris aux maxima entre le PDS et LECS), alors que la courbe au delà de 250 GeV suit avec un retard de 3 à 5 heures les courbes en X. Ce dernier phénomène, apparemment étonnant, peut s'expliquer par l'augmentation de la densité de photons mous en deçà de la limite Klein-Nishina au fur et à mesure que les particules se refroidissent, ce qui *augmente* le niveau de l'émission Compton inverse. Ceci explique également pourquoi la luminosité Compton inverse continue à augmenter même lorsque l'injection des particules eut cessé. On notera que des comportements temporels subtils (voire contradictoires) peuvent apparaître du fait justement de la non-stationnarité du problème combinée aux effets complexes de coupures Klein-Nishina de la diffusion Compton inverse. On s'attend de plus à ce que les effets d'opacité viennent encore compliquer les choses.

§ 54.4. Carte d'opacité et fonction de distribution en énergie des particules

Pour vérifier cela, nous utiliserons une *carte d'opacité* telle qu'elle est représentée figure 58. En ordonnée, est reportée la fréquence du photon de haute énergie dans le référentiel de la source et en abscisse le temps écoulé depuis le début de l'injection. Les courbes de niveaux représentent les lieux d'iso-opacité (en représentation logarithmique). La courbe tiretée supérieure est la position du maximum de la composante Compton inverse en fonction du temps. La courbe inférieure quant à elle, est le miroir de la position du maximum de la composante synchrotron vis-à-vis du seuil de création de paires $m_e c^2/h$. À une fréquence fixée, on voit que l'opacité tend à augmenter

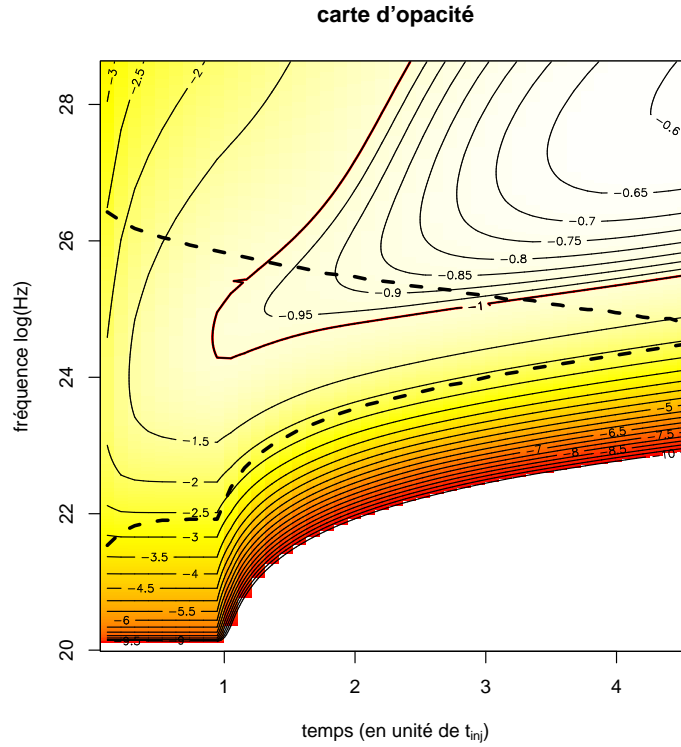


Fig. 58. Carte d'opacité Mrk 501, Avril 1997 État haut. Voir le texte pour plus de détails.

avec le temps. Ceci est dû au fait que le refroidissement des photons augmente naturellement et par définition la densité de photons à basse énergie et augmente ainsi le nombre de cibles pouvant potentiellement intervenir dans le processus de création de paires. Pour autant, la production de paires reste modérée du fait que l'énergie des gammas diminue dans le même temps. Ces deux courbes se coupent à la fréquence caractéristique ν_{crit} tel que

$$(54.273) \quad \nu_{\text{crit}} = 5 \cdot 10^{24} \text{ Hz } B^{-1/3}$$

qui ne dépend que de la valeur du champ magnétique. Elle représente aussi le moment du passage du régime partiel de diffusion Thomson (Klein-Nishina) au régime total.

On vérifie bien que $\ell_{\gamma\gamma} < 10^{-0.85} \approx 0.14$, la production de paires est bien modérée. Les conséquences sur la *fonction de distribution en énergie* des particules sont montrées figure 59. Le spectre est essentiellement modifié à basse énergie du fait de la cascade de paires d'une part et des pertes Compton inverse ensuite, qui ne sont pas prises en compte rappelons-le dans le modèle analytique. On vérifiera que les différentes courbes correspondent à des densités d'énergie $\gamma m_e c^2 (dn/d\gamma)$ constante en fonction de γ .

§ 55. Exemple de solution en régime de forte création de paires

À titre illustratif, nous allons dans cette partie étudier un exemple de solution en régime de forte création de paires. À cette fin, retournons sur la carte de χ^2 figure 54 page 122 ; pour se faire nous avons choisi le point à $\delta \approx 16$ et $R \approx 10^{15}$ cm (Noté *flare au GeV*). Au passage, ceci contraint la durée de l'observation à 102 ks et un temps de variabilité minimal de 45 min. Les paramètres du modèle pour cette solution sont obtenus par la méthode décrite en détail précédemment, et reportés dans le tableau 7 page 121. La distribution spectrale en énergie est représentée à la figure

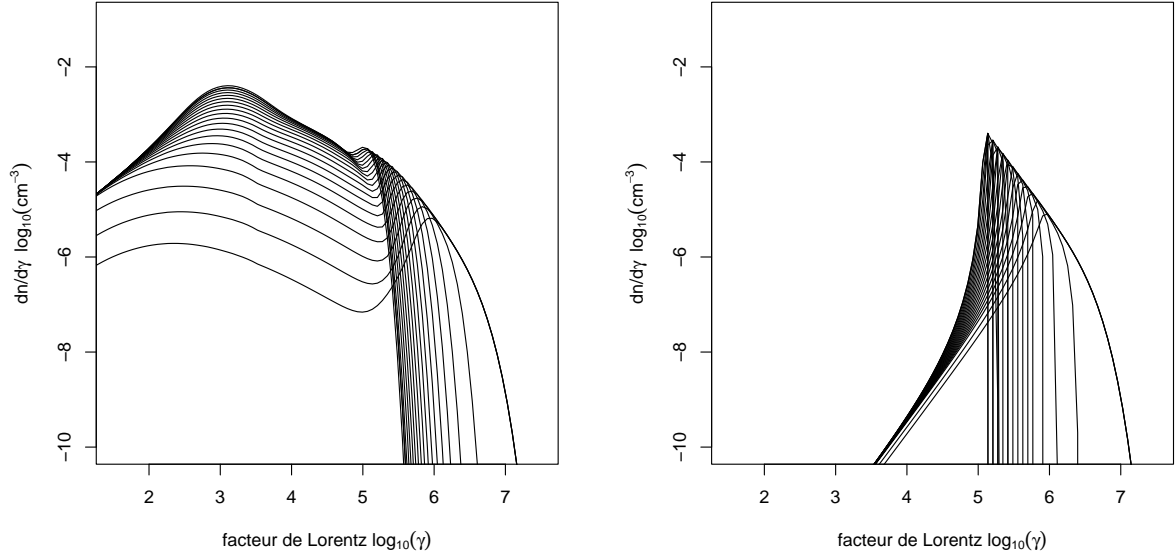


Fig. 59. Fonction de distribution en énergie des particules refroidies correspondante à Mrk 501 (état haut), à *gauche* calculée numériquement en prenant en compte le recyclage des paires et les pertes par rayonnement Compton inverse, et à *droite* à l'aide de la solution analytique. Voir texte pour plus de détails .

60. On observe l'apparition d'une forte composante absorbée entre le GeV et le TeV ainsi qu'en radio ($\approx 10^{13}$ Hz). Les points haute énergie du spectre au delà du TeV sont correctement ajustés du fait justement de cette forte absorption. La fonction de distribution en énergie des paires correspondantes est fournie figure 61. On remarque bien entendue la formation d'une forte composante à basse énergie de paires. Cette dernière domine la densité d'énergie $\gamma m_e c^2 (dn/d\gamma)$. Elle est responsable de l'apparition de la bosse radio à 10^{13} Hz.

D'un point de vue temporel, les courbes de lumière (figure 62) nous montre la brièveté de l'évènement ; celui-ci s'apparente à une véritable *flash* de production de paires. Notons que celui-ci n'a pas de signature évidente dans le domaine du MECS de BeppoSAX voire il n'apparaît pas du tout dans PDS à plus haute énergie alors qu'il est visible très clairement dans l'instrument pour le LECS.

La carte d'opacité (figure 63) va nous permettre de comprendre le mécanisme à l'oeuvre et la soudaineté de la chose. Au fur et à mesure du refroidissement, comme dans le cas précédent, la densité de photons de basse énergie augmente contribuant à accroître à sont tour l'opacité des photons les plus énergétiques. Dès lors que celle-ci devient de l'ordre de l'unité, le mécanisme s'emballe ; lors du refroidissement des particules la densité de photons effectivement disponibles dans le processus Compton inverse augmente fortement du fait de la réduction de l'effet de coupure Klein-Nishina, ce qui contribue d'une part à avoir un refroidissement de plus en plus rapides des paires, et d'autre part indirectement à accroître l'opacité des photons de haute énergie . C'est ce qui explique la brièveté de l'évènement dans les courbes de lumières, et peut-être une explication pour le phénomène de variabilité les plus rapides au TeV.

La luminosité de cette composante au GeV domine largement le spectre, et est largement au-dessus des seuils de détection de GLAST comme de EGRET, bien que pour ce dernier, ce phénomène ne semble n'avoir jamais été rapporté. Bien sûr cela pourrait indiquer que les conditions d'un flash de paires ne sont jamais remplies, mais il est également possible que la non

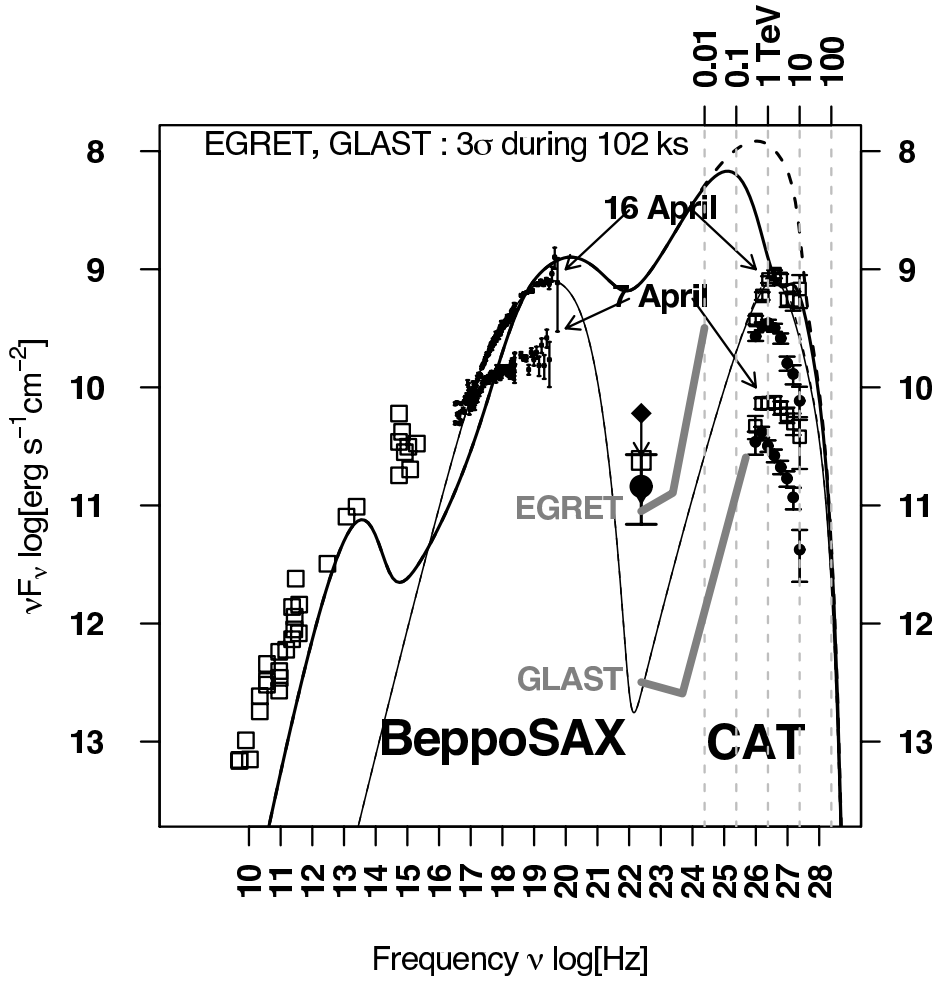


Fig. 60.

détection soit due au manque d'observations coordonnées TeV/EGRET ainsi qu'à la brièveté de ces évènements.

3. PKS 2155-304

PKS 2155 est la seule Lacertide identifiée comme un émetteur au TeV dans l'hémisphère sud, et l'une des plus brillantes dans les X. Elle est du même coup une cible de choix pour les satellites d'observations X. C'est aussi un des rares objets extrêmes qui a fait l'objet d'une détection positive et claire par la mission EGRET (Vestrand *et al.* 1995)

§ 56. Campagne 1996-1997

À titre de nouvelle application, nous avons également réalisé un ajustement des données de cette source. J'ai donc choisi d'utiliser les mêmes données que Chiappetti *et al.* (1999), à savoir les données BeppoSAX de Novembre 1997, les points EGRET de Vestrand *et al.* (1995) corrigés ainsi qu'un point à 300 GeV obtenu par l'observatoire de Durham à l'aide du télescope Mark6 durant l'automne 1996 (Chadwick *et al.* 1999). Il est important de noter que ces points ne sont pas simultanés. Pour tenir compte de cela, Chiappetti *et al.* (1999) ont remonté artificiellement les points EGRET par un facteur 3, ce qui ramène arbitrairement ces points au même niveau que

Fig. 61. Fonction de distribution en énergie des particules refroidies correspondante à Mrk 501 pour une solution riche en paires calculée numériquement.

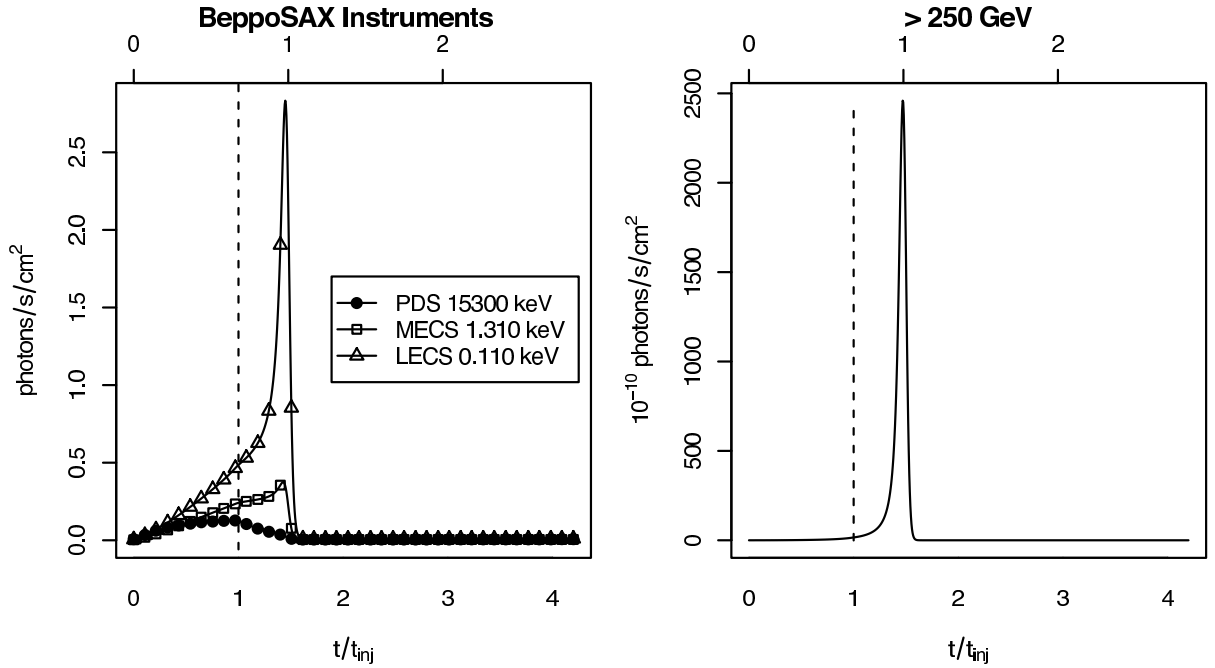
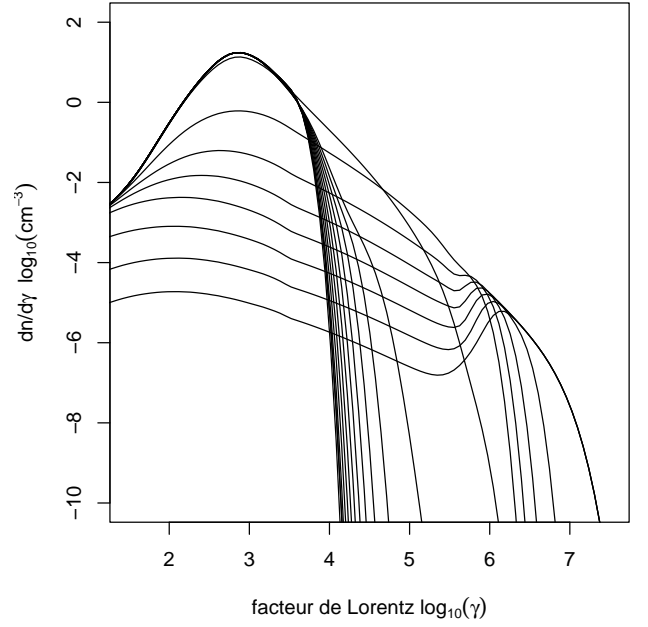


Fig. 62. Courbes de lumière Mrk 501 pour une solution riche en paires. Noter la brièveté de l'évènement.

la composante synchrotron en représentation νF_ν (c'est ce qu'on entend auparavant par *points corrigés*). Ce dernier cas peut être considéré comme une limite supérieure du flux Compton inverse.

J'ai de plus corrigé le point Mark6 de l'absorption, ce qui n'a jamais été considéré jusque-là. Bien que le point soit relativement à basse énergie (0.3 TeV), l'absorption n'est pas négligeable du fait de la distance de l'objet $z_s = 0.117$.

À partir de la courbe de lumière publiée par Chiappetti *et al.* (1999) (voir figure 65), on peut estimer le temps d'injection comme la durée de la montée de l'éruption. On trouve approximativement, en supposant une montée linéaire un temps d'injection de l'ordre de 9.8 ks dans le référentiel de l'observateur. La durée de l'observation est elle de l'ordre de 1.2-1.3

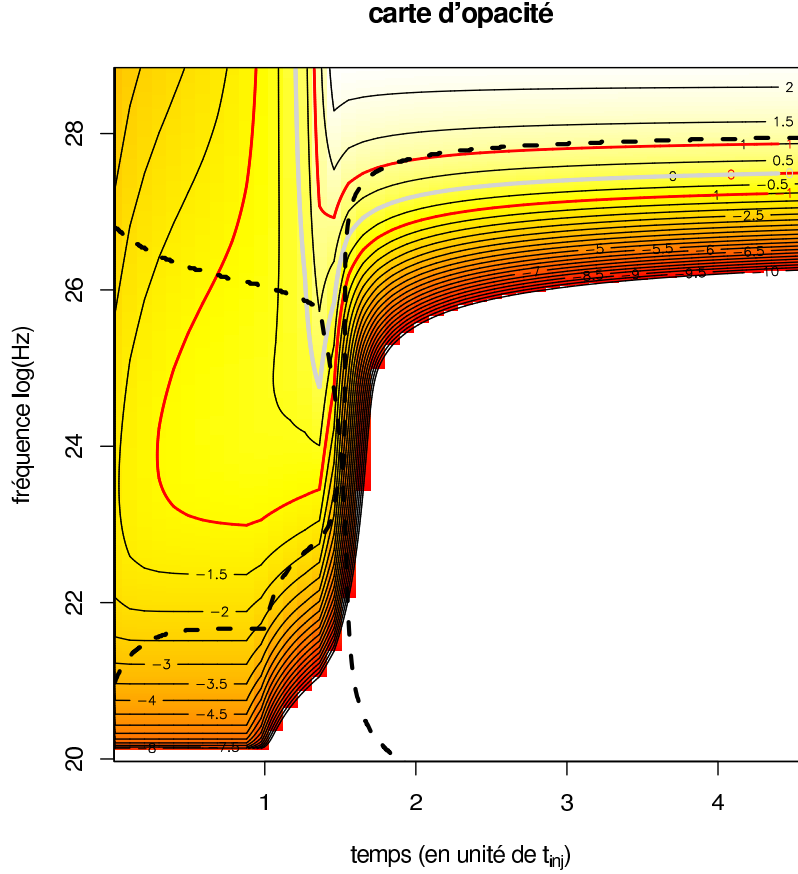


Fig. 63. Carte d'opacité Mrk 501 pour une solution riche en paires

Tab. 9. Paramètres d'ajustements pour PKS 2155-204

	B (G)	R_{15} (10^{15} cm)	δ_B	γ_{\max} 10^6	τ_{Th} 10^{-10}	\tilde{t}_{inj} (ks)	\tilde{t}_{obs} (ks)	$\Delta \tilde{t}_{obs}$ (ks)	$\tilde{t}_{var,min}$ (min)
Simu 1	4	0.7	34	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^3$	9.87	$3.65 (= 0.35 \tilde{t}_{inj})$	12.8	12
Simu 2			40						10
Simu 3			47.5						9
Simu 4	0.25	0.9	47.5	$2.5 \cdot 10^{-2}$	30	9.8	0	9.8	10.5
Simu 5								2586 (30 jours)	–

ks. Ensuite, on suit la même procédure que décrite précédemment pour le cas de Mrk 501. On obtient finalement les paramètres notés dans le tableau 9 et les distributions spectrales en énergies correspondantes sont données par la figure 64. J'ai effectué trois simulations différentes (simu 1, 2 et 3 dans le tableau) en faisant varier le facteur Doppler δ de 34 à 47.5. On remarque un bon ajustement des données, aussi bien en X qu'en gammas. À titre de comparaison, j'ai indiqué les paramètres obtenus par d'autres auteurs pour le même objets. Les points considérés par Kataoka *et al.* (2000) sont différents, mais la SED globale reste la même.

Essentiellement pour des questions d'opacité, les valeurs de δ que nous obtenons sont relativement élevées, plus élevées que pour les autres travaux (dont on ne sait pas exactement comment ils traitent les questions d'opacité). Ceci a pour conséquence immédiate de baisser l'énergie maximale des paires dans le rapport des facteurs Doppler (à position du pic Compton inverse constante). Pour ajuster correctement les données EGRET, il est nécessaire d'avoir une dynamique suffisante des paires (et donc du spectre). Les temps d'injection et d'observation

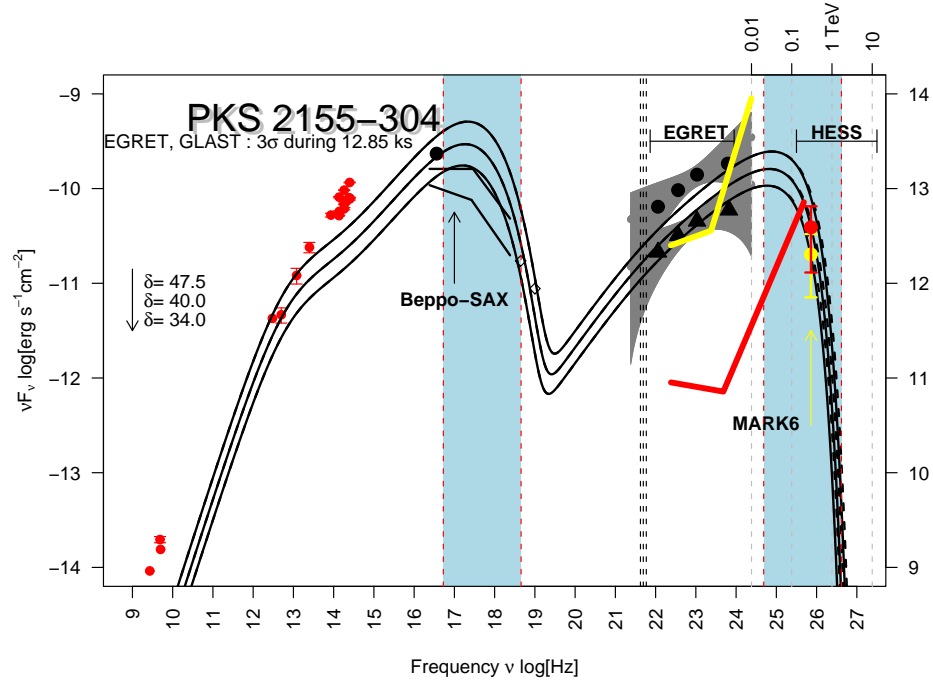


Fig. 64. Distribution spectrale en énergie pour PKS 2155-304 pour la campagne 1996-1997

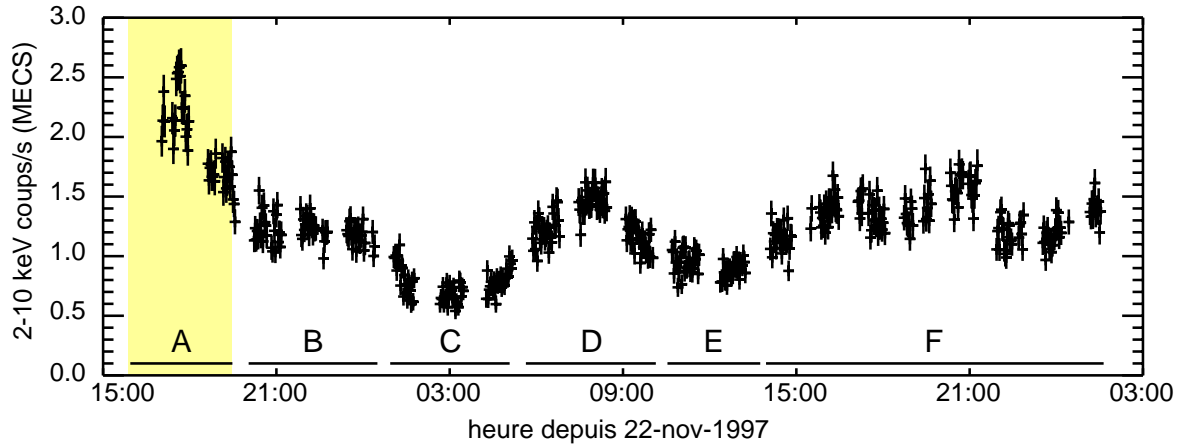


Fig. 65. Courbe de lumière BeppoSAX (MECS) de PKS 2155 pour la période de novembre 1997. D'après Chiappetti et al (1999)

étant fixés, le seul bras de levier qu'il reste à notre disposition est de diminuer le temps de refroidissement en augmentant la valeur du champ magnétique. Ceci explique pourquoi nous obtenons un champ magnétique de l'ordre de 4 G.

§ 57. Campagne 2003-2004

L'installation du réseau HESS (*High Energy Stereoscopic System*, Hinton (2004)) en Namibie dans l'hémisphère austral a fait de PKS 2155 une cible privilégiée. HESS est un réseau de 4 télescopes Cerenkov de nouvelle génération développé au sein d'un consortium de laboratoires

Tab. 10. Comparaison des paramètres obtenus à l'aide de différents travaux

	B (G)	R (10 ¹⁵ cm)	δ	γ_{\max}
Chiappetti et al.	1	3	18	$3.1 \cdot 10^4$
Kataoka et al.	0.14	24	28	$8.3 \cdot 10^4$
campagne 1997	4	0.7	47.5	$7.5 \cdot 10^3$
	4	0.7	34	$7.5 \cdot 10^3$
campagne 2003	0.25	0.9	47.5	$2.5 \cdot 10^4$

internationaux. Il tire partie de l'expérience de la première génération des imageurs Cerenkov à laquelle il allie la vision stéréoscopique. Ce procédé permet une meilleure reconstruction de la direction d'arrivée des photons, une meilleure sensibilité, une meilleure réjection du signal polluant des cosmiques et un seuil de détection beaucoup plus faible. Pleinement opérationnel depuis décembre 2003, PKS 2155 a fait l'objet d'observations routinières depuis. Grâce à l'extrême sensibilité du système HESS, la source a toujours pu être détectée.

L'équipe de Grenoble est impliquée dans l'*AGN science group* de la collaboration pour participer à l'analyse scientifique des données. À ce titre, nous disposons des premières données de PKS 2155 pour leur analyse préliminaire.

Durant l'automne 2003 (octobre-novembre), PKS 2155 a fait l'objet d'observations multi-longueurs d'onde en simultané avec le satellite RXTE et d'autres instruments dans l'optique, dont ROTSE. Je ne détaillerai pas ici les données (obtention, traitement), je renvoie le lecteur aux publications afférentes en cours d'impression chez l'éditeur ou en préparation (Aharonian et al 2004a, 2004b). Le spectre large bande est représenté figure 66. Les données HESS brutes sont correctement ajustées par un modèle de loi de puissance avec une coupure exponentielle,

$$\frac{dN}{dE} = (4.0_{-1.2}^{+1.9} \cdot 10^{-8}) \left(\frac{E}{1 \text{ TeV}} \right)^{2.9 \pm 0.23} \exp - \left(\frac{E}{1.4 \pm 0.7 \text{ TeV}} \right) \text{ photons m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ TeV}^{-1}$$

Le traitement de l'observation par le fond cosmique infrarouge est encore discuté au sein de la collaboration ; il est proposé trois niveaux de corrections, suivant trois modèles de distribution des photons du fond différents. Les spectres corrigés sont représentés en détails dans le panneau inférieur de la figure 66. Notons que l'un des objectifs de HESS par l'observation intensive est d'agrandir l'échantillon d'émetteurs au TeV afin de tester de manière statistique et de contraindre ce fond infrarouge.

La source a été observée au total 114 heures en octobre 2003 et 5 heures en novembre. Le satellite RXTE a observé durant cette période par phases de 10 ks déclenchées par des alertes émanant de HESS. Les courbes de lumières semblent montrer une succession d'éruptions individuelles. D'une même coup l'analyse à l'aide d'un modèle simple d'émission une zone s'avère un peu plus compliqué. Nous avons considéré pour commencer le spectre synchrotron. Les données RXTE ont été ajustées en considérant un temps d'observation de l'ordre de 10 ks (durée nominale d'observation). Il s'avère qu'il est alors possible d'ajuster la partie X et gamma de la SED à l'aide des paramètres notés à la ligne *simu4* du tableau 9 page 130 . La SED correspondante est représentée à la figure 66 par le spectre le plus étroit. Les données RXTE sont remarquablement bien ajustées. Quant est-il alors pour une période d'observation d'un mois où se succède une série de N éruptions ? Nous avons supposé que ce cas revenait en moyenne à observer le spectre en considérant les mêmes paramètres physiques que précédemment pour $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}}^{(0)} = 10 \text{ ks}$ mais avec $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}} = 1 \text{ mois}$. Du même coup la dynamique se voit augmenter, mais à densité totale de particules égale entre les deux cas, le flux moyen de la SED diminue, puisqu'on ne considère toujours qu'une seule éruption moyennée dans un temps plus long. Il est cependant évident d'après les observations qu'il y a eu dans cette période de nombreuses éruptions. On corrige le flux d'un facteur multiplicatif en amplitude ("*offset*") dans le rapport $\Delta \tilde{t}_{\text{obs}} / \Delta \tilde{t}_{\text{obs}}^{(0)}$, pour

compenser les effets de la dilution temporelle. Cette approche permet d'obtenir le spectre moyen de la figure 66. Finalement, nous avons complété cette étude par une analyse plus globale

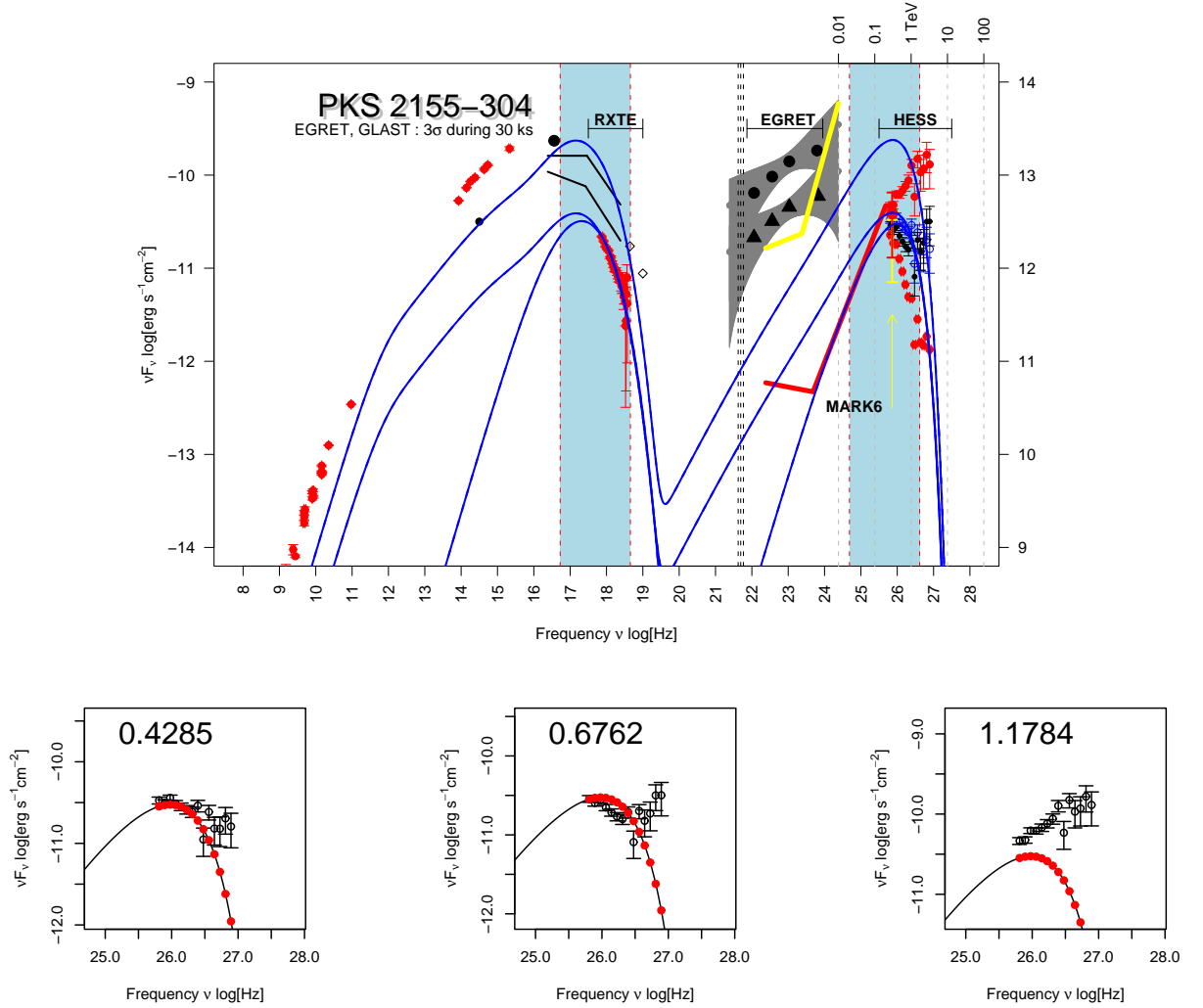


Fig. 66. Distribution spectrale en énergie pour PKS 2155-304 pour la campagne 2003-2004. La figure inférieure représente le détail de l'ajustement pour les trois modèles de correction de l'absorption par le fond infrarouge

de l'espace des paramètres $R - \delta$ comme nous l'avons mené précédemment pour Mrk 501. Nous avons à la fois mené une étude à l'aide de notre approche stationnaire du problème ainsi qu'une recherche systématique de minimisation du χ^2 en considérant l'invariance du spectre synchrotron type obtenue à l'aide des paramètres précédents. L'ensemble de ces résultats est présenté sur la carte figure 67.

On remarquera l'excellente superposition du minimum du χ^2 et de notre prédiction pour l'isophote $r = L_{\text{CI}}/L_{\text{syn}} = 1$ pour la partie optiquement mince. La partie optiquement épaisse dépendant de manière cruciale des détails et des approximation du processus de création de paires, qui sont approximés pour notre modèle analytique. Par contre, pour des opacités raisonnables, on obtient bien la partie en loi de puissance (droite en représentation log-log) et le début de la courbure dû aux effets d'opacité (faibles). En combinant les contraintes d'opacité, de temps de variabilité, on peut déduire des contraintes sur la taille de la source R et δ . J'ai exposé figure 67 deux cas, le premier pour un temps minimal de variabilité \tilde{t}_{var} de 0.1 jours, le

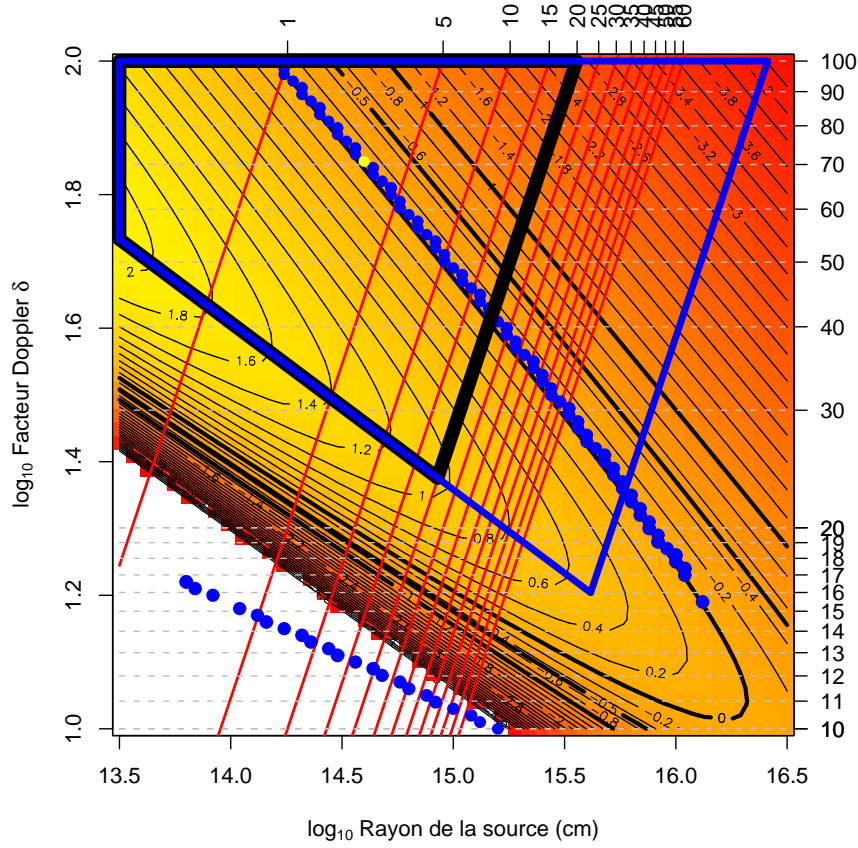


Fig. 67. Carte de l'espace des paramètres $R - \delta$ pour PKS 2155 pour l'approximation analytique développée dans les chapitres précédents. Les points correspondantes aux minima du χ^2 pour l'exercice d'ajustement systématique du spectre de l'objet dans ce plan. Il est remarquable de noter l'excellente concordance de de cette courbe avec l'isophote $r = 1$. Aussi représenté, les contraintes d'opacité et de variabilité permettant de contraindre l'espace des paramètres alloués.

second pour 20 minutes. Dans le premier cas, l'espace des paramètres alloués contraint $\delta \geq 23$ et $R \leq 10^{15.76}$. Pour le second, on a $\delta \geq 42$ et $R \leq 10^{15.16}$. Je rappelle que dans notre modèle, une durée d'observation donnée est représentée par une droite horizontale dans notre espace de paramètres, correspondant à une intersection unique avec la courbe $r = 1$ ou de manière équivalente à celle des minima du χ^2 . Notre modèle est donc totalement contraint. Dans ce cas, on trouve la valeur de $\delta = 47.5$ donnée précédemment.

Partie III

La crise du facteur Doppler

11	La crise du facteur Doppler	137
12	Contraintes d'opacité liées aux modèles homogènes	157

11

La crise du facteur Doppler

Plan du chapitre

1. Les faits	137
§ 58. <i>Introduction</i>	137
2. Le modèle standard d'unification mis à mal ?	138
§ 59. <i>Observations des coeurs VLBI</i>	138
3. Contraste de luminosité entre les populations parentes	140
§ 60. <i>Calcul simplifié du contraste à l'ordre zéro</i>	142
§ 61. <i>Discussion</i>	143
4. Le modèle multi-composantes	143
§ 62. <i>Présentation et calcul du contraste</i>	143
§ 62.1. <i>Introduction</i>	143
§ 62.2. <i>Calcul du contraste entre la population de Lacertides et de FR-I</i>	144
§ 62.3. <i>Calcul du contraste au sein de la population de Lacertides</i>	145
§ 63. <i>Application</i>	147
§ 63.4. <i>Une composante relativiste unique plus une composante isotrope</i>	147
§ 63.5. <i>Deux composantes relativistes plus une composante isotrope</i>	148
5. Et la statistique dans tout ça ?	150
§ 64. <i>Probabilité de détection</i>	150
§ 65. <i>Application</i>	151
6. Conclusion	154

1. Les faits

§ 58. Introduction

LES VALEURS DU FACTEUR DE LORENTZ obtenues dans le cadre de notre modèle sont relativement élevées, de l'ordre de 25. Elles sont compatibles avec celles dérivées dans d'autres travaux similaires. En faisant un rapide tour des modèles homogènes disponibles dans la littérature, il apparaît que les valeurs de δ sont contenues dans un intervalle assez large, compris entre 10 et 50. Ces dernières valeurs, très élevées, semblent nécessaires dans le cadre de modèles stationnaires prenant en compte l'absorption des photons de haute énergie par les photons du fond cosmique infrarouge, alors que les valeurs les plus basses sont souvent obtenues dans les modèles qui "oublient" de la prendre en compte. Comme je l'avais indiqué à la fin de la partie précédente, bien que nous tenions compte nous aussi de cette absorption, nous obtenons des valeurs plus modestes du fait du caractère *dépendant du temps* de notre modèle ; dans cas, celui-ci mime en quelque sorte le comportement d'un modèle inhomogène et permet

de relâcher quelque peu la contrainte sur la compacité de la source en réduisant les effets de “production cospatiale” des photons de basse et haute énergie. En effet, c’est essentiellement la compacité qui contraint δ . Lorsque celle-ci est trop grande, deux effets se manifestent : premièrement, l’absorption des gammas dans la source par l’effet de production de paires devient catastrophique, le milieu devenant totalement optiquement épais. Deuxièmement, le temps de refroidissement radiatif dû au processus Compton inverse devient plus court que le temps caractéristique de vol dans la source.

Pourtant d’autres faits observationnels ne semblent pas privilégier les grandes valeurs de facteurs de Lorentz d’ensemble des jets, comme nous l’avons vu en introduction. Que ce soit sur la base d’arguments à propos du modèle standard d’unification des blazars et des radio-galaxies ou de l’absence de détection claire de mouvements superluminiques à l’échelle du parsec du coeur VLBI, tous les indices observationnels tendent vers des valeurs modérées de Γ , de l’ordre au plus de 10. Il ne faut pas perdre de vue de plus qu’il existe encore des difficultés d’ordre théorique pour expliquer la formation et le maintien de jets à des vitesses fortement relativistes.

Dans ce chapitre, nous allons faire un tour rapide des arguments favorisant les faibles valeurs du facteur de Lorentz (mouvements superluminiques, contraste de luminosité). Nous verrons que moyennant un certain nombre d’hypothèses, nous pouvons expliquer certains de ces faits avec de grandes valeurs du facteur de Lorentz. Par contre, les solutions développées pour y parvenir se heurtent au problème pour l’instant insoluble de la statistique du nombre d’objets extrêmes détectés.

2. Le modèle standard d’unification mis à mal ?

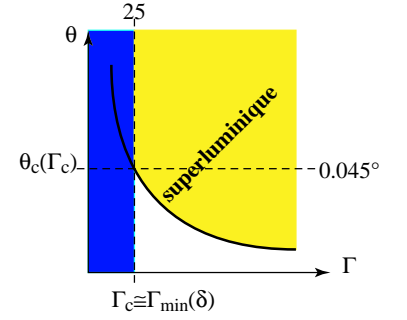
Si, comme on se l’imagine, les blazars sont le lieu de phénomènes d’émissions amplifiées dus à leur orientation favorable (le jet pointant dans la direction de l’observateur), on s’attend à pouvoir associer à cette catégorie d’objets leurs *contreparties non-focalisées*⁸. Cette question a été étudiée de manière extensive dans la littérature astrophysique (pour une revue voir Urry & Padovani (1995)). Plusieurs indices laissent à penser que les contreparties non focalisées des blazars sont simplement les radio-galaxies. Plus précisément, on associe les Lacertides aux galaxies Fanaroff-Riley de type I (FR-I) et les quasars radio à spectre plat (FSRQ) aux FR-II, d’après des critères de luminosités bolométriques ou différentielles, morphologiques ou encore d’après leurs caractéristiques spectrales (voir l’introduction).

§ 59. Observations des coeurs VLBI

Un premier fait marquant plaidant en défaveur des grands facteurs de Lorentz au sein des blazars extrêmes, est l’absence de détection de mouvements superluminiques à l’échelle de la milli-arcseconde. Les observations VLBI récentes des blazars du TeV montrent qu’ils en sont effectivement dépourvus à l’inverse d’autres blazars “plus classiques” (Edwards & Piner 2002; Piner & Edwards 2004). Les composantes radios observées et suivies dans le temps sont généralement *stationnaires* ou *subluminiques* et ne nécessitent alors que des valeurs modérées du facteur de Lorentz d’ensemble ($\Gamma \approx 2 - 4$). De plus, les *températures de brillance* des coeurs VLBI sont de l’ordre de $10^{10} - 10^{11}$ K, inférieures à la limite usuelle de 10^{12} K nécessaire pour éviter la *catastrophe Compton inverse*. Cette dernière correspond rappelons-le, à la situation du refroidissement catastrophique par processus Compton inverse des particules ultrarelativistes en un temps très court.

⁸On utilise parfois l’anglicisme “*beamé/non-beamé*”

Fig. 68. Contrainte sur l'angle maximum d'observation compatible avec l'absence de détections de mouvements superluminiques pour une valeur donnée du facteur Doppler. La courbe en trait plein correspond à la contrainte sur l'angle minimum d'observation pour avoir un mouvement superluminique $\theta_{\min} = 1/2(\Gamma^2 - 1)$ (avec $\beta > \sqrt{2}/2$). La zone la plus foncée (bleue) correspond aux valeurs incompatibles du Facteur de Lorentz inférieure à $\delta/2$. La zone grisée (jaune) représente la région de paramètres permettant l'observation de mouvement superluminique, la zone blanche excluant ceux-ci. La ligne horizontale représente notre valeur maximale de l'angle critique $\theta_c(\Gamma_c)$, relation (59.278). Les valeurs numériques sont une illustration du cas $\delta = 50$ explicité dans le texte.



Pourtant, avec de telles valeurs de δ déduites de l'ajustement des modèles théoriques d'émission, il paraît difficile d'échapper à la contrainte des mouvements superluminiques, à moins de ne pas satisfaire des contraintes strictes sur les angles d'observations. Voyons ce point de manière plus précise et tâchons d'évaluer l'angle maximal compatible avec l'absence de mouvements superluminiques. Rappelons à cet fin que pour une composante se mouvant à la vitesse βc et faisant un angle θ respectivement à la ligne de visée de l'observateur, l'expression de la *vitesse (réduite) transverse apparente* est

$$(59.274) \quad \beta_{\text{app}} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}.$$

Cette dernière est plus grande que l'unité dès lors que la vitesse d'ensemble $\beta > \beta_{\text{crit}} = \sqrt{2}/2$ et que l'angle d'orientation θ remplisse la condition $\sin 2\theta > (\Gamma^2 - 1)^{-1}$, ou exprimé directement en degré $\theta > \theta_{\text{crit}} = 0.28 \text{ deg } (\Gamma/10)^{-2}$.

Pour une valeur donnée δ , il existe pour chaque valeur de Γ (ou β) une solution unique μ correspondante, dès que $\Gamma(1 - \beta) \approx (2\Gamma)^{-1} \geq \delta^{-1}$. L'ensemble des solutions μ est borné inférieurement, $\mu \in [\mu_{\max}(\delta), 1]$ avec $\mu_{\max} = \beta$ (correspondant à $\Gamma = \delta$). On écrit,

$$(59.275) \quad \mu_{\max}(\delta) = (1 - 1/\delta^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2\delta^2}$$

correspondant à une valeur d'angle maximum $\theta_{\max} \approx 1/\delta$. Autrement dit, la détection d'une composante avec un facteur Doppler δ implique forcément que l'angle maximum d'orientation de l'objet vis-à-vis de la ligne de visée de l'observateur vaut au plus $\theta_{\max} \approx 1/\delta$. Pour $\delta = 50$, ceci correspond à un angle d'orientation $\theta \leq \theta_{\max} = 1.15 \text{ deg}$. La vitesse transverse apparente peut s'écrire en fonction de δ et Γ seulement comme

$$(59.276) \quad \beta_{\text{app}} = \sqrt{2\delta\Gamma - \delta^2 - 1}$$

qui devient *superluminique* dès lors que,

$$(59.277) \quad \Gamma \geq \Gamma_c = \frac{\delta}{2} + \frac{1}{\delta}$$

et que le critère sur l'angle de focalisation soit rempli, à savoir $\theta \geq \theta_c(\Gamma) = 1/2(\Gamma^2 - 1)$. Notons au passage que $\Gamma_c = \Gamma_{\min} + \mathcal{O}(1/\delta)$ où $\Gamma_{\min}(\delta) = \delta/2$ est le facteur de Lorentz minimum pour atteindre δ (correspondant au cas de l'alignement parfait le long de l'axe). La condition $\Gamma \geq \Gamma_c$ est alors peu contraignante parce que quasiment toujours remplie. Celle sur l'angle de focalisation paraît donc plus forte au premier ordre. On obtient alors une valeur maximale de l'angle critique

$$(59.278) \quad \theta_c(\Gamma_c) = \frac{2\delta^2}{\delta^4 + 4} \geq \theta_c(\Gamma \geq \Gamma_c)$$

Ainsi si pour une valeur de δ , l'angle d'observation θ est tel que $\theta \geq 2\delta/(4 + \delta^4)$, il est impossible d'exclure un mouvement superluminique au petit angle. Dans le cas inverse où $\theta \leq 2\delta/(4 + \delta^4)$, le caractère superluminique du mouvement dépend de la valeur Γ . Le sens de cette relation est explicité figure 68. Pour $\delta = 50$, l'absence de mouvements superluminiques à l'échelle du TeV nécessite que l'objet soit vu constamment dans le temps sous un angle maximum de 0.045 deg (pour $\Gamma = 25$ et encore moins pour de plus grande valeur de Γ) correspondant à un angle solide de $\delta\Omega = \pi\theta^2 \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ stéradian.

Notons tout de même qu'il existe deux échelles spatiales dans ce problème. La première, relative aux problèmes de l'émission haute énergie que nous considérons ici est l'échelle pourrait-on dire *du TeV* ; elle correspond *grosso-modo* à l'échelle caractéristique de variabilité, à savoir, en parsec,

$$(59.279) \quad R_{\text{TeV}} = R_{\text{var}} = 3.6 \cdot 10^{-5} \delta \left(\frac{t_{\text{var}}}{\text{heure}} \right) \text{ pc}.$$

Par contre, l'échelle accessible aux observations VLBI est de l'ordre de la milli-arcseconde (mas),

$$(59.280) \quad R_{\text{mas}} \approx 14.5 \delta \left(\frac{\varphi}{\text{mas}} \right) \frac{z_s}{h} \text{ pc} \quad , \quad z_s \ll 1.$$

où φ est la *distance angulaire projetée*. Ceci correspond grossièrement à l'échelle du parsec pour les objets qui nous intéressent ($z_s \leq 0.1$).

L'autre explication est celle de la présence de mouvements potentiellement superluminiques à l'échelle du TeV (indétectables avec la résolution des techniques interférométriques actuelles) mais de leur absence aux échelles du parsec, due à la violente décélération du jet entre ces deux échelles. Dans ce cas, on s'attend à la conversion d'une manière ou d'une autre de l'énorme quantité d'énergie cinétique. Par exemple, celle-ci pourrait être dissipée dans des chocs localisés permettant l'accélération des particules relativistes. Celles-ci seraient alors amenées à rayonner, et être en partie responsables des violentes éruptions observées (Georganopoulos & Kazanas 2003). Nous allons examiner cependant d'autres problèmes associés avec l'existence de grands facteurs de Lorentz dans les régions internes du jet.

3. Contraste de luminosité entre les populations parentes

Afin de tester l'hypothèse selon laquelle les Lacertides et les FR-I, ou plus généralement les blazars et les radio-galaxies sont des objets intrinsèquement identiques, il est nécessaire d'effectuer la comparaison de la luminosité observée dans des échantillons de ces objets. Considérons un échantillon d'objets supposés intrinsèquement identiques, de même luminosité propre \mathcal{L}_{jet} et même facteur de Lorentz d'ensemble Γ mais orientés de manière aléatoire vis-à-vis de la ligne de visée d'un observateur. Il en résulte alors une distribution de luminosité de l'échantillon en fonction de l'angle d'observation θ . Plus précisément, la luminosité bolométrique observée s'écrit en fonction de θ s'écrit,

$$(59.281) \quad \mathcal{L}_{\text{obs}}(\theta) = \mathcal{L}_{\text{int}} \delta^4 \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta \cos \theta)}.$$

Il est clair que les objets vus sous de petits angles paraîtront plus lumineux que ceux vus à des angles plus larges. La définition précise de ce qu'on appelle un objet focalisé et un objet non-focalisé n'est pas évidente. On conviendra ici de définir les Lacertides comme les objets vus sous un angle $\theta \leq 1/\Gamma$ et les FR-I comme les objets vus à plus grand angle. Il est clair que le modèle d'unification pose des contraintes directes sur le contraste entre les deux sous-populations, leur statistique relative ainsi que la dispersion de luminosité dans chacune d'entre elles. Si ces contraintes sont satisfaites, elles permettent d'en déduire la valeur du facteur de Lorentz des jets extra-galactiques. Plusieurs difficultés se présentent cependant : premièrement, il est difficile de s'assurer que la distribution n'est pas biaisée, en particulier en favorisant les objets les plus

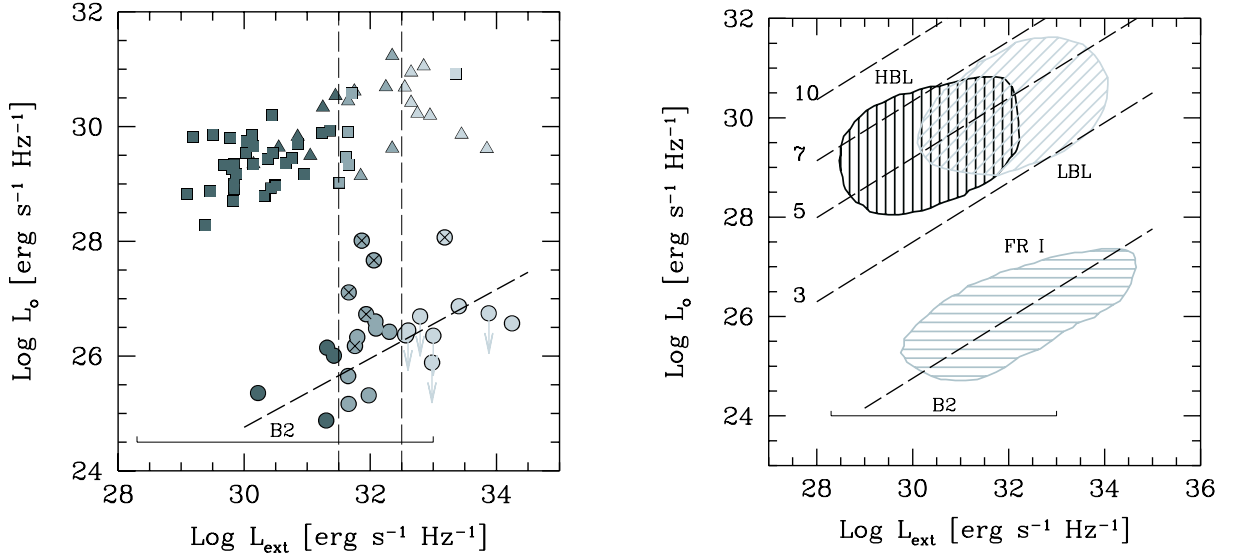
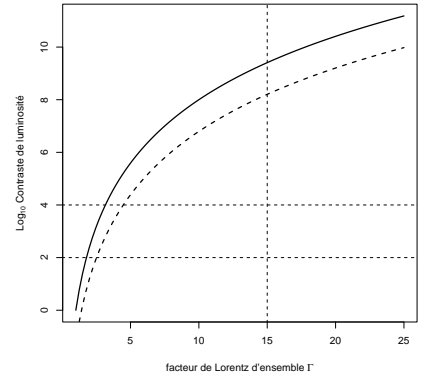


Fig. 69. Luminosité optique du coeur en fonction de la luminosité radio étendue pour les FR-I (cercles) et les Lacertides (carrés: HBL, triangles: LBL) de l'échantillon traité par Chiaberge *et al.* (2000).

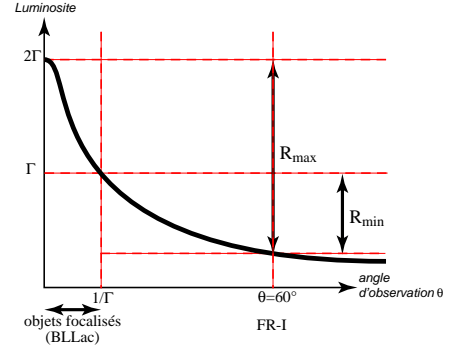
Fig. 70. Contraste de luminosité entre les deux sous-populations parentes pour une composante relativiste caractérisée par un facteur de Lorentz Γ . Les observations semblent compatibles avec de faibles valeurs de $\Gamma \approx 3 - 4$. Pour des valeurs de $\Gamma \approx 15$, le contraste attendu est de $10^{8.2-9.5}$, valeurs en désaccord complet avec les observations.



brillants; deuxièmement il est possible que les objets observés soient intrinsèquement différents, la variation de luminosité n'étant pas seulement due à l'orientation. On pourra réduire cet effet en rapportant la luminosité à un paramètre extérieur indépendant de l'orientation, tel que la luminosité radio étendue comme dans l'étude de Chiaberge *et al.* (2000), qui compare un échantillon de FR-I à un échantillon de Lacertides (voir figure 69).

Il en ressort que le rapport de luminosité entre sous-populations parentes est de l'ordre de $\mathcal{L}_{\text{Lac}}/\mathcal{L}_{\text{FRI}} \approx 10^{3.9}$ et $\mathcal{L}_{\text{Lac}}/\mathcal{L}_{\text{FRI}} \approx 10^{2.5}$ respectivement dans le domaine radio et optique. Dans le même temps, on peut s'apercevoir que la dispersion de luminosité dans une même sous-population est de l'ordre de 10^{2-3} . Dans le paragraphe suivant nous allons constater que dans une approche simplifiée du contraste et de l'émission des objets qui nous intéressent ici les valeurs de contrastes déduites des observations peuvent sembler incompatibles avec des grandes valeurs du facteur de Lorentz d'ensemble $\Gamma \geq 10$.

Fig. 71. Luminosité observée et définition du contraste entre deux populations parentes focalisées et hors-axes.



§ 60. Calcul simplifié du contraste à l'ordre zéro

Le nombre d'objets ayant un facteur Doppler compris en δ et $\delta + d\delta$ est obtenu à partir de la relation

$$(60.282) \quad dn = \frac{dn}{d\mu} \left(\frac{d\delta}{d\mu} \right)^{-1} d\delta$$

soit une *fraction de jets* ayant un facteur Doppler compris dans le même intervalle (en prenant en compte la symétrie des jets),

$$(60.283) \quad f(\delta)d\delta = \frac{d\delta}{\Gamma\beta\delta^2}$$

On en déduit alors, la fraction de sources avec un facteur Doppler plus grand que δ_0

$$(60.284) \quad f(\delta \geq \delta_0) = \int_{\delta_0}^{2\Gamma} d\delta f(\delta) = \frac{1}{\beta\Gamma} \left(\frac{1}{\delta_0} - \frac{1}{2\Gamma} \right)$$

On dira qu'un objet est focalisé si $\delta \geq \Gamma$ (ou $\theta \leq 1/\Gamma$) soit une fraction d'objets focalisés (Lacertides), $f_{\text{Lac}} = 1/2\Gamma^2$ et un rapport objets focalisés/non-focalisés (Lacertides/FR-I)

$$(60.285) \quad r_{\text{Lac}/\text{FRI}} = \frac{f_{\text{Lac}}}{1 - f_{\text{Lac}}} = \frac{1}{2\Gamma^2 - 1}$$

On peut de plus estimer le *contraste de luminosité* $\mathcal{R}^{(1)}$ entre les deux populations d'objets focalisés/non focalisés. Pour les premiers, supposés dans notre cas être la population de Lacertides, on vérifie $2\Gamma \geq \delta_{\text{Lac}} \geq \Gamma$. *A contrario*, on s'attend à ce que les *contreparties hors-axes* aient un facteur Doppler tel que $\delta \approx 2/\Gamma$ (correspondant à une angle $\theta = 60^\circ$). On définit alors le contraste de luminosité comme le rapport entre la luminosité bolométrique observée d'une Lacertide et d'une radio-galaxie de type FR-I ayant même luminosité intrinsèque \mathcal{L}_{int} ,

$$(60.286) \quad \mathcal{R}^{(1)} = \frac{\mathcal{L}_{\text{Lac}}}{\mathcal{L}_{\text{FRI}}} = \left(\frac{\delta_{\text{Lac}}}{\delta_{\text{FRI}}} \right)^4$$

Moyennant l'inégalité sur δ_{Lac} , on obtient la contrainte sur le contraste,

$$(60.287) \quad \frac{\Gamma^8}{16} \leq \mathcal{R}^{(1)} \leq \Gamma^8$$

Le sens de cette inégalité est schématisé sur la figure 71. La limite supérieure correspond aux objets parfaitement alignés avec la ligne de visée ; dans ce cas $\delta_{\text{Lac}} = 2\Gamma$. Quant à la limite inférieure, elle correspond à des angles d'observation coïncidant avec le bord du cône de focalisation de demi-angle $1/\Gamma$, soit un $\delta_{\text{Lac}} = \Gamma$. Du point de vue de la statistique, pour une source focalisée, on s'attend donc à observer $2\Gamma^2$ contreparties non-focalisées ou hors-axes avec une luminosité $\Gamma^8/16$ à Γ^8 fois inférieure.

Dans le cas où $\Gamma = 15$ pour une Lacertide observée on devrait pouvoir s'attendre à observer 450 radio-galaxies FR-I et pour le $\Gamma = 25$ plus de 1250. Ces estimations sont en contradiction avec les observations. À titre de comparaison, la densité locale du nombre de radio-galaxies est estimée à environ 200 Gpc^{-3} , tandis que celle des Lacertides à environ 50 Gpc^{-3} . En prenant en compte cette dernière valeur, des facteurs Doppler de 25 imposeraient un nombre de contreparties hors-axes de plus de 60 000 objets.

Du point de vue du contraste de luminosité, les observations tendent à privilégier les faibles valeurs de Γ , de l'ordre de 3 – 4, mais certainement pas des valeurs supérieures à 10. Comme le montre la figure 70, $\Gamma = 15$ implique des contrastes de $10^{8.2-9.5}$, surestimant très largement les observations (Chiaberge *et al.* 2000).

§ 61. Discussion

À la lumière de ces résultats, plusieurs hypothèses peuvent être avancées. Premièrement, les Lacertides seraient une population d'objets *sur-lumineuses* vis-à-vis des FR-I, faisant alors de celles-ci des objets intrinsèquement différents des radio-galaxies. Dans ce cas le schéma d'unification tombe. Deuxièmement, le modèle de contraste de luminosité tel que nous l'avons présenté ici serait faux ou au mieux incomplet. Les estimations précédentes ne tiennent pas compte de la distribution intrinsèque de luminosité ou de vitesse d'ensemble des objets, tout comme du biais de sélection observationnelle dû à la sensibilité des détecteurs. Mais ces points ne semblent pas pouvoir expliquer si facilement de telles différences numériques (plusieurs ordres de grandeur). Nous verrons dans les prochains paragraphes qu'un autre modèle de contraste dans le cadre du modèle d'unification peut permettre de réconcilier les observations avec de grandes valeurs du facteur Doppler du point de vue du contraste mais pas du point de vue de la statistique. Finalement, si aucune explication ne rend compte de l'ensemble des contraintes, il faut bien en conclure que d'aussi grandes valeurs du facteur Doppler ne sont pas réelles, ce qui revient à abandonner les modèles une-zone homogène. Sans d'ores-et-déjà tuer le suspense, nous verrons dans le chapitre suivant que c'est cette explication qui semble la plus vraisemblable.

4. Le modèle multi-composantes

Dans cette partie nous allons voir qu'il est possible de raffiner le modèle de contraste afin de le rendre compatible avec les valeurs déduites des observations.

§ 62. Présentation et calcul du contraste

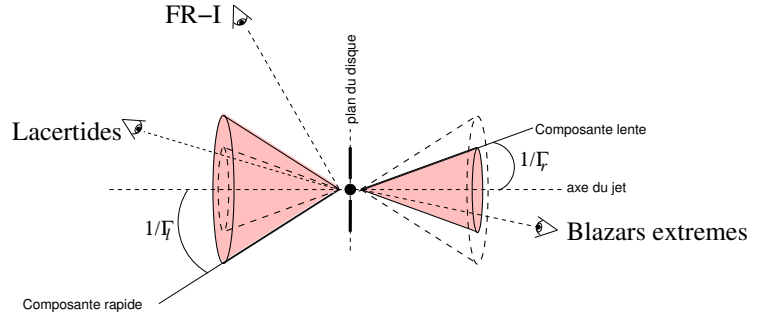
§ 62.1. Introduction

Afin de résoudre en partie ce problème du contraste, certains auteurs ont introduit comme solution possible, la prise en compte d'une structure à double jets⁹. Tout comme le modèle du "two-flow" introduit par Pelletier en 1985 et développé par Sol *et al.* (1989), ce type de modèle considère la présence d'une composante rapide de plasma (appelée parfois "spine" pour *épine* ou *aiguille*) à l'intérieur d'une structure plus lente, chacune caractérisée respectivement par un facteur de Lorentz d'ensemble Γ_r et Γ_ℓ . Mais à la différence du "two-flow", il suppose que les deux composantes sont relativistes ($\Gamma_\ell \approx 3 - 7$ et $\Gamma_r \geq 10$). Dans ce cas, nous savons que l'émission de chacune des composantes est focalisée dans la direction du mouvement d'ensemble dans un cône sous-tendu par un angle solide $\delta_i \approx \pi/\Gamma_i^2$. Ainsi, un même objet, caractérisé par une

⁹Modèle généralement désigné dans la littérature astrophysique sous les termes "Velocity-structure model" ou "Spine-and-Layer model".

même luminosité intrinsèque et par la donnée du couple (Γ_ℓ, Γ_r) , différera de nature selon son angle d'orientation θ vis-à-vis de la ligne de visée de l'observateur (voir figure 72). Si $\theta \leq 1/\Gamma_\ell$, l'émission du jet est amplifiée (l'une des composantes — rapide ou lente — domine l'émission), l'objet sera vu comme une Lacertide. Si maintenant l'objet est vu sous l'angle $\theta \leq 1/\Gamma_r$, l'émission de l'épave domine largement et l'objet aura les propriétés d'un blazar extrême (Les blazars extrêmes tels que nous les définissons ici sont une sous-catégorie de Lacertides). Dans les autres cas ($\theta \geq 1/\Gamma_\ell$) l'objet sera une radio-galaxie de type FR-I.

Fig. 72. Schéma d'unification FR-I/Lacertides et blazars extrêmes dans le contexte du modèle à deux composantes



Nous avons vu précédemment, que la dépendance du contraste en fonction du facteur Doppler dans un modèle simple à une composante est très importante (60.287). Ceci vient du fait que pour un grand facteur de Lorentz la valeur du facteur Doppler en fonction de l'angle est d'autant plus grande à θ petit ($\delta = 2\Gamma$) qu'elle décroît rapidement et profondément (la valeur asymptotique pour $\theta = \pi/2$ vaut $\delta \approx 1/\Gamma$). L'introduction d'une composante plus lente voire *statique* (isotrope) permettra de dominer l'émission au grand angle (vis-à-vis de l'angle de focalisation de la composante rapide) de relever le niveau d'émission global des sources non focalisées, en diminuant ainsi le contraste des deux populations (voir figure 73).

À l'instar des travaux de Urry & Padovani (Padovani & Urry 1992; Urry & Padovani 1995) on peut supposer que la luminosité d'un objet correspond à la superposition d'une composante isotrope \mathcal{L}_{iso} et d'une composante de jet \mathcal{L}_{jet} focalisée. En tenant compte de l'amplification Doppler, la luminosité bolométrique observée peut s'écrire,

$$(62.288) \quad \mathcal{L}_{\text{obs}}/\mathcal{L}_{\text{int}} = (1 - f) + \frac{f}{4} \left[\underbrace{(\delta_{\ell+}^4 + \delta_{r+}^4)}_{\text{jet}} + \underbrace{(\delta_{\ell-}^4 + \delta_{r-}^4)}_{\text{contre-jet}} \right]$$

où les indices (ℓ, r) sont relatifs aux composantes respectivement lentes et rapides et $(+, -)$ au *jet* (composante progressive décalée vers le bleu) et au *contre-jet* (composante récessive décalée vers le rouge). Par la suite, nous négligerons la contribution de cette dernière. Dans l'expression précédente, \mathcal{L}_{int} représente la luminosité intrinsèque de l'objet ; pour un objet statique ($\delta_i^4 = 1$) on a bien évidemment $\mathcal{L}_{\text{obs}} = \mathcal{L}_{\text{int}}$. Le paramètre f permet de quantifier la part de puissance intrinsèque mise dans la composante focalisée vis-à-vis de la composante isotrope. L'équation (62.288) suppose implicitement une équipartition entre chacune des composantes rapides et lentes du jet et du contre-jet. Un exemple de construction schématique de la luminosité observée telle qu'elle est décrite par la relation précédente est donné figure 73.

Entre autre, on vérifiera que le cas d'une seule composante relativiste associée à une composante isotrope en supposant l'équipartition entre chacune d'entre elles ($\Gamma_\ell = \Gamma_r = \Gamma$ et $f = 1/2$) est équivalent au cas $f = 1$, $\Gamma_\ell = 1$ et $\Gamma_r = \Gamma$.

§ 62.2. Calcul du contraste entre la population de Lacertides et de FR-I

La notion de contraste de luminosité entre chacune des populations (Lacertides et radio-galaxies FR-I) dépend comme nous l'avons vu précédemment de la définition de ce que l'on appelle une

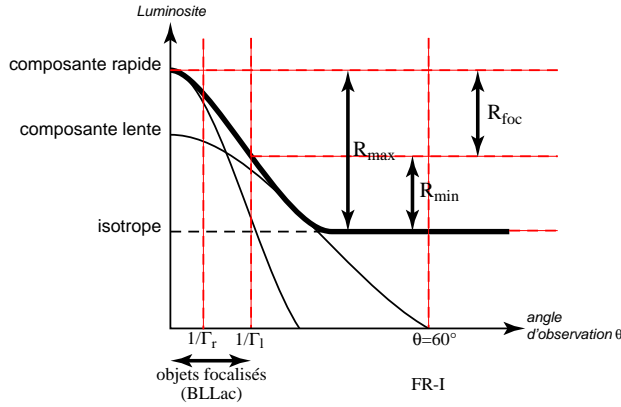


Fig. 73. Description schématique de la construction de la luminosité dans le contexte du modèle à multi-composantes, et définition des différents contrastes entre population ou à l'intérieur d'un même échantillon. Cette figure est bien entendue à rapprocher de la figure (71) précédente.

Lacertide ou un objet focalisé en général. Dans le cadre de notre modèle multi-composantes, les relations (60.286) et (60.287) peuvent être facilement généralisées,

$$(62.289) \quad \mathcal{R}_{\min} \leq \mathcal{R}^{(2)} \leq \mathcal{R}_{\max}$$

avec

$$(62.290) \quad \mathcal{R}_{\min} = \frac{(1-f) + \frac{f}{4} \left[\Gamma_{\ell}^4 + \left(\frac{2\Gamma_r}{1 + \Gamma_r^2/\Gamma_{\ell}^2} \right)^4 \right]}{(1-f) + 4f \left(\frac{1}{\Gamma_{\ell}^4} + \frac{1}{\Gamma_r^4} \right)} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_{\max} = \frac{(1-f) + 4f(\Gamma_{\ell}^4 + \Gamma_r^4)}{(1-f) + 4f \left(\frac{1}{\Gamma_{\ell}^4} + \frac{1}{\Gamma_r^4} \right)}$$

Les expressions précédentes se simplifient drastiquement dans le cas où $\Gamma_r \gg \Gamma_{\ell}$,

$$(62.291) \quad \mathcal{R}_{\min} \approx \frac{(1-f) + \frac{f\Gamma_{\ell}^4}{4}}{(1-f) + \frac{4f}{\Gamma_{\ell}^4}} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_{\max} \approx \frac{(1-f) + 4f\Gamma_r^4}{(1-f) + \frac{4f}{\Gamma_{\ell}^4}}$$

Si l'on néglige la composante isotrope ($f = 1$), l'expression précédente devient $\Gamma_{\ell}^8/16 \leq \mathcal{R}^{(3)} \leq (\Gamma_{\ell}\Gamma_r)^4$. Dans les autres cas ($f \neq 1$), la luminosité de la composante isotrope domine les autres composantes dès que

$$(62.292) \quad \theta \geq \theta_c \quad \text{ou} \quad \mu \leq \mu_c = \frac{1}{\beta_{\ell}\Gamma_{\ell}} \left[\Gamma_{\ell} - \left(\frac{4(1-f)}{f} \right)^{-1/4} \right]$$

Ainsi, l'introduction de la composante isotrope dans le modèle, ne joue véritablement un rôle dans le calcul du contraste de luminosité que lorsque $\mu_c \gg 1/2$

§ 62.3. Calcul du contraste au sein de la population de Lacertides

Autre observable qui peut être déduite des expressions précédentes et dans le cadre de ce modèle est le *contraste maximal de luminosité* $\mathcal{R}_{\text{foc.}}$ à l'intérieur d'une même population de Lacertides. Celui-ci vaut $\mathcal{R}_{\text{foc.}} = \mathcal{R}_{\max}/\mathcal{R}_{\min}$, soit

$$(62.293) \quad \mathcal{R}_{\text{foc.}} = \frac{(1-f) + 4f(\Gamma_{\ell}^4 + \Gamma_r^4)}{(1-f) + \frac{f}{4} \left[\Gamma_{\ell}^4 + \left(\frac{2\Gamma_r}{1 + \Gamma_r^2/\Gamma_{\ell}^2} \right)^4 \right]} \approx \frac{(1-f) + 4f\Gamma_r^4}{(1-f) + \frac{f\Gamma_{\ell}^4}{4}}$$

Comme le montre la figure 73, la valeur $\mathcal{R}_{\text{foc.}}$ est essentiellement contrôlée par le différentiel entre les valeurs des facteurs de Lorentz de la composante rapide et lente. Une faible dispersion dans la luminosité bolométrique d'un échantillon de Lacertides implique un faible différentiel. L'introduction d'une composante purement isotrope (statique) va jouer essentiellement sur le

Fig. 74. Dispersion ou contraste de luminosité dans un échantillon de Lacertides en fonction du facteur de Lorentz de la composante rapide pour différentes valeurs de celui de la composante lente. Pour chacune d'elle l'aire grisée correspond à la variation continue de $f = 1$ à $f = 0.02$.

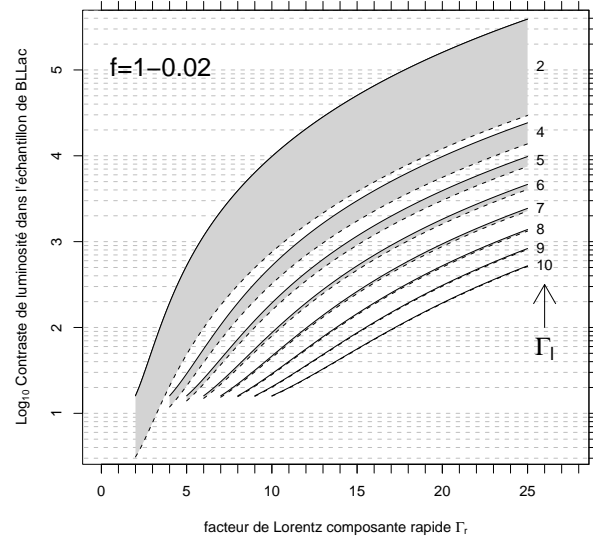
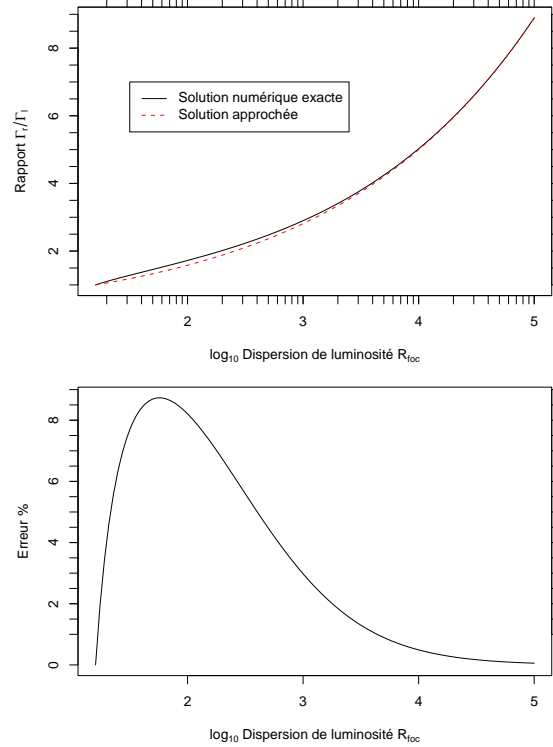


Fig. 75. Rapport Γ_r/Γ_ℓ en fonction de la dispersion de luminosité \mathcal{R}_{foc} dans l'échantillon de Lacertides (*panneau inférieur*). La courbe en trait plein est obtenue numériquement alors que la courbe tiretée est le résultat de l'approximation (62.294). Dans ce cas, l'erreur commise en considérant cette dernière relation est donnée en pourcents au *panneau inférieur*.



contraste de luminosité entre les deux populations parentes (Lacertides et FR-I). J'ai représenté figure 74 cette dernière quantité en fonction à la fois de Γ_r et Γ_ℓ . À l'observation des différentes courbes, on s'aperçoit que \mathcal{R}_{foc} est peu dépendant de f dès lors que $\Gamma_r \geq 5$ et que $\mathcal{R}_{\text{foc}} < 10^3$. On peut dans ce cas obtenir la valeur du rapport des facteurs de Lorentz de chacune de composantes en fonction de \mathcal{R}_{foc} , uniquement. En particulier pour $f = 1$ on peut réécrire la relation précédente comme,

$$\mathcal{R}_{\text{foc}} = 16 \frac{1 + \frac{1}{x^4}}{1 + \left(\frac{2x}{1 + x^2} \right)^4} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\Gamma_\ell}{\Gamma_r}$$

On peut alors chercher en fonction de \mathcal{R}_{foc} les racines de x correspondantes. Ceci peut être fait numériquement et l'on obtient la courbe donnée figure 75. Dans le cas où $x \ll 1$, on obtient la relation très simple,

$$(62.294) \quad \mathcal{R}_{\text{foc}} \approx \left(\frac{2\Gamma_r}{\Gamma_\ell} \right)^4 \implies \Gamma_r \approx \Gamma_\ell \frac{\mathcal{R}_{\text{foc}}^{1/4}}{2}$$

Cette relation est aussi représentée sur la figure 75, où l'on a reporté de plus sur le panneau inférieur l'erreur commise en prenant cette dernière approximation. Cette dernière ne dépasse pas 8.75 % pour $\mathcal{R}_{\text{foc}} \approx 10^{1.75}$. Par exemple pour $\mathcal{R}_{\text{foc}} = 10^3$, il vient que $\Gamma_r/\Gamma_\ell \approx 2.8 \pm 0.1$.

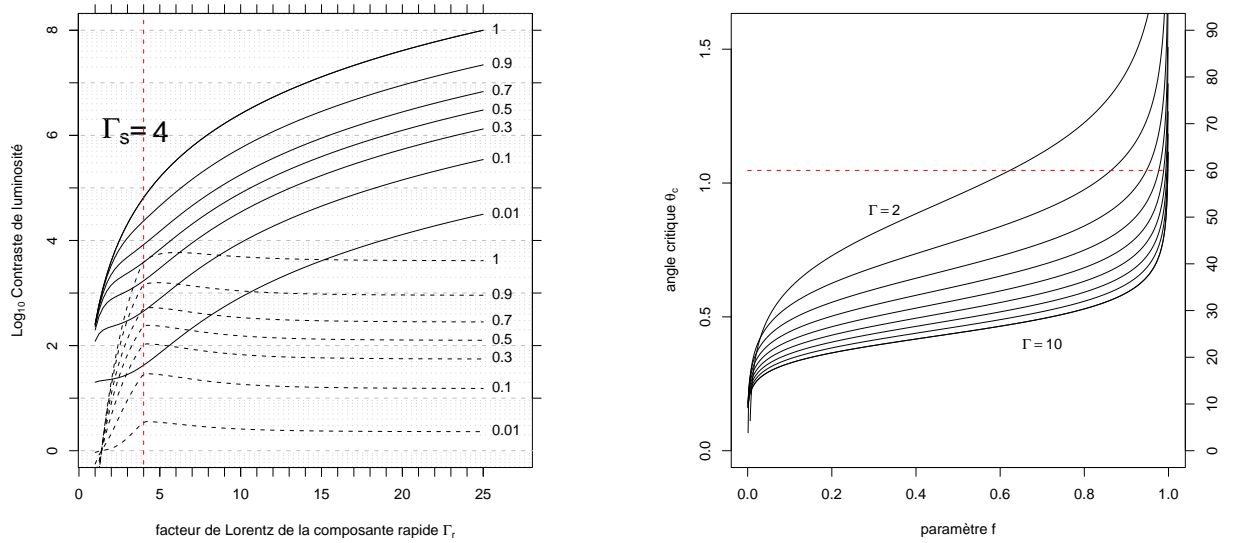


Fig. 76. Modèle à deux composantes de vitesse plus une composante isotrope. *Panneau de gauche*, contraste de luminosité (maximal \mathcal{R}_{max} en trait plein, minimal \mathcal{R}_{min} en tireté) entre deux populations parentes en fonction de la valeur du facteur de Lorentz de la composante rapide Γ_r et pour $\Gamma_\ell = 4$. À chaque courbe correspond une valeur différente du paramètre f . *Panneau de droite*, exemple de valeur de l'angle critique θ_c en fonction du paramètre f et pour différentes valeurs du facteur de Lorentz de la composante lente Γ_ℓ .

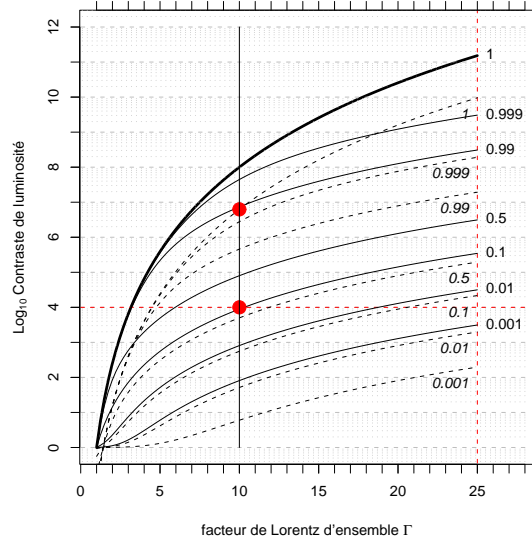
§ 63. Application

Dans cette partie, nous allons appliquer ce modèle multi-composante afin de voir dans quelles mesures des valeurs élevées du facteur de Lorentz peuvent être compatibles avec les observations, dans deux cas différents, le premier en considérant une composante relativiste unique plus une composante isotrope, et ensuite, deux composantes relativistes (l'une lente et l'autre rapide) plus toujours une composante isotrope. Pour se faire, nous allons considérer les échantillons étudiés dans le travail de Chiaberge *et al.* (2000) (voir figure 69). Nous allons prendre tout au long de cette section une valeur typique du contraste maximal de $\mathcal{R}_{\text{max}} \approx 10^{5.5}$ contre $\mathcal{R}_{\text{min}} \approx 10^{2.5}$ pour celle du contraste minimal. Ces valeurs sont déduites de la figure 69 à $\mathcal{L}_{\text{ext}} = \text{cste}$.

§ 63.1. Une composante relativiste unique plus une composante isotrope

Le contraste de luminosité observé entre les deux populations tel que nous l'avons estimé dans les paragraphes précédents (relation 60.287) s'écrit alors dans ce cas d'une seule composante

Fig. 77. Modèles de contraste de luminosité entre une population de Lacertides avec $2\Gamma \geq \delta \geq \Gamma$ et la population parente non-focalisée (ou hors-axe) avec $\delta = 2/\Gamma$, en fonction du facteur de Lorentz d'ensemble Γ . Chacune des courbes en trait plein (resp. tireté) représente la borne inférieure (resp. supérieure) de la relation (63.295) pour différentes valeurs du paramètre f (voir texte).



relativiste plus une composante statique isotrope,

$$(63.295) \quad \frac{(1-f) + \frac{f\Gamma^4}{2}}{(1-f) + \frac{8f}{\Gamma^4}} \leq \mathcal{R}^{(3)} \leq \frac{(1-f) + 8f\Gamma^4}{(1-f) + \frac{8f}{\Gamma^4}}$$

où l'on retrouve bien (60.287) dans le cas $f = 1$. On a représenté sur la figure 77 les résultats de l'équation (62.289) précédente pour différentes valeur de f . Si par exemple $f = 0.1$ pour $\Gamma \approx 10$ on obtient une valeur du contraste de luminosité entre chacune des populations de l'ordre 10^4 largement inférieure à celle que l'on obtiendrait pour $f = 1$, à savoir 10^8 . Très clairement, l'introduction d'une composante isotrope dominant l'émission aux grands angles (relativement à l'angle de focalisation typique $1/\Gamma$) permet de réduire la valeur du contraste de luminosité entre les deux populations parentes de Lacertides et de FR-I. Maintenant du point de vue de la dispersion de luminosité dans l'échantillon de Lacertides, ce modèle ne correspond pas aux observations. En effet, on montre que cette dernière quantité peut s'écrire

$$\mathcal{R}_{\text{foc.}} = \frac{(1-f) + \frac{f\Gamma^4}{2}}{(1-f) + 8f\Gamma^4} \leq 16$$

Ainsi la dispersion maximale possible que l'on peut obtenir vaut 16, valeur largement inférieure à celle observée rappelons-le. Ainsi, le modèle d'une seule composante relativiste surimposée à une composante statique isotrope n'est pas valable dans sa forme la plus simple, à moins de supposer une distribution intrinsèque de luminosité dans l'échantillon. Comme nous le verrons cependant dans la suite, il se heurte à de sérieux problèmes sur la statistique des objets. Étudions maintenant le cas général de la superposition de deux composantes relativistes à une composante statique.

§ 63.2. Deux composantes relativistes plus une composante isotrope

Quelques résultats numériques de cette approche sont montrés figure 76. Le panneau de droite montre différentes courbes de contrastes en fonction du facteur de Lorentz de la composante rapide Γ_r pour différentes valeurs du paramètre f et pour $\Gamma_\ell = 4$. La courbe $f = 1$ représente un modèle à deux composantes relativistes sans composante isotrope.

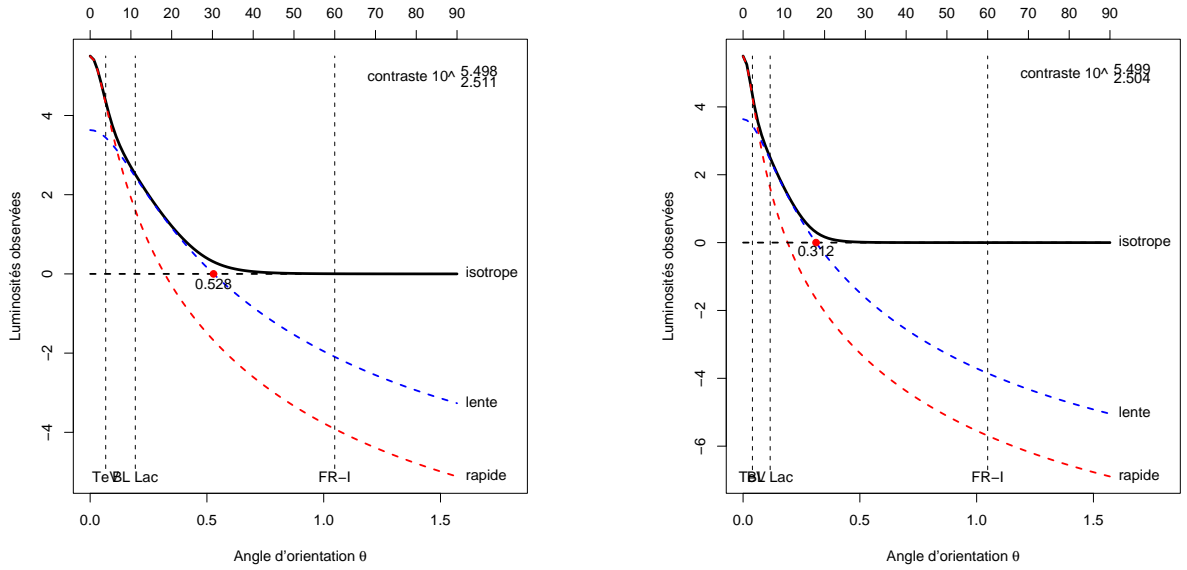
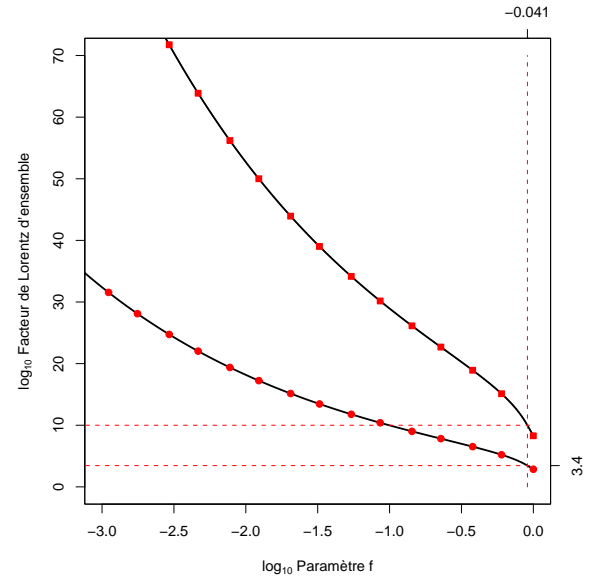


Fig. 78. Exemple de variation de la luminosité bolométrique en fonction de l'angle d'inclinaison θ de l'objet par rapport à la ligne de visée. *Panneau de gauche*, exemple d'un modèle à deux composantes plus une composante isotrope pour $f = 60.8\%$, $\Gamma_r = 15$ et $\Gamma_\ell = 5.17$. *Panneau de droite*, idem pour $f = 16.6\%$, $\Gamma_r = 25$ et $\Gamma_\ell = 8.62$. Dans chacun des cas, les variations des composantes individuelles sont en tiretés, la courbe en trait plein correspondant à la superposition globale.

À partir des relations (62.289), (62.290) et (62.291), on peut s'attacher à contraindre les valeurs de Γ_ℓ et Γ_r en fonction de f à partir des valeurs de \mathcal{R}_{\min} et \mathcal{R}_{\max} déduites des observations. En toute rigueur, les relations (62.290) définissent un système de deux équations couplées à trois inconnues Γ_ℓ , Γ_r et f que l'on peut résoudre numériquement et permettant ainsi d'obtenir deux courbes $\Gamma_\ell(f)$ et $\Gamma_r(f)$. J'ai mené ce calcul pour les valeurs de $\mathcal{R}_{\min} = 10^{2.5}$ et $\mathcal{R}_{\max} = 10^{5.5}$

Fig. 79. Valeurs des facteurs de Lorentz des composantes rapides et lentes en fonction du paramètre f et ce pour des valeurs du contraste maximal $\mathcal{R}_{\min} = 10^{5.5}$ et minimal $\mathcal{R}_{\min} = 10^{2.5}$. Le cas $f = 1$ correspond à celui de l'absence complète d'une composante isotrope. Dans ce cas on obtient $\Gamma_\ell = 2.86$ et $\Gamma_r = 8.28$. Les valeurs plus importantes de $\Gamma_r = 8.28$ tel qu'il est nécessaire d'obtenir si l'on souhaite reproduire les valeurs de facteur Doppler déduites des modèles d'émission, nécessitent des valeurs de f inférieures à 25 % correspondant au cas $\Gamma_r \approx 12.5$ ($\delta \leq 25$) voire inférieures à 15 % pour $\Gamma_r \approx 25$ ($\delta \leq 50$).



adoptées précédemment et $f \in [10^{-3}, 1]$. Le résultats sont rapportés figures 79. Il résulte une valeur minimale aussi bien de la composante lente que rapide valant respectivement 2.86 et 8.28. Ces valeurs minimales correspondent au cas $f = 1$, c'est-à-dire l'absence complète

d'une composante purement statique et isotrope. Mais cette dernière s'avère indispensable pour expliquer des valeurs du facteur de Lorentz rapide supérieures à 10. Plus précisément, ce cas nécessite de placer au moins 9 % à 10 % de la puissance intrinsèque totale dans la composante statique et une valeur pour $\Gamma_\ell \approx 3.45$. Pour $\Gamma_r = 15$ c'est au moins 39 % et près de 84 % pour $\Gamma_r = 25$. De toutes les manières, l'approche consistant à considérer deux composantes relativistes superposées à une troisième composante statique et isotrope de rayonnement permet de reproduire les contrastes de luminosité entre les diverses populations d'objets tout comme la dispersion intrinsèque, moyennant une distribution *ad hoc* de la puissance totale bolométrique intrinsèque entre les composantes.

Comme je l'ai déjà indiqué précédemment, le rapport des valeurs des facteurs de Lorentz de composante rapide sur lente ne dépend pas de f en première approximation. Dans le cas précis étudié ici, pour $f \in [10^{-3}, 1]$ on obtient $\Gamma_r/\Gamma_\ell \approx 2.9 \pm 0.0001$. Cette valeur est bien évidemment très proche de celle obtenue à partir de la relation 62.294.

Enfin, à titre d'illustration, j'ai représenté figure 78 deux exemples de décomposition de la luminosité en fonction de l'angle d'orientation vis-à-vis de la ligne de visée.

Dans cette section, nous avons vu qu'il était possible d'expliquer les valeurs des contrastes de luminosité entre les populations d'objets focalisés et hors-axes par un modèle à plusieurs composantes en considérant au moins deux composantes nécessairement toutes les deux relativistes ($\Gamma_\ell \geq 2.9$). Pour des valeurs de la composante rapide plus grandes que 10 tel qu'elles sont déduites de l'ajustement de modèles d'émission, l'introduction d'une composante statique devient alors indispensable. Maintenant, examinons l'incidence de ce type du modèle multi-composante du point de vue de la statistique.

5. Et la statistique dans tout ça ?

Nous venons de voir qu'on peut ajuster les paramètres d'un modèle multi-composantes pour reproduire les contrastes de luminosité observés. Il reste cependant à déterminer si ces modèles sont simultanément compatibles avec la statistique du nombre d'objets détectables, en particulier, le nombre d'émetteurs au TeV (objets dont l'émission est dominée par la composante rapide) dans un échantillon de Lacertides.

§ 64. Probabilité de détection

Supposons une population Σ d'objets intrinsèquement identiques (même luminosité intrinsèque et même structure de vitesse) et de densité n_0 , mais orientés de manière aléatoire dans le ciel (distribution isotrope). Dans ce cas, la densité de sources orientées avec un angle $\theta = \cos^{-1} \mu$ par rapport à la ligne de visée d'un observateur est $dn/d\mu = n_0/2$. Les Lacertides seront définis comme étant les objets vus dans le cône sous-tendu par l'angle solide $\delta\Omega_\ell = \pi/\Gamma_\ell^2$ et les blazars extrêmes la sous-catégorie de Lacertides vue quant à elles sous $\delta\Omega_r = \pi/\Gamma_r^2$. Alors, la probabilité de détecter un Lacertide dans la population Σ s'écrit,

$$(64.296) \quad \mathcal{P}_{\text{Lac}} = \mathcal{P}(\mu \leq \mu_0) = \frac{1}{n_0} \int_1^{\mu_0} d\mu \frac{dn}{d\mu} = \frac{1}{4\Gamma_\ell^2}$$

où $\mu_0 \approx 1 - 1/2\Gamma_\ell$. On déduit de la même manière la probabilité de détection d'un émetteur au TeV. Ainsi, la probabilité qu'un Lacertide $\sigma \in \Sigma$ soit aussi un objet extrême est donnée par la

Tab. 11. Probabilité de détection d'émetteurs au TeV dans un échantillon de Lacertides extraits du catalogue de Padovani & Giommi (1995).

z_s	≤ 0.034	≤ 0.05	≤ 0.13
Lacertides	2	7	29
Émetteur au TeV (Blazars extrêmes)	2	4	7
$\Gamma_t = 25, \Gamma_\ell = 4$	$6.5 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$6.35 \cdot 10^{-6}$
$\Gamma_t = 15, \Gamma_\ell = 4$	$5 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$
$\mathcal{R}_{\text{foc}} (\Gamma_r/\Gamma_\ell = 2.9)$	$1.41 \cdot 10^{-2}$	$4.78 \cdot 10^{-3}$	$3.23 \cdot 10^{-2}$

probabilité conditionnelle^{♠♠} ,

$$(64.297) \quad \mathcal{P}_{\text{TeV/Lac}} = \mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} | \sigma \in \text{Lac}) = \frac{\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} \cap \sigma \in \text{Lac})}{\mathcal{P}(\sigma \in \text{Lac})} = \left(\frac{\Gamma_\ell}{\Gamma_r} \right)^2.$$

La probabilité de détecter n objets extrêmes parmi une population de N Lacertides est alors donnée par la *loi binomiale*,

$$(64.298) \quad \mathcal{P}(n/N) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \mathcal{P}_{\text{TeV/Lac}}^n (1 - \mathcal{P}_{\text{TeV/Lac}})^{N-n}$$

Pour n et N donnés, cette probabilité admet un maximum en $\mathcal{P} = n/N$ soit en terme de facteur de Lorentz critique de la composante rapide,

$$(64.299) \quad \Gamma_r^{(c)} = \Gamma_\ell \left(\frac{N}{n} \right)^{1/2}.$$

§ 65. Application

Comme application, nous allons tester la relation (64.298) sur le catalogue de Padovani & Giommi (1995). Pour un décalage vers le rouge z_s inférieur à 0.13, ce dernier recense 29 Lacertides avec un décalage vers le rouge connu, dont 5 ont été confirmés comme objets extrêmes (Mrk 421, Mrk 501, 1ES 1959+650, PKS 2155-304, 1ES 1426+428) et 1 fortement suspecté, détecté une fois sans confirmation depuis (1ES 2344+514).

Nous avons vu précédemment, que pour un échantillon d'objets, en contraignant à la fois le contraste maximal et minimal de luminosité entre la population de Lacertides et de FR-I, on peut obtenir le rapport des valeurs du facteur de Lorentz de la composante lente et rapide et ce, de manière pratiquement indépendante de la valeur du paramètre f (voir équation par exemple 62.294). Plus exactement, c'est la quantité \mathcal{R}_{foc} qui contrôle ce rapport. C'est aussi justement ce même rapport qui définit la probabilité $\mathcal{P}_{\text{TeV/Lac}}$ (équation 64.297) et *a fortiori* la probabilité $\mathcal{P}(n/N)$ de détection de n émetteurs au TeV parmi une sous-population de N Lacertides (équation 64.298).

Cette dernière ne dépend alors plus que de \mathcal{R}_{foc} , tel que je l'ai représenté figure 81. Pour se faire, j'ai utilisé les valeurs de Γ_r/Γ_ℓ en fonction de \mathcal{R}_{foc} représentées figure 75 et obtenues

♠♠

$$\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} | \sigma \in \text{Lac}) = \frac{\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} \cap \sigma \in \text{Lac})}{\mathcal{P}(\sigma \in \text{Lac})}$$

or comme $\text{TeV} \subset \text{Lac}$, on a alors $\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} \cap \sigma \in \text{Lac}) = \mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV})$
soit finalement

$$\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV} | \sigma \in \text{Lac}) = \frac{\mathcal{P}(\sigma \in \text{TeV})}{\mathcal{P}(\sigma \in \text{Lac})} = \left(\frac{\Gamma_\ell}{\Gamma_r} \right)^2.$$

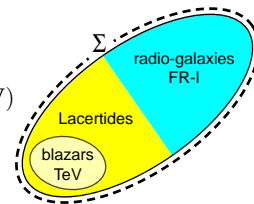
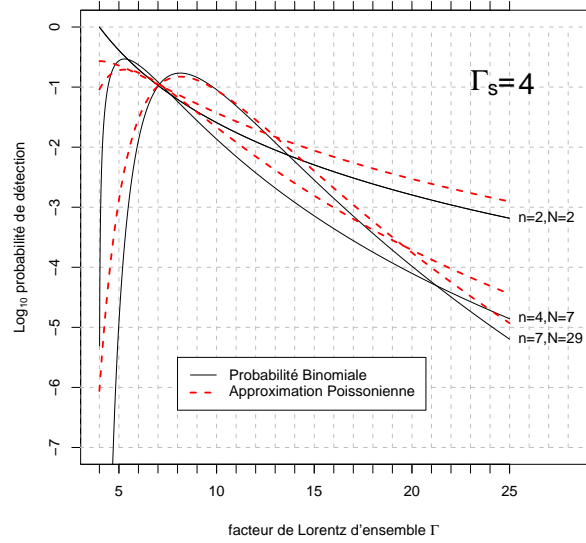


Fig. 80. Probabilité de détection de n blazars du TeV parmi un échantillon de N Lacertides en fonction du facteur de Lorentz d'ensemble de la composante rapide pour $\Gamma_\ell = 4$. Chaque courbe correspond à une sélection différente en décalage vers le rouge de l'échantillon.



soit numériquement, soit à l'aide de la relation approchée 62.294. Dans ce dernier cas, on peut déduire une approximation de $\mathcal{P}(n/N)$ comme valant,

$$(65.300) \quad \mathcal{P}(n/N) \approx \frac{N!}{n!(N-n)!} 4^n \mathcal{R}_{\text{foc}}^{-n/2} (1 - 4\mathcal{R}_{\text{foc}}^{-1/2})^{N-n}$$

Celle-ci est aussi présentée figure 81. À noter de plus que pour élaborer cette figure j'ai considéré trois sous échantillons distincts de Lacertides sélectionnés en décalage vers le rouge z_s , respectivement $z_s \leq 0.034$, $z_s \leq 0.05$ et $z_s \leq 0.13$.

Pour la valeur de \mathcal{R}_{foc} utilisée dans la partie précédente, on obtient des probabilités de détection,

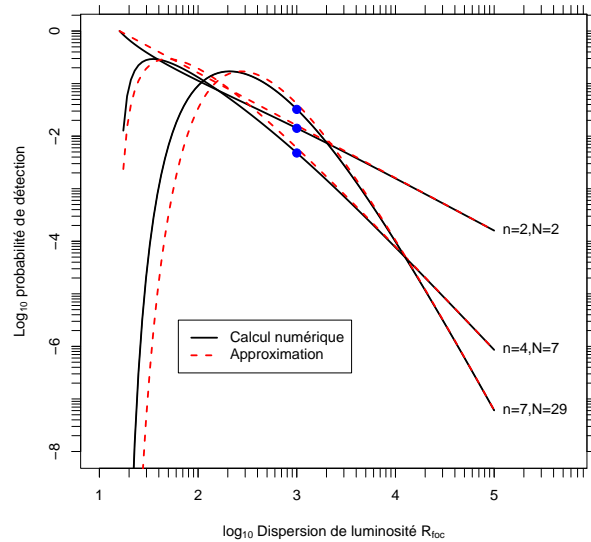


Fig. 81. Probabilité de détection de n émetteurs au TeV dans un échantillon de N Lacertides en fonction de \mathcal{R}_{foc} . Chaque jeu de courbes correspond à une sélection différente en décalage vers le rouge de l'échantillon. Voir le texte pour plus de détails.

au maximum de 3 % pour le cas de 7 émetteurs au TeV parmi 29 Lacertides. Cette dernière probabilité est maximale et vaut un peu plus de 17 % pour $\mathcal{R}_{\text{foc}} = 210 \pm 40$ correspondant à $\Gamma_r/\Gamma_\ell \approx 1.9 \pm 0.1$. D'autres valeurs de cette probabilité sont reportées dans le tableau 11

Pour conclure cette section, essayons de synthétiser l'ensemble des arguments statistiques et théoriques à notre disposition afin de contraindre au mieux l'espace des paramètres (Γ_ℓ, Γ_r) .

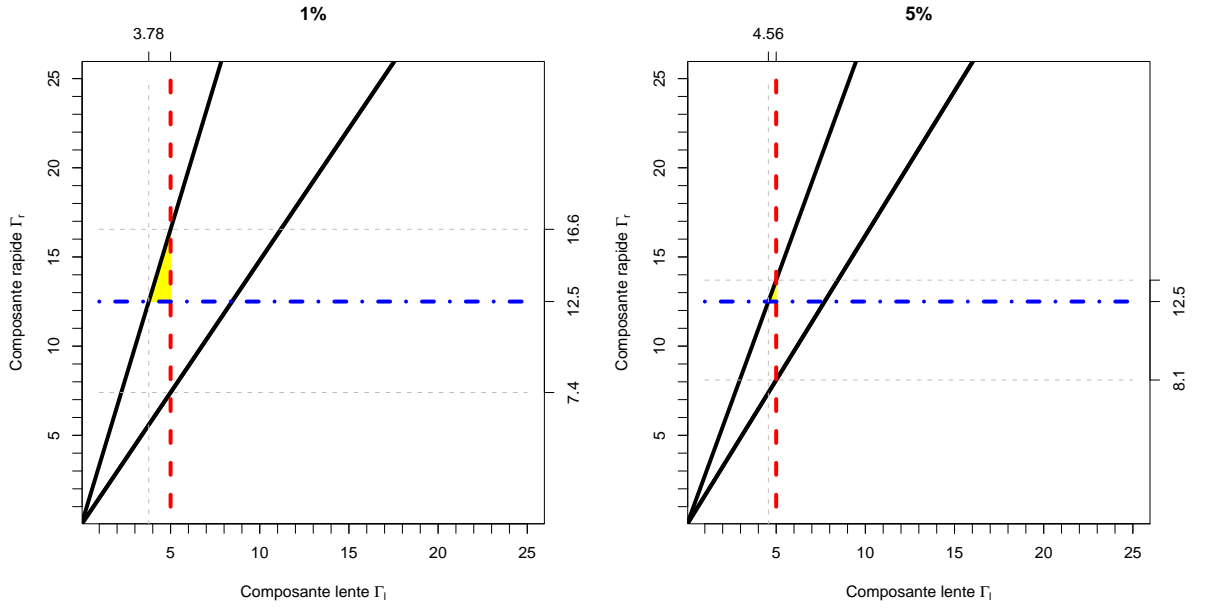


Fig. 82. Synthèse des contraintes statistiques et théoriques dans l'espace des paramètres (Γ_ℓ, Γ_r) . Voir le texte pour la description de chacune des contraintes. *Panneau de droite* pour $\mathcal{P}(n/N) \geq p_{\min} = 1\%$ et *Panneau de gauche* $p_{\min} = 5\%$. La seule zone de paramètres semblant convenir dans le cas présent est représentée en grisée (jaune pour la version couleur).

Tab. 12. Valeurs a et b respectivement borne inférieure et supérieure du rapport Γ_r/Γ_ℓ estimées numériquement et obtenue numériquement à partir de la relation $\mathcal{P}(n/N) \geq p_{\min}$.

p_{\min}	a	b
1 %	1.48	3.31
5 %	1.62	2.74
10 %	1.74	2.45

- (1) Premièrement, les valeurs du facteur Doppler δ déduites des ajustements de modèles d'émission et basées sur des arguments de transparence γ contraignent la valeur du facteur de Lorentz de la composante rapide $\Gamma_r \geq \delta/2$.
- (2) Le rapport du nombre de Lacertides sur le nombre de galaxies de type FR-I permet de contraindre cette fois directement la valeur maximale Γ_ℓ . Les études menées par Urry, Schaeffer et Padovani tout comme celle de Chiaberge *et al.* (2000) tendent à privilégier les valeurs de $\Gamma_\ell \leq 5$.
- (3) Enfin, la probabilité de détection de n émetteurs du TeV parmi N Lacertides (équation 64.298) décrite en détail précédemment nous permet de contraindre une partie de l'espace des paramètres. Moyennant la donnée d'une probabilité minimale de détection (pour n et N fixées), il vient que $\mathcal{P}(n/N) \geq p_{\min}$ permet de contraindre $\mathcal{R}_a \leq \mathcal{R}_{\text{foc}} \leq \mathcal{R}_b$ (voir par exemple figure 81) ou autrement dit le rapport $a \leq \Gamma_r/\Gamma_\ell \leq b$. La contrainte ainsi obtenue apparaît dans le plan (Γ_ℓ, Γ_r) comme étant la zone comprise entre de droite de pentes différentes.

Considérant une probabilité minimale de détection de 7 émetteurs au TeV parmi les 29 Lacertides ($z_s \leq 0.13$) supérieure à $p_{\min} = 1\%$, on obtient la zone de paramètres montrée figure 82. Dans cet exemple, nous avons considéré que les modèles requéraient au moins un facteur Doppler de 25 ($\Gamma_r \geq 12.5$). Les valeurs de a et b respectivement borne inférieure et supérieure du rapport Γ_r/Γ_ℓ on été estimées pour plus de justesse numériquement et ont été reportées dans le tableau 12. Dans ce cas, il existe une intersection à toutes ces contraintes, définissant une zone de l'espace des paramètres défini par $\Gamma_r \in [12.5, 16.6]$ et $\Gamma_\ell \in [3.78, 5]$. Dans ce cas, les valeurs de δ supérieures

à 50 comme reportées par Konopelko et al (2003) sont formellement exclues. Pour atteindre de telles valeurs de δ , il est nécessaire de considérer des valeurs maximales de $\Gamma_\ell \geq 8$, ce qui paraît déraisonnable vis-à-vis de la contrainte du nombre de Lacertides *versus* FR-I. Sur le même figure, j’ai aussi représenté à titre de comparaison le cas $p_{\min} = 5\%$. Dans ce cas, la zone pouvant couvrir se réduit quasiment à un point dans l’espace des paramètres.

6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle semi-quantitatif permettant de vérifier la pertinence du scénario de la présence de structures complexes multi-composantes afin de réconcilier les faits observationnels de mesure de contrastes de luminosité entre population et les besoins de grands facteurs de Lorentz nécessaires aux arguments de transparence γ des modèles d’émission haute énergie. Nous avons vu que moyennant un certain nombre d’hypothèses (nécessité d’avoir au minimum deux composantes relativistes avec $\Gamma > 2.5$ voire une troisième composante statique et isotrope), il était possible de reproduire les contrastes de luminosité des échantillons de Lacertides comparés à ceux de FR-I. Des valeurs de facteurs de Lorentz supérieures à 20 peuvent être obtenues moyennant l’injection *ad hoc* d’une bonne part de la luminosité bolométrique totale intrinsèque dans la composante statique.

Par contre, du point de vue de la statistique de détection, les choses deviennent plus problématiques. Le paramètre clé rentrant en jeu dans la détermination de la probabilité de détection d’objet extrêmes émettant au TeV vis-à-vis d’un échantillon de Lacertides est en fait le rapport des valeurs des facteurs de Lorentz des composantes lentes et rapides, ce dernier rapport étant essentiellement déterminé par la dispersion de luminosité dans l’échantillon de Lacertides. On a montré alors, que cette probabilité de détection ne saurait dépasser quelques pourcents considérant le catalogue actuel d’objets observés. Rassemblant toutes les contraintes disponibles sur les valeurs de Γ_r et Γ_ℓ , nous avons montré que le domaine autorisé est très restreint, même en étant à la limite de vraisemblance de la détection du nombre d’objets. Des valeurs de δ autour de 50 paraissent totalement exclues.

Certains auteurs arguent que la possibilité d’une composante rapide tournoyant à l’intérieur la composante lente permettrait d’augmenter significativement la statistique de détection introduisant un biais observationnel très fort (Bicknell, communication privée). Dans ce cas, nous pouvons opposer un argument sur la variabilité à l’intérieur d’un même objet. Celui-ci passerait d’un état de Lacertides “simple” à celui d’un objet extrême dans le même temps. On peut estimer que la variabilité maximale d’un objet en terme de flux bolométrique total est de l’ordre de \mathcal{R}_{foc} (dispersion de luminosité dans l’échantillon de Lacertides). *A priori* une telle variabilité de 10^3 dans toutes les bandes d’énergie n’a jamais été observée.

Si l’on croit vraiment de tels chiffres, de nouvelles détections de signaux au TeV en provenance de Lacertides connues seraient quasiment exclues. Ainsi si le nombre d’objets extrêmes détectés jusqu’ici peut paraître faible en valeur absolue (6 au plus), il s’avère alors qu’en proportion de l’échantillon connu de Lacertides proches il serait plutôt trop élevé. L’absence de détection de mouvements superluminiques à l’échelle du parsec dans la plupart des objets est un autre argument en faveur de faibles valeurs de Γ . Même si l’explication d’un flot décélérant de l’échelle du TeV à la milli-arcseconde semble une explication possible à ce phénomène d’un point de vue de l’émission (Georganopoulos & Kazanas 2003), cette solution se heurte elle aussi au problème de la statistique sur le nombre de détections de blazars du TeV, la composante rapide au TeV restant existante et dominant les effets sur la statistique.

Le seul échappatoire qu'il nous reste, si l'on ne remet pas en cause le modèle d'unification bien évidemment, est de penser que les valeurs du facteur Doppler dérivées des modèles sont largement surestimées. Mais pourquoi un tel consensus des différents modèles vers de grandes valeurs de δ ? C'est parce qu'ils utilisent tous à la base la même physique (émission SSC homogène). Nous allons examiner dans la suite, dans le cadre le plus général possible ce type d'approches, et nous allons montrer qu'effectivement, dans ce cas, les grandes valeurs de δ sont inhérentes à la géométrie particulière des modèles homogènes.

12

Contraintes d'opacité liées aux modèles homogènes

Plan du chapitre

1. Contrainte due à l'opacité.....	157
§ 66. Introduction – Hypothèses de travail.....	157
§ 67. Luminosité différentielle synchrotron et Compton inverse.....	158
§ 68. Opacité $\gamma - \gamma$ à la création de paires.....	159
§ 69. Contrainte de l'opacité sur la pente locale synchrotron.....	160
§ 69.1. Contrainte liée à l'opacité.....	160
§ 69.2. Estimation de l'erreur.....	161
2. Contrainte due au temps de variabilité.....	162
3. Contrainte sur le spectre de Markarian 501.....	162
§ 70. Application.....	162
§ 71. Conséquences.....	163

1. Contrainte due à l'opacité

§ 66. Introduction – Hypothèses de travail

DANS CE CHAPITRE NOUS ALLONS, EN UTILISANT le moins possible d'hypothèses théoriques et en se basant seulement sur les observations, de comprendre qualitativement et quantitativement pourquoi les modèles d'émission haute énergie semblent nécessiter une grande dynamique d'ensemble.

Nous allons de plus nous placer dans le cadre des modèles stationnaires homogènes une-zone ; les particules relativistes sont supposées être injectées dans une zone sphérique de rayon R baignant dans un champ magnétique désordonné d'intensité B et animée d'un mouvement d'ensemble caractérisé par un facteur Doppler δ . Nous supposerons donc dans la suite que l'émission peut être correctement décrite par le processus *Synchro-Self-Compton*, où les particules chargées ultrarelativistes (électrons et/ou positrons) sont responsables à la fois de la composante basse énergie du spectre par émission synchrotron et de la composante haute énergie due à la diffusion Compton inverse de la première composante. Nous ne préjugerons rien sur la forme exacte de la distribution en énergie des particules émissives. Nous avons vu auparavant que les valeurs des fréquences caractéristiques maximales de chacune des composantes dépend essentiellement des particules les plus énergétiques. Ainsi, les seules quantités réellement nécessaires dans une approche simplifiée de l'émission de l'objets sont *a priori* la densité ou le

nombre totale de particules et leur facteur de Lorentz individuel maximal γ_c . Nous supposons de plus que la diffusion Compton inverse est dominée par le régime Klein-Nishina. Dans ce cas, le photon diffusé emporte en une seule collision une fraction substantielle voire la totalité l'énergie de repos de la particule.

Par la suite, nous indiquerons toutes les quantités exprimées dans le référentiel de la source pour un astérisque, celles dans le référentiel de l'observateur sans signe diacritique. De plus, les énergies seront exprimées en unité réduite de $m_e c^2$. Le paramètre de Hubble s'écrira $H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc}$ et comme auparavant on supposera $h = 0.65$.

À partir de calculs et de considérations élémentaires sur les processus d'émission synchrotron et Compton inverse, ainsi que sur le processus de création de paires, nous allons montrer qu'il est possible de contraindre localement la densité en photons nous synchrotrons.

§ 67. Luminosité différentielle synchrotron et Compton inverse

Supposons une particule relativiste ayant un facteur de Lorentz individuel γ_c . Celle-ci, plongée dans un champ magnétique d'intensité B émet un rayonnement synchrotron essentiellement concentré aux alentours de l'énergie caractéristique $\varepsilon_s^* = (B/B_0)\gamma_c^2$ où $B_0 = 3B_c/2$ et $B_c = 2m_e^2 c^3 / eh \approx 4.41 \cdot 10^{13} \text{ G}$ est définie comme étant la *valeur du champ magnétique critique de la QED*. On obtient bien évidemment dans le référentiel de l'observateur $\varepsilon_s = \delta(B/B_0)\gamma_c^2$. Le maximum de la composante synchrotron des blazars extrêmes est généralement compris entre 0.1 et 100 keV, ce qui correspond à $\varepsilon_s \approx 10^{-4} - 0.1$.

De plus, nous savons que les blazars du TeV du type Mrk 421/501 montrent un maximum de leur composante Compton inverse aux alentours de $\varepsilon_c \approx 10^6$ pour des photons du TeV, ce qui correspond à une énergie dans le référentiel de la source de $\varepsilon_c^* = \varepsilon_c \delta^{-1}$. Seules les particules ayant un facteur de Lorentz individuel γ_c supérieur à ε_c^* sont susceptibles de produire des photons à de telles énergies. Dans le régime de diffusion Klein-Nishina (dès lors que $\varepsilon_s^* \gamma_c \geq 1$), il advient que $\gamma_c \approx \varepsilon_c^*$. Comme dans la partie précédente, on en déduit une estimation de la valeur du champ magnétique,

$$(67.301) \quad B = B_0 \frac{\varepsilon_s^*}{(\varepsilon_c^*)^2} = \delta B_0 \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c^2}$$

La luminosité différentielle synchrotron par unité d'énergie réduite, émise par une population de particules de facteur de Lorentz individuel γ à l'énergie ε_s s'écrit,

$$(67.302) \quad L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s) = \frac{dL_s}{d\varepsilon}(\varepsilon_s) = \delta^3 \frac{dL_s^*}{d\varepsilon^*}(\varepsilon_s^*) = \delta^3 \frac{dL_s^*}{dN} \frac{dN}{d\gamma} \frac{d\gamma}{d\varepsilon^*}.$$

La puissance totale émise par particule d'énergie γ est donnée par la relation $dL_s^*/dN = (4/3)c\sigma_{\text{Th}}\gamma^2 U_B$, de telle façon que l'on obtienne,

$$(67.303) \quad L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s) = \delta \frac{4}{3} c \sigma_{\text{th}} U_B \frac{\varepsilon_c^3}{2\varepsilon_s} \frac{dN}{d\gamma}$$

où $U_B = B^2/8\pi$ est la densité d'énergie magnétique. En utilisant la relation (67.301), on obtient la relation

$$(67.304) \quad L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s) = \delta^3 \frac{1}{6\pi} c \sigma_{\text{Th}} B_0^2 \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} \frac{dN}{d\gamma}$$

La luminosité différentielle Compton inverse $L_{\varepsilon,IC}(\varepsilon_c)$ se calcule de la même manière en utilisant la relation similaire à celle (67.302) si ce n'est que l'on doit remplacer la densité d'énergie magnétique par la densité d'énergie du champ de photons impliqués dans la diffusion. Toutefois, rappelons qu'à cause de la coupure Klein-Nishina, tous les photons ne participent pas à la diffusion, seuls ceux dont l'énergie réduite est inférieure à $\varepsilon_t^* = 1/\gamma_c$ dans le référentiel

du plasma le peuvent. Cette dernière énergie correspond à l'énergie du photon synchrotron définissant le passage du régime de diffusion Thomson à celui de Klein-Nishina, et est égale dans le référentiel de l'observateur à l'énergie,

$$(67.305) \quad \varepsilon_t = \delta^2 / \varepsilon_c.$$

Les photons à cette énergie sont aussi ceux comme nous l'avons vu précédemment, qui seront amenés à s'annihiler avec les gammas d'énergie γ_c pour créer de nouvelles paires. Si l'on néglige les corrections Klein-Nishina au-dessus de ε_t , la puissance totale émise par particule d'énergie γ s'écrit $dL_c^*/dN = (4/3)c\sigma_{\text{th}}\gamma^2 U_{\text{ph}}^{\text{eff}*}$, où

$$U_{\text{ph}}^{\text{eff}*} = \frac{L_s^{\text{eff}*}}{4\pi R^2 c} = \frac{1}{4\pi R^2 c} \int_{\varepsilon_{\text{min}}^*}^{\varepsilon_t^*} d\varepsilon^* \frac{dL_s}{d\varepsilon^*}$$

Pour un spectre en loi de puissance, $\nu F_\nu \propto \nu^\beta$ un simple calcul montre que pour $\beta > 0$

$$U_{\text{ph}}^{\text{eff}*} \simeq \frac{1}{4\pi R^2 c} \frac{\delta^{-2}}{\beta \varepsilon_c} L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t).$$

La valeur de l'indice β peut être remplacée par une valeur proche de l'unité dès lors que le spectre en νF_ν augmente avec l'énergie. Dans ce cas, la luminosité différentielle est donnée par,

$$(67.306) \quad L_{\varepsilon,IC}(\varepsilon_c) = \delta^{-1} \beta^{-1} \frac{\sigma_{\text{th}}}{3\pi R^2} \varepsilon_c L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t) \frac{dN}{d\gamma}$$

En comparant les relations (67.304) et (67.306), on peut estimer la taille R de la zone d'émission en fonction des observables et de la valeur du facteur Doppler seulement, à savoir,

$$(67.307) \quad R = \delta^{-2} \frac{3eh}{2\pi m_e^2 c^{7/2}} \frac{\varepsilon_c}{\sqrt{\beta \varepsilon_s}} \left[\frac{L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t) L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s)}{L_{\varepsilon,IC}(\varepsilon_c)} \right]^{1/2}$$

Cette dernière estimation va nous permettre d'évaluer la profondeur optique d'atténuation $\gamma - \gamma$ due au processus de création de paires pour les photons d'énergie ε_c .

§ 68. Opacité $\gamma - \gamma$ à la création de paires

Nous l'avons vu à plusieurs reprises et même mis en évidence dans la partie précédente, les photons gammas d'énergie ε_c^* sont essentiellement absorbés par les photons d'énergies $\varepsilon_c^{*-1} = \varepsilon_t^*$. La profondeur optique d'atténuation due à ce processus de création de paires (ou tout simplement l'*opacité*) par unité de longueur pour un photon d'énergie $\varepsilon_c \gg 1$ s'écrit dans le cas d'une distribution de photons (SED) en loi de puissance comme,

$$\ell_{\gamma\gamma}^{-1}(\varepsilon_c^*) = \frac{d}{dz} \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon^*) = \alpha_{\gamma\gamma} \sigma_{\text{Th}} \varepsilon_t^* n(\varepsilon_t^*)$$

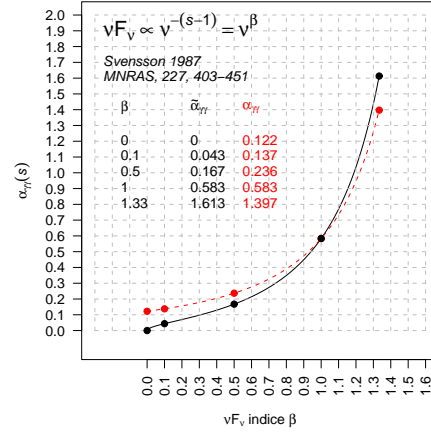
où $\ell_{\gamma\gamma}(\varepsilon^*)$ est le *libre parcours moyen* du photon et $n(\varepsilon^*)$ la densité différentielle de photons par unité d'énergie réduite ε^* . Dans le contexte des modèles homogènes une-zone, la longueur typique d'interaction est de l'ordre de la taille de la zone d'émission soit R . Il s'en suit que l'opacité gamma typique s'écrit,

$$\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon^*) \approx \frac{R}{\ell_{\gamma\gamma}(\varepsilon^*)} = \alpha_{\gamma\gamma} R \sigma_{\text{Th}} \varepsilon_t^* n(\varepsilon_t^*).$$

La fonction $\alpha_{\gamma\gamma}$ (Svensson 1987; Coppi & Blandford 1990) dépend essentiellement de la valeur de l'indice spectral β défini précédemment. Les valeurs typiques généralement utilisées pour

Fig. 83. Valeurs de la fonction $\alpha_{\gamma\gamma}(\beta)$ et de la fonction modifiée $\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)$ en fonction de l'indice spectral β exprimé en νF_ν .

β	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{4}{3}$
$\alpha_{\gamma\gamma}(\beta)$	0.122	0.236	0.583	1.397
$\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)$	–	0.043	0.583	1.613



$\alpha_{\gamma\gamma}(\beta)$ sont de l'ordre de 0.2 or 0.25. Plus précisément, on montre que l'on a (Svensson 1987)

$$\alpha_{\gamma\gamma}(\beta) = 4^{1-\beta} 6 \frac{\Gamma^2(2-\beta)}{\Gamma(7-2\beta)} \frac{44 - \beta(41 - \beta(12 - \beta))}{(4-\beta)(3-\beta)},$$

La densité différentielle de particules est donnée en fonction de la luminosité elle-même différentielle par,

$$n(\varepsilon_t^*) = \frac{L_{\varepsilon,s}^*(\varepsilon_t^*)}{4\pi m_e c^3 R^2 \varepsilon_t^*}$$

Dans ce cas finalement, l'opacité s'obtient sous la forme d'une compacité à l'énergie ε_t :

$$\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon^*) = \frac{\alpha_{\gamma\gamma}(\beta) L_{\varepsilon,s}^*(\varepsilon_t^*)}{4\pi m_e c^3 R} = \delta^{-3} \frac{\alpha_{\gamma\gamma}(\beta) L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t)}{4\pi m_e c^3 R}$$

En utilisant l'estimation de la taille de la source R (67.307), on obtient,

$$(68.308) \quad \tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_c) = \delta^{-1} \tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta) \frac{\sigma_{\text{Th}} m_e c^{1/2}}{6eh} \frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{\varepsilon_c} \left(\frac{L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t) L_{\varepsilon,IC}(\varepsilon_c)}{L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s)} \right)^{1/2}$$

où l'on a introduit par souci de commodité, la fonction modifiée $\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)$ as $\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta) = \alpha_{\gamma\gamma} \sqrt{\beta}$. Quelques valeurs typiques de $\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}$ et $\alpha_{\gamma\gamma}$ pour des indices β sont données dans le tableau présenté à la figure 83.

§ 69. Contrainte de l'opacité sur la pente locale synchrotron

§ 69.1. Contrainte liée à l'opacité

La relation 68.308 précédente montre que la connaissance des observables élémentaires du spectre global permet d'évaluer la profondeur optique d'atténuation $\gamma - \gamma$ pour l'énergie maximale du pic Compton inverse (ce que nous avons appelé précédemment la *compacité* pour les objets du TeV), en fonction de la valeur du facteur Doppler d'ensemble δ de la source. Cette opacité est contrôlée essentiellement par les photons synchrotrons d'énergie $\varepsilon_t = \delta^2 / \varepsilon_c$. Nous pouvons ainsi utiliser cette relation soit pour connaître une estimation de l'opacité en fonction de δ ou à l'inverse, en déduire une contrainte sur δ en fonction de celle sur $\tau_{\gamma\gamma}$.

Pour les besoins de la suite, nous définissons le *paramètre de dominance Compton* r_{max} , comme étant le rapport de la luminosité maximale Compton inverse à celle du synchrotron,

$$(69.309) \quad r_{\text{max}} = \frac{[\nu_c F_c(\nu_c)]_{\text{max}}}{[\nu_s F_s(\nu_s)]_{\text{max}}} = \frac{\varepsilon_c L_{\varepsilon,IC}(\varepsilon_c)}{\varepsilon_s L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_s)}.$$

Afin d'exprimer la luminosité synchrotron à l'énergie caractéristique $\varepsilon_t = \delta^2/\varepsilon_c$, on utilise la relation (68.308) pour obtenir à l'aide de r_{\max} ,

$$(69.310) \quad \varepsilon_t L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t) = \frac{\delta^4}{r_{\max}} \left[\frac{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_c^{\max})}{\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)} \frac{6eh}{\sigma_{\text{Th}} m_e c^{1/2}} \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_s^{\max}} \right]^2.$$

Les équations (67.305) et (69.310) peuvent être considérées comme un couple d'équations paramétriques décrivant la courbe $\varepsilon_t L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t)$ en fonction de ε_t . En éliminant l'inconnue δ des équations précédentes, on obtient la relation

$$(69.311) \quad \varepsilon_t L_{\varepsilon,s}(\varepsilon_t) = \frac{\varepsilon_t^2 \varepsilon_c^2}{r_{\max}} \left[\frac{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_c^{\max})}{\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)} \frac{6eh}{\sigma_{\text{Th}} m_e c^{1/2}} \frac{\varepsilon_c^{\max}}{\varepsilon_s^{\max}} \right]^2$$

Pour les sources proches, la distance de luminosité s'écrit $d_\ell \approx cz/H_0$ et en utilisant $F = L/4\pi d_\ell^2$ l'équation précédente peut s'exprimer en terme usuel de flux plutôt que de luminosité.

$$(69.312) \quad \left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\varepsilon_s \approx \delta^2/\varepsilon_c^{\max}} = 3.4 \cdot 10^{-36} \delta^4 \left[\frac{h}{z} \frac{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_c^{\max})}{\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)} \frac{\nu_c^{\max}}{\nu_s^{\max}} \right]^2 r_{\max}^{-1}$$

Étant donné le spectre large bande d'un objet et pour une valeur donnée de l'opacité $\tau_{\gamma\gamma}$, la seule inconnue de l'équation précédente est la valeur du facteur Doppler d'ensemble δ . Chaque valeur de δ fournit un point dans le plan $\log_{10} \nu - \log_{10}(\nu F_\nu)$ et l'ensemble de ceux-ci décrit dans ce même plan une droite de pente 2, le niveau de celle-ci (autrement dit son ordonnée à l'origine) dépendant uniquement de la valeur initiale de l'opacité $\tau_{\gamma\gamma}$. L'interception de cette courbe et du spectre synchrotron permet alors de contraindre localement la valeur minimale $\delta_{\min}(\tau_{\gamma\gamma})$ du facteur de Doppler d'ensemble requis pour éviter l'absorption des photons gammas au maximum du pic Compton inverse avec une opacité $\tau_{\gamma\gamma}$ choisie.

§ 69.2. Estimation de l'erreur

Comme nous l'avons dit précédemment, l'équation (69.312) donne pour chaque valeur de δ un point unique $(y(\delta), y(\delta))$ dans le plan $\nu - \nu F_\nu$. Plus précisément, on a

$$x(\delta) = \frac{\delta^2}{\nu_c^{\max}} \quad , \quad y(\delta) = 3.4 \cdot 10^{-36} \delta^4 \left[\frac{h}{z} \frac{\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_c^{\max})}{\tilde{\alpha}_{\gamma\gamma}(\beta)} \frac{\nu_c^{\max}}{\nu_s^{\max}} \right]^2 r_{\max}^{-1}$$

que l'on peut ré-écrire

$$y = x^2 \mathcal{A}_0 \left[\frac{(\nu_c^{\max})^2}{\nu_s^{\max}} \right]^2 \frac{\left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\max}}{\left(\nu_c \frac{dF_c}{d\nu_c} \right)_{\max}}.$$

En représentation logarithmique l'équation précédente décrit une droite de pente 2, à savoir

$$Y = 2X + \log_{10} \mathcal{A}_0 + \log_{10} \mathcal{A}_1 \quad \text{où} \quad \mathcal{A}_1 = \left[\frac{(\nu_c^{\max})^2}{\nu_s^{\max}} \right]^2 \frac{\left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\max}}{\left(\nu_c \frac{dF_c}{d\nu_c} \right)_{\max}}.$$

En utilisant la formule usuelle de *propagation des erreurs non corrélées*, l'erreur absolue ΔY_0 sur l'ordonnée à l'origine est donnée simplement par

$$\begin{aligned} (\Delta Y_0)^2 = (\Delta \log_{10} \mathcal{A}_1)^2 &= 16(\Delta \log_{10} \nu_c^{\max})^2 + 4(\Delta \log_{10} \nu_s^{\max})^2 \\ &+ \left[\Delta \log_{10} \left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\max} \right]^2 + \left[\Delta \log_{10} \left(\nu_c \frac{dF_c}{d\nu_c} \right)_{\max} \right]^2. \end{aligned}$$

Tab. 13. Paramètres observationnels de Markarian 501, pour le 16 avril 1997

absorption	Comp. Synchrotron		Comp. Compton inverse		
	$\log_{10} \nu_s^{\max}$	$\log_{10} \left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\max}$	$\log_{10} \nu_c^{\max}$	$\log_{10} \left(\nu_c \frac{dF_c}{d\nu_c} \right)_{\max}$	r_{\max}
rougi	19.3 ± 0.1	-9.11 ± 0.04	26.4 ± 0.1	-9.46 ± 0.04	0.4467
dérougi	19.3 ± 0.1	-9.11 ± 0.04	26.6 ± 0.1	-9.04 ± 0.04	1.175

Il résulte alors une erreur sur la position du point d'interception de l'axe des abscisses avec la *distribution spectrale en énergie* de la composante synchrotron (décrit comme une loi de puissance d'indice β en νF_ν)

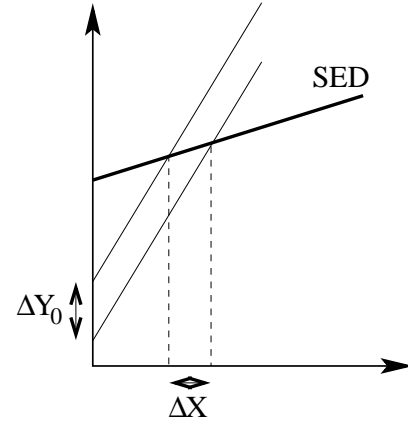
$$X_{\pm} = X \pm \frac{\Delta Y_0}{2 - \beta} \rightarrow \Delta X = \frac{\Delta Y_0}{2 - \beta}$$

où $\delta^2 = x \nu_c^{\max}$ et l'on obtient l'incertitude sur la valeur du facteur Doppler d'ensemble

$$\left(\frac{\Delta \delta}{\delta} \right)^2 \approx \left(\frac{\ln(10)}{2} \right)^2 [(\Delta X)^2 + (\Delta \log_{10} \nu_c^{\max})^2]$$

ou finalement ,

$$(69.313) \quad \frac{\Delta \delta}{\delta} \approx \frac{\ln(10)}{2} \left[\left(\frac{\Delta Y_0}{2 - \beta} \right)^2 + (\Delta \log_{10} \nu_c^{\max})^2 \right]^{1/2}$$



2. Contrainte due au temps de variabilité

Une contrainte peut être obtenue à partir du temps de variabilité. L'argument classique de causalité permet d'obtenir une limite supérieure sur la taille de la région d'émission $R \leq R_{\text{var,min}} = \delta c t_{\text{var}}$. À partir de la relation (67.307), on obtient,

$$(69.314) \quad \left(\nu_s \frac{dF_s}{d\nu_s} \right)_{\varepsilon_s \approx \delta^2 / \varepsilon_c^{\max}} \leq 8.3 \cdot 10^{-26} \delta^8 \left[\frac{h}{z} \frac{\nu_s^{\max}}{(\nu_c^{\max})^2} t_{\text{var}} \right]^2 r_{\max}^{-1}$$

En représentation logarithmique, on obtient une droite deux fois plus pentue que la précédente.

3. Contrainte sur le spectre de Markarian 501

§ 70. Application

À titre d'illustration nous allons maintenant mettre en application ce calcul sur l'objet Mrk 501 pour la période d'avril 1997. Les paramètres observationnels nécessaires à cette étude, pour le 16 avril 1997 sont reportés dans le tableau 13. Pour ce spectre en particulier, nous considérerons deux cas selon que l'on tiendra compte ou non de l'absorption de la queue haute énergie du spectre par le fond cosmique infrarouge. L'absorption déplace à la fois le maximum de la composante synchrotron en fréquence et en flux, modifiant par conséquent à la fois ν_c^{\max} et r_{\max} .

Dans le cas rougi comme dérougi on obtient $\delta_{\min}(1) \approx 50 \pm 20$ pour $\tau_{\gamma\gamma} = 1$ (voir figure 84). Les valeurs de $\delta_{\min}(1)$ sont similaires dans les deux cas car la correction du spectre déplace le maximum de la composante Compton inverse aussi bien en fréquence qu'en flux. Dans le cas dérougi, l'estimation de l'erreur commise n'a pas véritablement de sens car comme nous l'avons

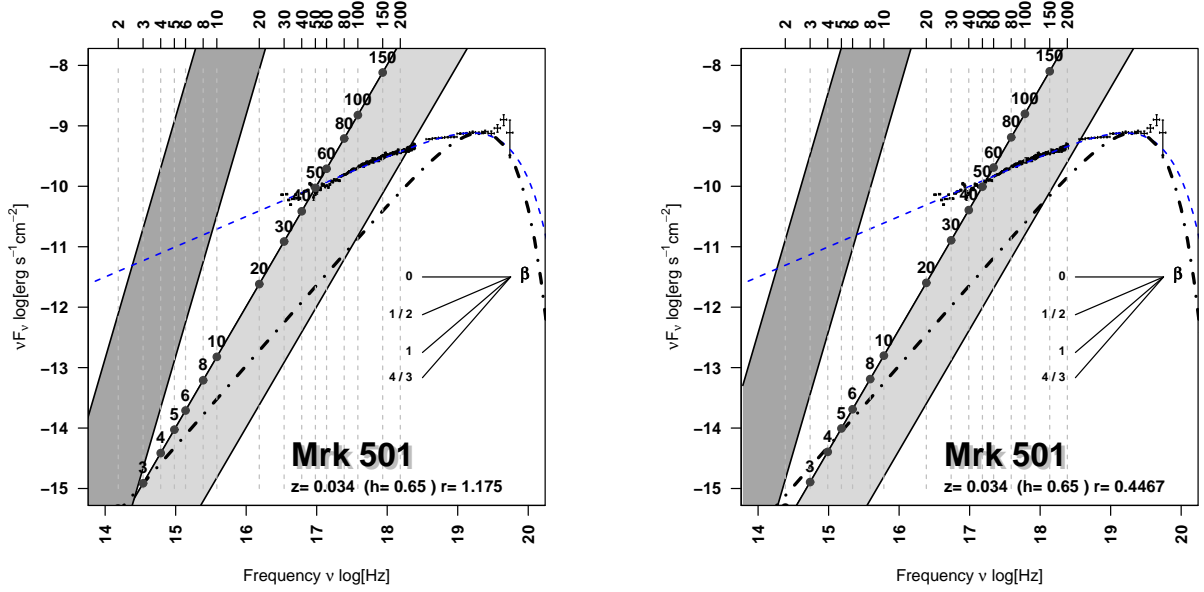


Fig. 84. Distribution spectrale en énergie de la composante synchrotron pour Mrk 501 pour la période du 16 Avril 1997 . La contrainte d'opacité sur la pente locale synchrotron en gris clair (à gauche d'après une composante Compton inverse déroulée et à droite rouge). Le polygone gris clair définit la zone $\tau_{\gamma\gamma} = 0.1 - 1$. Les valeurs correspondantes de δ sont indiquées sur l'axe horizontal supérieur. Le polygone gris plus foncé représente la contrainte du temps de variabilité. La courbe tiretée est une extrapolation analytique $F_\nu = F_\nu^{\max} = (\nu/\nu_s^{\max})^{-1/2}$ du spectre. La courbe pointillée-tiretée correspond au spectre synchrotron d'une distribution mono-énergétique de particules.

déjà signalé l'absorption ne peut être que grossièrement estimée. Remarquons que la relation (69.312) dépend implicitement de la valeur de l'indice β de la loi de puissance de la SED. Dans notre cas, cette valeur est bien définie et vaut $\beta = 1/2$.

§ 71. Conséquences

Rappelons que l'ensemble des calculs reporté ici se fait dans un cadre très général, les seules hypothèses étant que l'émission est d'origine SSC, stationnaire et produite par une zone homogène.

Les grandes valeurs du facteurs Doppler sont donc une propriété intrinsèque des modèles homogènes en général, afin d'éviter une trop forte absorption à l'intérieur de la source due au processus de création de paires. Dans le cadre des modèles homogènes, la production des photons mous et durs est cospatiale. Afin d'éviter les problèmes de transparence gamma, la valeur de la compacité doit être raisonnable, $\ell_{\gamma\gamma} \leq 1$ imposant alors une valeur de δ relativement grande. En confrontant ces résultats aux faits observationnels développés dans le chapitre précédent et en introduction à cette thèse, on est alors conduit à penser que c'est l'approche homogène qui est en cause ici, et qu'effectivement, en accord avec les modèles d'unification, les valeurs du facteur de Lorentz d'ensemble des jets sont bien inférieures à 10. Le développement de modèles inhomogènes s'avère donc être la bonne piste à explorer. Dans le cadre de ces modèles, le spectre global de l'objet est obtenu comme la convolution du spectre individuel de chaque couche infinitésimale de jet. Notons que chaque spectre individuel est *a priori* plus raide que celui globalement observé. Ainsi, l'analyse précédente peut nous permettre de contraindre la forme de la distribution en énergie des particule (EDF). En effet, nous avons vu à plusieurs reprises que pour une EDF en loi de puissance $dn/d\gamma \propto \gamma^{-s}$ avec $\gamma_{\max} \leq \gamma \leq \gamma_{\min}$, le spectre

synchrotron dans le cas optiquement mince correspondant est aussi une loi de puissance (dès lors que $\gamma_{\max}/\gamma_{\min} \gg 1$) $F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ avec un indice $\alpha = (s - 1)/2 \leq 1/3$. À basse énergie, ce dernier ne peut être plus raide que celui produit par une particule mono-énergétique, donnant la limite inférieure précédente en $1/3$. Un tel spectre mono-énergétique est représenté sur la figure 84 en pointillés. Il est remarquable que dans ce cas, toujours pour $\tau_{\gamma\gamma} = 1$, on voit que les valeurs de δ obtenues dans le cas aussi bien rougi que dérougi sont beaucoup plus faibles ($\delta < 10$), et tout à fait comparables aux valeurs prédites par les modèles d’unification. On voit que les distributions de type mono-énergétiques sont bien privilégiées — en accord avec notre hypothèse de “*pileup*” — même dans le cadre de modèles inhomogènes.

En dernière partie de cette thèse, je vais donc développer quelques aspects des modèles inhomogènes. Je montrerai, que dans le cadre de ceux-ci, et dans une approche dépendante du temps, on peut développer des scénarios vraisemblables de variabilité.

Partie IV

Modélisation inhomogène dépendante du temps

13	Introduction	167
14	Processus microphysiques	171
15	Évolution dynamique du faisceau inhomogène de paires	183
16	Résultats	189

13

Introduction

Plan du chapitre

1. Introduction	167
§ 72. <i>Motivations</i>	167
2. Description du modèle inhomogène	168
§ 73. <i>Géométrie du modèle</i>	169
§ 74. <i>Variation du champ magnétique moyen</i>	169
3. Le menu pour la suite	170

1. Introduction

§ 72. Motivations

COMME NOUS VENONS DE LE VOIR dans la partie précédente, les paramètres déduits d'un modèle homogène une zone ne sont pas satisfaisants, étant en contradiction avec d'autres données observationnelles, en particulier la statistique des objets focalisés/non focalisés. Dans le modèle une zone telle que je l'ai décrit dans la seconde partie de ce manuscrit, nous avons montré que la prise en compte d'une évolution temporelle du spectre permet de diluer l'effet de l'opacité sur des échelles de l'ordre de $\ell = \beta c \Delta t_{\text{obs}}$ dans le référentiel de la source ($\Delta t_{\text{obs}} = \delta \tilde{\Delta t}_{\text{obs}}$ est le temps d'observation exprimé dans ce même référentiel), mimant ainsi les effets d'une modélisation inhomogène. Ceci nous permet d'être un peu plus "confortable" d'un point de vue de l'opacité à la création de paires et d'obtenir des valeurs plus faibles de δ que d'autres modèles (tout en restant relativement élevées reconnaissons-le, $\delta \approx 25$). Nous avons vu entre autre que des valeurs faibles de δ conduisent inévitablement à une catastrophe de production de paires. De plus, notons que bien qu'elle soit nécessaire, l'origine de l'accélération d'ensemble de la source n'est pas prise en compte dans ce type de modèle.

De plus, la description de la variabilité s'explique mal dans le contexte simple des modèles homogènes ; elle est dans ce cas généralement expliquée par la variation *ad-hoc* de certains paramètres libres liés au plasma (augmentation soudaine énergie maximale des particules due par exemple à l'accélération par un choc), mais pas de manière physiquement auto-cohérente.

Il paraît difficile donc de vouloir décrire l'émission des jets sans faire appel à une description inhomogène de celui-ci. Notons au passage, que même si les modèles homogènes peuvent correctement reproduire les composantes spectrales dans le domaine X ou gamma, ils ne peuvent pour des raisons d'auto-absorption du rayonnement synchrotron reproduire le domaine radio du spectre. Ce dernier peut être décrit par la superposition à très long terme d'anciennes composantes issues d'éjections précédentes de plasmas qui se sont refroidies ; dans ce cas, ce

sont les parties les plus lointaines du jet qui contribuent à basse fréquence. Encore une fois, les caractéristiques spectrales large bande de la distribution spectrale en énergie ne peuvent être expliquées et comprises que dans le cadre d’une modélisation inhomogène à grande échelle.

2. Description du modèle inhomogène

Rappelons-le encore une fois, la description de ce modèle se place dans le cadre conceptuel du *two-flow* introduite pour la première fois par Pelletier (1982) et décrite dans l’introduction de cette thèse.

Le travail exposé dans cette dernière partie poursuit les travaux de Marcowith (1996) puis Renaud (1999) en les appliquant aux objets plus “bleus” que sont les blazars émetteurs au TeV. Nous avons cherché à montrer la possibilité et la pertinence d’utiliser une *pileup* plutôt qu’une loi de puissance pour décrire la distribution en énergie des paires. Ce choix s’avère être plus cohérent avec le mécanisme d’accélération stochastique des particules par interactions résonnantes avec une turbulence d’ondes d’Alfvén supportée par le jet MHD.

Par la suite, l’émission radiative de ce dernier sera négligée par rapport à celle du faisceau de paires. La vitesse d’ensemble du jet MHD étant au plus moyennement relativiste, l’émission radiative de celui-ci est alors quasi-isotrope. Si celle-ci était importante, elle serait responsable d’un possible freinage du plasma de paires par le mécanisme dit de *Compton drag* (voir page 48 de ce manuscrit).

Par la suite, le faisceau de paires sera traité comme un flot relativiste radiatif. Nous prendrons en compte l’émission synchrotron et Compton inverse dans le régime SSC. L’émission Compton inverse dite *externe* sera par ailleurs négligée. Il n’existe pas de signatures observationnelles claires de celle-ci, ou tout du moins des photons progéniteurs basses énergies, dans le cas des blazars extrêmes (signature de disque par exemple).

Il faut distinguer très nettement l’accélération d’ensemble (vitesse au sens *hydrodynamique* du terme) et l’accélération individuelle des particules. Comme précisé précédemment, cette dernière est supposée être stochastique et assurée par un mécanisme d’interaction ondes-plasma entre le faisceau de paires et la structure MHD. Cette dernière peut développer une turbulence de type ondes d’Alfvén qui permet de chauffer les paires le long du jet (Lacombe 1977; Henri & Pelletier 1991; Marcowith *et al.* 1997; Dermer *et al.* 1996). Nous avons vu dans l’introduction de cette thèse que ce mécanisme conduisait à une distribution d’énergie en *pileup* des particules (Henri & Pelletier 1991). Si ce mécanisme de chauffage s’avère être efficace, il permet de maintenir la forme de la distribution le long du jet. Dans ce cas, cette dernière est décrite en tout point par

$$(72.315) \quad n_e(\gamma) = \frac{d}{d\gamma} n_e(z; t) = n_0(z; t) \gamma^2 \exp - \left(\frac{\gamma}{\gamma_{\max}(z; t)} \right)^\beta$$

où β est directement relié à l’indice du spectre de turbulence des ondes excitatrices et où l’on a fait apparaître explicitement les dépendances spatiales et temporelles. L’hypothèse simplificatrice de la constance du type de la distribution le long du jet, permet de décrire l’ensemble des caractéristiques du plasma de paires par les seuls paramètres $n_0(z; t)$ et $\gamma_{\max}(z; t)$ respectivement la densité de particules (à normaliser par rapport à la densité totale $n_{\text{tot}}(z; t)$) et l’énergie caractéristique de la *pileup*. Par souci de simplicité, nous considérerons uniquement par la suite le cas $\beta = 1$. Mais il est important de noter que les comportements du modèle dépendent peu de cette valeur, qui déplace juste le maximum de la distribution $n_e(\gamma)$. Notons que contrairement au modèle homogène développé dans les chapitres précédents, la distribution en particules est ici localement toujours une *pileup*, et non une *pileup* refroidie qui conduit à une loi de puissance sur un certain intervalle d’énergie. Le refroidissement éventuel s’accompagne en effet d’un mouvement du plasma et les particules refroidies ne sont plus cospatiales avec les particules accélérées

initialement.

On supposera que l'accélération d'ensemble est assurée par le mécanisme de fusée Compton (Odell 1981; Renaud & Henri 1998). Le fait que le plasma soit continuellement réchauffé permet d'assurer une accélération efficace de la fusée en contournant l'argument dû à Phinney (1982). Dans ce travail, nous avons considéré une distribution de vitesse stationnaire et constante le long du jet. En réalité, pour un plasma de paires, celle-ci se fait graduellement jusqu'à une altitude de saturation où le mouvement devient balistique (Marcowith *et al.* 1995; Renaud & Henri 1998). Dans l'absolu, l'accélération d'ensemble devrait être traitée de manière auto-cohérente dans le système dynamique. Je reviendrai sur ce point brièvement par la suite.

§ 73. Géométrie du modèle

On suppose une symétrie axiale du problème et les diverses quantités sont moyennées à l'altitude z le long du rayon transverse du jet. On ne s'intéressera qu'à l'écoulement du flot le long de l'axe du jet, en moyennant les équations dynamiques sur une section transversale. Le problème dynamique devient un problème spatial à une seule dimension spatiale.

La géométrie du jet — autrement dit son *ouverture* — est décrite à l'aide d'une loi de puissance brisée, à savoir

$$(73.316) \quad r(z) = \begin{cases} r_0 (z/z_0)^{\omega_1}, & z \leq z_g \\ r_0 (z_g/z_0)^{\omega_1} (z/z_g)^{\omega_2}, & z > z_g \end{cases}$$

Dans le cadre du paradigme du *two-flow*, elle correspondrait à la forme de la dernière surface magnétique. Une paramétrisation plus fine consisterait à utiliser les solutions issues de modélisations de *Structure Magnétohydrodynamique d'Accrétion-Éjection* (SMAE) telles qu'elles ont été calculées par Ferreira, Pelletier et Casse (Pelletier & Pudritz 1992; Ferreira 1997; Ferreira & Casse 2004). Par la suite, on désignera par *structure stationnaire* le fait que $\partial_t r(z) = 0$. Cette hypothèse suppose que le faisceau interne de plasma n'influe pas ou de manière insignifiante sur la structure du jet MHD. Si cette hypothèse peut sembler raisonnable à grande échelle ou dans une approche stationnaire de l'émission, elle peut être discutée lors de périodes d'éruption ; en effet, une création de paires très intense combinée à un mécanisme de ré-accélération peut participer à augmenter soudainement la pression du plasma ce qui aura pour effet d'ébranler la structure du jet, tout au moins localement. Une augmentation de la section s'accompagnerait de la détente du plasma et pourrait permettre à celui-ci de se refroidir. Ces effets ne sont pas pris en compte dans la forme actuelle du code.

§ 74. Variation du champ magnétique moyen

Quant à la distribution de la valeur du champ magnétique moyen avec z , on supposera là aussi une variation en loi de puissance avec $r(z)$,

$$(74.317) \quad B(z) = B_0 \left[\frac{r(z)}{r_0} \right]^{-\lambda}$$

Selon que l'on décide de conserver la composante toroïdale ou poloïdale du champ, l'indice λ peut prendre les valeurs respectives de 1 ou 2. Nous verrons plus loin qu'il est possible de contraindre le produit $(\lambda\omega_i)_{i=1,2}$ à partir des observations de la pente radio du spectre.

3. Le menu pour la suite ...

Le chapitre suivant va être consacré à la description des processus micro-physiques du faisceau de paires, c'est à dire les processus d'émission radiative (synchrotron et Compton inverse dans sa version SSC) ainsi que le mécanisme de production de paires . Nous utiliserons une part des résultats obtenus dans le cadre du modèle une zone. Pour les processus radiatifs, nous allons nous astreindre à obtenir des approximations analytiques pour les deux mécanismes, et ce afin de se passer d'évaluations numériques coûteuses en temps de calcul. Ensuite nous développerons les *équations maîtresses du faisceau* décrivant la dynamique des quantités pertinentes décrivant la distribution en *pileup* (à savoir densité totale n_{tot} et énergie caractéristique de la distribution γ_{max}). À cet occasion, nous décrirons le mécanisme de variabilité induit ici par la création de paires du plasma et contrôlé par l'énergie disponible dans la turbulence MHD. Nous décrirons alors une application directe du modèle, à savoir la prédiction de la pente du spectre dans le domaine radio comme solution asymptotique de notre système dynamique. Enfin, je décrirai quelques aspects de la modélisation stationnaire du problème pour terminer sur des solutions dépendantes du temps.

14

Processus microphysiques

Plan du chapitre

1. Émission synchrotron d'une population pseudo-thermique de particules	172
§ 75. Calcul exact et analytique	173
§ 76. Approximation par la méthode du col	173
§ 77. Régime d'auto-absorption synchrotron	174
§ 77.1. Modifications spectrales	174
§ 77.2. Fréquence caractéristique d'auto-absorption	175
§ 78. Caractéristiques spectrales de l'émission synchrotron	175
2. Émission Compton inverse (SSC)	176
§ 79. Approximation dans le régime Thomson	176
§ 80. Approximation dans le régime Klein-Nishina	177
§ 80.3. Contribution Thomson	178
§ 80.4. Contribution Klein-Nishina	179
§ 80.5. Émissivité Compton Inverse en régime Klein-Nishina	180
§ 81. Émissivité Compton inverse SSC	181
3. Production de paires	181

JE ME PROPOSE DANS CE CHAPITRE de calculer les processus microphysiques de rayonnement dus à l'émission synchrotron et l'émission Compton inverse dans le régime SSC (l'émission Compton externe sera ici négligée) dans le cas d'une pileup. Je rappelle que moyennant l'hypothèse que le plasma est continuellement réchauffé, on supposera que la forme de la distribution est invariante. Il vient alors que celle-ci ne dépend que de deux paramètres : la densité totale en paires $n'_e(z; t)$ et l'énergie caractéristique de la pileup à savoir $\gamma'_{\max}(z; t)$. Pour ne pas alourdir les notations le symbole *prime* indiquant que la quantité est exprimée dans le référentiel au repos du plasma, sera omis dans ce chapitre.

La pileup sera donc décrite par (les dépendances spatiales et temporelles sont implicites)

$$(74.318) \quad \frac{dn}{d\gamma} = n(\gamma) = n_0 \gamma^2 \exp -\frac{\gamma}{\gamma_{\max}}$$

où n_0 est un paramètre relié à la densité totale en paires à l'altitude z par la relation,

$$(74.319) \quad n_0 = \frac{n_e}{\gamma_{\max}^3 \Gamma(3, 1/\gamma_{\max})} \approx \frac{n_e}{2\gamma_{\max}^3}, \quad \gamma_{\max} \gg 1$$

et où $\Gamma(\cdot, x)$ est la *fonction gamma incomplète* (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964). Nous verrons dans le chapitre suivant comment calculer l'évolution spatio-temporelle de ces quantités.

Pour des questions de rapidité d'exécution de code, il est nécessaire que les calculs soient menés le plus possible de manière analytique pour s'abstenir de calculs numériques gourmands en temps CPU (essentiellement des quadratures dans les processus d'émission, le plus souvent à plusieurs dimensions).

1. Émission synchrotron d'une population pseudo-thermique de particules

La puissance totale émise par une particule d'énergie $\gamma m_e c^2$ et faisant un angle θ avec la direction du champ magnétique (angle d'attaque) vaut par unité de fréquence et unité d'angle solide (Blumenthal & Gould 1970; Rybicki & Lightman 1979),

$$(74.320) \quad \frac{dP_\nu}{d\Omega} = \frac{dE}{dt d\nu d\Omega} = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \theta}{4\pi m_e c^2} F_{\text{syn}} \left(\frac{\nu}{\sin \theta \nu_c} \right) \quad , \quad \nu_c = \frac{\omega_s \gamma^3}{2\pi} = \frac{3q}{4\pi m_e c} B \gamma^2$$

Ainsi, le coefficient d'émission synchrotron pour une population quelconque de particules vaut

$$(74.321) \quad j_\nu = \frac{dE}{dt d\nu d\Omega dV} = \int d\gamma d\Omega_\pm \frac{dn_\pm}{d\gamma d\Omega_\pm} \frac{dP_\nu}{d\Omega} = \frac{1}{2} \int d\gamma n_\pm(\gamma) \frac{dP_\nu}{d\Omega}$$

où la seconde égalité est obtenue en supposant la distribution de particules isotrope dans le référentiel du plasma.

$$(74.322) \quad j_\nu = \frac{dE}{dt d\nu d\Omega dV} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \theta}{4\pi m_e c^2} \int d\gamma n_\pm(\gamma) F_{\text{syn}} \left(\frac{\nu}{\sin \theta \nu_c} \right)$$

Pour une distribution de particules en pileup, en ayant pris le soin de poser $x = \gamma/\gamma_{\text{max}}$, on obtient pour la puissance monochromatique émise par unité de volume,

$$(74.323) \quad p_\nu = \frac{j_\nu}{4\pi} = \frac{\sqrt{3}e^3 B}{2 mc^2} n_0 \gamma_{\text{max}}^3 \int_0^\infty dx x^2 \exp(-x) F(\nu/\nu_{0x} x^2)$$

Généralement, on ré-arrange la fonction sous la forme,

$$(74.324) \quad p_\nu = \frac{\sqrt{3}e^3 B}{2 mc^2} n_0 \gamma_{\text{max}}^3 y \frac{1}{y} \int_0^\infty dx x^2 \exp(-x) F(y/x^2), \quad y = \frac{\nu}{\nu_{0x}}$$

et on définit la fonction auxiliaire I comme étant

$$(74.325) \quad p_\nu = \frac{\sqrt{3}e^3 B}{2 mc^2} n_0 \gamma_{\text{max}}^3 y I(y) \quad \text{avec} \quad I(y) = \frac{1}{y} \int_0^\infty dx x^2 \exp(-x) F(y/x^2)$$

soit encore,

$$(74.326) \quad I(y) = \int_0^\infty dx \exp(-x) \int_{y/x^2}^\infty dz K_{5/3}(z)$$

On utilise le théorème de Fubini et l'intégrale précédente peut tout aussi bien s'écrire comme,

$$(74.327) \quad I(y) = \int_0^\infty dz K_{5/3}(z) \int_{\sqrt{y/z}}^\infty dx \exp(-x)$$

et procédant au calcul trivial de la seconde intégrale, on obtient finalement,

$$(74.328) \quad \boxed{I(x) = - \int_0^\infty dz \exp(-\sqrt{x/z}) K_{5/3}(z)}$$

§ 75. Calcul exact et analytique

La fonction de MacDonald $K_{5/3}$ peut s'exprimer à l'aide de *fonctions hypergéométriques généralisées*¹⁰ d'ordre (p, q) définies comme (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964)

$$(75.329) \quad F_{p,q} \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_q \end{matrix} ; x \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k \dots (a_p)_k}{(b_1)_k (b_2)_k \dots (b_q)_k} \frac{x^k}{k!}$$

où l'on a introduit le symbole de Pochhammer $(a)_k$

$$(75.330) \quad (a)_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} = a(a+1)(a+2) \dots (a+k-1).$$

En utilisant les propriétés de récurrence de ces fonctions, la fonction synchrotron peut s'exprimer de manière formelle par,

$$F_{\text{syn}}(x) = x \int_x^{\infty} dz K_{5/3}(z) = x \left[-\frac{9\pi\sqrt{3}2^{1/3}}{320\Gamma(2/3)} x^{8/3} F_{1,2} \left(\begin{matrix} 4/3 \\ 7/3, 8/3 \end{matrix} ; \frac{x^2}{4} \right) - \frac{\pi}{\sqrt{3}} + \right. \\ \left. -\Gamma(2/3)2^{2/3} x^{-2/3} F_{1,2} \left(\begin{matrix} -1/3 \\ -2/3, 2/3 \end{matrix} ; \frac{x^2}{4} \right) \right].$$

De plus, dans ce cas, la fonction $I(x)$ peut-elle aussi s'exprimer de manière analytique,

$$\int_0^{\infty} dz \exp(-\sqrt{x/z}) K_{5/3}(z) = -\frac{\sqrt{2}}{4\pi^{3/2}} \left[\frac{32 \cdot 2^{1/6} \pi^{5/2} \sqrt{3}}{27 x^{2/3}} F_{5,0} \left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, \frac{2}{3}; \frac{x^2}{1024} \right) \right. \\ - \frac{2}{5} \pi \sqrt{6} F_{5,0} \left(-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{3}{4}; \frac{x^2}{1024} \right) \\ + \frac{4\pi^{7/2} \sqrt{x}}{7\Gamma(7/12)\Gamma(11/12)} F_{5,0} \left(\frac{5}{4}, \frac{19}{12}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{12}; \frac{x^2}{1024} \right) \\ - \frac{3\pi^{5/2} \sqrt{2}x}{5} F_{5,0} \left(\frac{5}{4}, \frac{11}{6}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}; \frac{x^2}{1024} \right) \\ - \frac{12}{13} \pi^{3/2} \Gamma(7/12)\Gamma(11/12) x^{3/2} F_{5,0} \left(\frac{5}{4}, \frac{25}{12}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}; \frac{x^2}{1024} \right) \\ \left. + \frac{2187\sqrt{3}}{582400} 2^{5/6} \pi^{5/2} x^{8/3} F_{5,0} \left(\frac{19}{12}, \frac{25}{12}, \frac{11}{6}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}; \frac{x^2}{1024} \right) \right].$$

Le développement en série tronqué à l'ordre 4/3 donne,

$$(75.331) \quad I(x) = \frac{8\pi}{9\sqrt{3}} \left(\frac{x}{2} \right)^{-2/3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{7} \frac{\sqrt{2}\pi^2}{\Gamma(7/12)\Gamma(11/12)} x^{1/2} - \frac{3\pi}{10} x + \mathcal{O}(x^{4/3})$$

Le problème de l'évaluation rapide des fonctions hypergéométriques est une question compliquée et étudiée intensivement en mathématique pratique. L'expression précédente, bien qu'exacte s'avère inexploitable ici.

§ 76. Approximation par la méthode du col

Pour les faibles x , on utilise le développement en séries de Taylor précédent ; il vient alors

$$(76.332) \quad I_{<}(x) = \frac{8\pi}{9\sqrt{3}} \left(\frac{x}{2} \right)^{-2/3} \sim 2.5593 x^{-2/3}, \quad x \ll 1$$

¹⁰voir Annexe B

Pour les grands x , l'intégrale se prête particulièrement bien à la *méthode du col* sur \mathbb{R} (Arfken & Weber 2001). On obtient alors,

$$(76.333) \quad I_{>}(x) = \frac{2\pi}{\sqrt{6}} \exp \left[- \left(2^{1/3} + 2^{-2/3} \right) x^{1/3} \right] = 2.5651 \exp(-1.8899x^{1/3}), \quad x \gg 1$$

Mahadevan *et al.* (1996) ont proposé une approximation analytique de I valable pour les valeurs intermédiaires de x comme,

$$(76.334) \quad I(x) = \frac{2\pi}{\sqrt{6}} \left(1 + \alpha \left(\frac{x}{2} \right)^{-1/3} + \frac{4\sqrt{2}}{9} \left(\frac{x}{2} \right)^{-2/3} \right) \exp \left[- \left(2^{2/3} + 2^{-1/3} \right) \left(\frac{x}{2} \right)^{1/3} \right]$$

où la constante α doit être ajustée afin de minimiser l'erreur. On pose $u = \left(\frac{x}{2} \right)^{1/3}$ et on obtient en rendant la somme quadratiques des erreurs minimale ($\Delta\varepsilon/\varepsilon \lesssim 1\%$),

$$(76.335) \quad \tilde{I}(x) = 2.5651 \left(1 + \frac{1.8868}{x^{1/3}} + \frac{0.9977}{x^{2/3}} \right) \exp(-1.8899x^{1/3})$$

À titre de comparaison Mahadevan *et al.* (1996) propose 1.92 au lieu de 1.8868. En régime optiquement mince, l'intensité spécifique vaut,

$$(76.336) \quad I_{\nu}^{\text{om}}(\nu) = r j_{\nu} = \frac{\sqrt{3}e^2}{12c^2} \frac{r n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} \nu I(\nu/\nu_{\text{max}}^s) \quad , \quad \nu_{\text{max}}^s = \frac{3}{4\pi} \frac{e}{mc} B \gamma_{\text{max}}^2$$

où I peut être approchée par l'une des expressions précédentes.

§ 77. Régime d'auto-absorption synchrotron

§ 77.1. Modifications spectrales

Comme il existe un coefficient d'émission lié au processus synchrotron, il existe un coefficient d'absorption moyen κ_{ν} . Sous certaines conditions les paires (ou particules au sens général) peuvent alors devenir opaques à leur propre rayonnement (Pacholczyk 1970; Rybicki & Lightman 1979). Les modifications spectrales subséquentes peuvent être évaluées en calculant le coefficient d'absorption κ_{ν} donné par

$$(77.337) \quad \kappa_{\nu}(\nu) = - \frac{\sqrt{3}e^3 B}{8\pi m_e} \frac{1}{\nu^2} \int d\gamma F_{\text{syn}} \left(\frac{\nu}{\nu_c(\gamma)} \right) \gamma^2 \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\frac{n(\gamma)}{\gamma^2} \right]$$

L'interprétation thermodynamique qui peut être faite de ce phénomène est que la *température du rayonnement* à une certaine fréquence ne peut dépasser la température des particules responsables de cette émission à cette même fréquence (température au sens statistique comme valeur moyenne de l'énergie). Au pire, les particules vont tendre à se thermaliser avec le rayonnement. On définit la température de rayonnement ou température de brillance comme

$$(77.338) \quad k_B T_{\text{ph}} = \frac{c^2}{2} \frac{I_{\nu}}{\nu^2}$$

Pour une distribution en énergie de particules $n(\gamma)$ ayant une largeur suffisante, les particules rayonnantes à fréquence ν ont un facteur de Lorentz caractéristique,

$$(77.339) \quad \gamma \approx \left(\frac{4\pi\nu}{3\Omega_s} \right)^{1/2}$$

correspondant à une énergie moyenne des paires typique de l'ordre $3k_B T_e = \langle \gamma \rangle m_e c^2 \propto \nu^{1/2}$. Cette énergie moyenne $k_B T_e$ ne pouvant excéder celle du champ de rayonnement $k_B T_{ph}$, celui-ci est ré-absorbé afin de maintenir l'équilibre, soit

$$(77.340) \quad k_B T_e = k_B T_{ph} \implies I_v^{oe} \propto \nu^{5/2}$$

Ce résultat est un résultat classique dans le cadre des distributions en loi de puissance et est parfois généralisé à tort à toutes les distributions non thermiques. Pour une pileup, la situation est différente, et bien que non-thermique, la réabsorption du rayonnement ne conduit pas à un spectre en $\nu^{5/2}$. En effet, une pileup est une quasi-maxwellienne relativiste maintenue hors-équilibre. La seule énergie pertinente de cette distribution est l'énergie $\gamma_{\max} m_e c^2$ et en particulier, la température de cette distribution est $k_B T_e = \langle \gamma \rangle m_e c^2 / 3 = \gamma_{\max} m_e c^2$ et est indépendante de ν . Dans ce cas, le rayonnement basse fréquence se fait dans le régime de Rayleigh-Jeans en ν^2

$$(77.341) \quad I_v^{oe}(\nu) = 2\gamma_{\max} m_e \nu^2$$

À noter que cette dernière expression nous permet d'obtenir l'expression de κ_ν à moindres frais ! En effet, dans le régime optiquement épais, la solution de l'équation de transfert de rayonnement fournie,

$$(77.342) \quad I_v^{oe}(\nu) = S_\nu(\nu) = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu}$$

où S_ν est la fonction source du problème. De là on tire,

$$(77.343) \quad \kappa_\nu(\nu) = \frac{j_\nu(\nu)}{2\gamma_{\max} m_e \nu^2}$$

ainsi que la *profondeur optique* afférente au processus synchrotron,

$$(77.344) \quad \tau_{\text{syn}}(\nu) = r\kappa_\nu = \frac{rj_\nu(\nu)}{2\gamma_{\max} m_e \nu^2} = \frac{I_v^{\text{om}}(\nu)}{2\gamma_{\max} m_e \nu^2}$$

On montre que cette dernière quantité est un invariant de Lorentz.

§ 77.2. Fréquence caractéristique d'auto-absorption

Celle-ci correspond au passage du régime optiquement mince au régime optiquement épais. Elle sera définie comme $\tau_{\text{syn}}(\nu_{\text{abs}}) = 1$ ou de manière équivalente à $I_v^{\text{om}}(\nu_{\text{abs}}) = I_v^{oe}(\nu_{\text{abs}})$,

$$(77.345) \quad \frac{\sqrt{3}e^2}{24m_e c^2} \frac{r n_{\text{tot}}}{\gamma_{\max}^3} I(\nu_{\text{abs}}/\nu_{\max}^s) - \nu_{\text{abs}} = 0$$

Cette équation est *a priori* transcendante et ces racines ne peuvent être évaluées que numériquement. Si l'on suppose $\nu_{\text{abs}} \ll \nu_{\max}^s$ alors la solution est analytique et vaut,

$$(77.346) \quad \nu_{\text{abs}} = \left[\frac{\pi e^2}{27m_e c^2} \frac{r n_{\text{tot}}}{\gamma_{\max}^3} (\nu_{\max}^s)^{2/3} \right]^{3/5}$$

§ 78. Caractéristiques spectrales de l'émission synchrotron

D'après les résultats que nous avons obtenu précédemment, le spectre synchrotron peut se diviser en trois parties distinctes (voir figure 85).

- (1) La partie optiquement épaisse du spectre, à basse fréquence où $\nu \leq \nu_{\text{abs}}$. Elle peut être décrite par une loi de puissance d'indice 1 en photons.

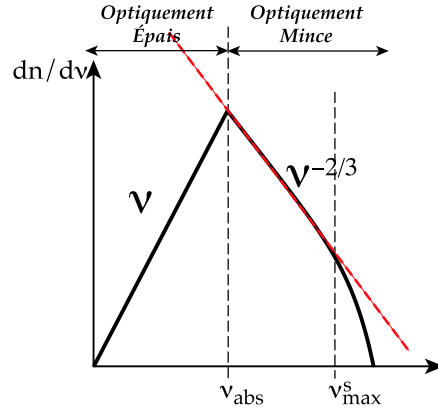


Fig. 85. Spectre synchrotron pour une pileup

- (2) La partie optiquement mince comprise entre ν_{abs} et ν_{max}^s . Elle est elle aussi correctement décrite par une loi de puissance d'indice $-2/3$ cette fois négatif (toujours en photons). C'est la signature radiative caractéristique de l'émission synchrotron d'une distribution de particules mono-énergétiques. Entre autre, on a montré que le spectre différentiel en photons par unité de fréquence et d'angle solide pouvait s'écrire

$$\frac{dn}{d\nu d\Omega} = \frac{\sqrt{3}e^2}{12hc^3} \frac{r^2 n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} I(\nu/\nu_{\text{max}}^s) = \frac{2^{5/3}e^2}{27hc^3} \frac{\pi r^2 n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} \left(\frac{\nu}{\nu_{\text{max}}^s} \right)^{-2/3} \quad (78.347)$$

- (3) Au delà de ν_{max}^s , le spectre s'effondre exponentiellement.

2. Émission Compton inverse (SSC)

Nous avons vu précédemment dans la partie concernant le modèle homogène, que le taux de production de photons par le processus Compton inverse pouvait s'écrire de manière générale comme,

$$(78.348) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \int \int d\varepsilon d\gamma \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma)$$

où $\mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma)$ le noyau fondamental de l'interaction Compton inverse ou *noyau de Jones* (voir équation 15.39 page 31). Dans l'expression précédente et par la suite, ε et ε_1 représenteront respectivement l'énergie réduite (en unité de $m_e c^2$) du photon incident et du photon diffusé en sortie du processus, tandis que γ est le facteur de Lorentz individuel du centre diffuseur (électron ou positron). Le but de cette section est de déterminer comme pour le calcul du spectre synchrotron, des approximations analytiques ou tout au moins semi-analytiques permettant une évaluation rapide des quantités relatives au champ de photons Compton inverse. Nous savons qu'il est possible de dégager deux principaux régimes de diffusion pour ce processus, le cas dit de diffusion Thomson où $\varepsilon\gamma \ll 1$ et le régime dit de Klein-Nishina. Le premier cas rappelons-le correspond à la diffusion élastique du photon sur la particule dans le référentiel de cette dernière. Dans le second cas, la diffusion est inélastique, le photon cède pratiquement toute son énergie à la particule en une seule interaction dans son référentiel. Dans le référentiel de l'observateur au contraire, c'est la particule qui cède toute son énergie au photon. Nous allons distinguer ces deux cas tout en tirant parti de la forme particulière du spectre en photons synchrotrons.

§ 79. Approximation dans le régime Thomson

Dans le régime de diffusion Thomson ($\varepsilon\gamma \ll 1$), le noyau de Jones se réduit rappelons-le à (Blumenthal & Gould 1970; Rybicki & Lightman 1979)

$$(79.349) \quad \mathcal{K}_{\text{jones}}(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) \approx \frac{3\sigma_{\text{th}}}{4\varepsilon\gamma^2} f\left(\frac{\varepsilon_1}{4\gamma^2\varepsilon}\right) \quad \text{avec} \quad f(x) = 2x \ln(x) + x + 1 - 2x^2, 1 \geq x \geq 0$$

$$(79.350) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \frac{3\sigma_{\text{th}}}{4} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \int d\gamma \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \gamma^{-2} f\left(\frac{\varepsilon_1}{4\gamma^2\varepsilon}\right) = \frac{3\sigma_{\text{th}}}{4} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \mathcal{T}(\uparrow, \uparrow_{\infty})$$

avec

$$(79.351) \quad \mathcal{T}(\varepsilon_0, \varepsilon_1) = \int_1^{\infty} d\gamma \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \gamma^{-2} f\left(\frac{\varepsilon_1}{4\gamma^2\varepsilon_0}\right) = n_0\gamma_{\text{max}} \int_{1/\gamma_{\text{max}}}^{\infty} du \exp(-u) f\left(\frac{\varepsilon_1}{4\gamma_{\text{max}}^2\varepsilon_0} \frac{1}{u^2}\right)$$

en tenant compte du support de f

$$(79.352) \quad u \geq \left(\frac{\varepsilon_1}{4\gamma_{\text{max}}^2\varepsilon_0}\right)^{1/2}$$

la borne inférieure u_{min} de l'intégrale peut se réécrire,

$$(79.353) \quad u_{\text{min}} = \frac{1}{\gamma_{\text{max}}} \max_u \left[1, \left(\frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon_0}\right)^{1/2} \right] = \frac{1}{\gamma_{\text{max}}} \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon_0 \geq \varepsilon_1/4, \\ \left(\frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon_0}\right)^{1/2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dans le cas $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_1/4$, en ayant pris soin de poser $\alpha = \varepsilon_1/4\varepsilon_0\gamma_{\text{max}}^2$ on a

$$(79.354) \quad \mathcal{T}_{\infty}(\varepsilon_0, \varepsilon_1) = \mathcal{T}_{\infty}(\alpha) = n_0\gamma_{\text{max}} \int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} du e^{-u} f\left(\frac{\alpha}{u^2}\right)$$

On montre qu'il est possible d'approcher la fonction f par $f(x) \approx 2(1-x)/3$ (Ribicky & Lightmann) ; dans ce cas l'intégration précédente est analytique et l'on obtient finalement

$$(79.355) \quad \mathcal{T}_{\infty}(\alpha) = n_0\gamma_{\text{max}}\tilde{g}(\alpha) \quad \text{avec} \quad \tilde{g}(\alpha) = \frac{2}{3}e^{-\sqrt{\alpha}} \left[1 + \sqrt{\alpha} + \alpha e^{\sqrt{\alpha}} E_i(\sqrt{\alpha}) \right]$$

où $E_i(x)$ est la *fonction spéciale exponentielle intégrale* définie comme, (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964)

$$(79.356) \quad E_i(x) = \Gamma(0, x) = \int_x^{\infty} dt \frac{e^{-t}}{t}.$$

Le taux de production de photons par le processus Compton inverse en régime de diffusion Thomson (total) s'écrit alors,

$$(79.357) \quad \boxed{\frac{dn^{\text{th}}(\varepsilon_1)}{dt} = \frac{3\sigma_{\text{th}}}{4} n_0\gamma_{\text{max}} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \tilde{g}(\varepsilon_1/4\varepsilon\gamma_{\text{max}}^2) = \frac{3\sigma_{\text{th}}}{4} n_0\gamma_{\text{max}} \tilde{G}(\varepsilon_1/\gamma_{\text{max}}^2)}$$

On a fait apparaître dans l'expression précédente le fait que pour une forme donnée du spectre synchrotron l'intégrale ne dépend que du rapport $\varepsilon_1/\gamma_{\text{max}}^2$ par le biais de l'argument de la fonction \tilde{g} ,

$$(79.358) \quad \boxed{\tilde{G}(x) = \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \tilde{g}(x/4\varepsilon)}$$

La fonction $\tilde{G}(x)$ est calculée numériquement puis tabulée afin de permettre une interpolation pour des valeurs intermédiaires.

§ 80. Approximation dans le régime Klein-Nishina

Dans le régime de diffusion Klein-Nishina, l'approximation précédente n'est bien sûr plus valable. Il faut dans ce cas évaluer l'intégrale (78.348) en prenant en compte *a priori* le noyau de Jones complet. La dépendance compliquée en fonction des diverses variables du noyau de Jones fait que cette intégrale ne peut être calculée que de manière numérique, ce qui ralentirait notre code de manière drastique. Nous allons voir que moyennant quelques hypothèses sur la forme de la distribution en photons nous synthrons dans ce régime particulier de diffusion, il est

possible de mener les calculs de manière analytique. En effet, dans le régime de diffusion Klein-Nishina la diffusion des particules en régime Thomson n'est que partielle ; par exemple pour un photon Compton inverse d'énergie ε_1 seuls les photons mous d'énergie $\varepsilon \leq 1/\varepsilon_1$ contribuent au régime de diffusion Thomson. Il s'avère alors que l'essentiel des photons synchrotrons réellement impliqués dans le processus sont ceux en deçà de $1/\gamma_{\max}$ valeur inférieure à l'énergie caractéristique du maximum du pic synchrotron ε_{\max}^s . Cette partie du spectre synchrotron tel que nous l'avons obtenue au début de ce chapitre est correctement décrite par une loi de puissance de la forme $dn_{\text{ph}}/d\varepsilon = n_1 \varepsilon^{-s}$, où $s = 2/3$ dans la partie optiquement mince et $s = -1$ dans le régime optiquement épais. Le taux de production de photons par le processus Compton inverse s'écrit

$$(80.359) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \int \int d\varepsilon d\gamma \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} c\sigma(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma)$$

où l'on a fait apparaître la section différentielle totale d'interaction $\sigma(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma)$.

Forts des calculs de Jones (1968), Rieke & Weekes (1969) ont montré qu'il était possible de considérer des approximations δ de cette dernière pour chaque régime, en considérant que σ est piquée autour de la valeur moyenne de l'énergie diffusée $\langle \varepsilon_1 \rangle$ calculée pour une seule interaction. Dans ce cas on écrit,

$$(80.360) \quad \sigma(\varepsilon_1, \varepsilon, \gamma) = \sigma_{\text{th}} f(\varepsilon, \gamma) \delta(\varepsilon_1 - \langle \varepsilon_1 \rangle)$$

où f et $\langle \varepsilon_1 \rangle$ dépendent du régime de diffusion ; en régime Thomson on a

$$(80.361) \quad f(\varepsilon, \gamma) = 1 \quad \text{et} \quad \langle \varepsilon_1 \rangle = \varepsilon \gamma^2$$

alors qu'en régime Klein-Nishina

$$(80.362) \quad f(\varepsilon, \gamma) = \frac{3}{8} \frac{\ln(2\gamma\varepsilon) + 1/2}{\gamma\varepsilon} \quad \text{et} \quad \langle \varepsilon_1 \rangle = \gamma$$

De manière générale, en procédant à l'intégration de la distribution de Dirac δ on ré-écrit l'intégrale précédente comme

$$(80.363) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = c\sigma_{\text{th}} \int d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} \int d\gamma \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} f(\varepsilon, \gamma) \delta(\varepsilon_1 - \langle \varepsilon_1 \rangle) = c\sigma_{\text{th}} \int d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_i(\varepsilon_1, \varepsilon)$$

§ 80.1. Contribution Thomson

En tenant compte des remarques précédentes

$$(80.364) \quad g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) = \int_1^\infty d\gamma \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \delta(\varepsilon_1 - \gamma^2 \varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon} \int_1^\infty \frac{d\gamma}{\gamma} \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \delta\left(\gamma - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}\right)$$

et pour une pileup on a directement,

$$(80.365) \quad g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) = \frac{n_0}{2} \varepsilon_1^{1/2} \varepsilon^{-3/2} \exp\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon \gamma_{\max}^2}}\right)$$

L'intégrale (80.364) doit être évaluée pour une distribution en photons mous de la forme $dn_{\text{ph}}/d\varepsilon = n_1 \varepsilon^{-s}$ sur l'intervalle $\varepsilon_{\min} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$. Dans ce cas,

$$(80.366) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 c \sigma_{\text{th}} \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-s} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) = n_1 c \sigma_{\text{th}} \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-s} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon)$$

$$(80.367) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \frac{1}{2} n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} \varepsilon_1^{1/2} \int_{\varepsilon_{\min}}^{\min(\varepsilon_{\max}, \varepsilon_{\max}^s)} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+3/2)} \exp\left(-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon \gamma_{\max}^2}}\right)$$

Moyennant le changement de variable $u^2 = \varepsilon_1 / \varepsilon \gamma_{\max}^2$, on obtient

$$(80.368) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} \varepsilon_1^{-s} \gamma_{\max}^{2s+1} \left[\left(\int_{u_{\min}}^{\infty} - \int_{u_{\max}}^{\infty} \right) du e^{-u} u^{(2s+1)-1} \right]$$

où les bornes s'écrivent,

$$(80.369) \quad \begin{cases} u_{\min} &= \max[(\varepsilon_1 / \varepsilon_{\max} \gamma_{\max}^2)^{1/2}, \varepsilon_1 / \varepsilon_{\max}^s \gamma_{\max}^2] \\ u_{\max} &= (\varepsilon_1 / \varepsilon_{\min} \gamma_{\max}^2)^{1/2} \end{cases}$$

Finalement, l'intégrale précédente peut s'exprimer à l'aide de la *fonction Gamma incomplète* (Arfken & Weber 2001; Abramowitz & Stegun 1964)

$$(80.370) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} \varepsilon_1^{-s} \gamma_{\max}^{2s+1} [\Gamma(2s+1; u_{\min}) - \Gamma(2s+1; u_{\max})]$$

ou encore,

$$(80.371) \quad H_1^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}) = \Gamma(2s+1; u_{\min}) - \Gamma(2s+1; u_{\max}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_{\min}(\varepsilon_1) &= (\varepsilon_1 / \varepsilon_{\max} \gamma_{\max}^2)^{1/2} \\ u_{\max}(\varepsilon_1) &= (\varepsilon_1 / \varepsilon_{\min} \gamma_{\max}^2)^{1/2} \end{cases}$$

$$(80.372) \quad \boxed{\frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} \varepsilon_1^{-s} \gamma_{\max}^{2s+1} H_1^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max})}$$

Pour les indices négatifs ($s < -1/2$), on rappelle que (Abramowitz & Stegun 1964)

$$(80.373) \quad \Gamma(-n; x) = \frac{(-1)^n}{n!} \left[E_i(x) - e^{-x} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(-1)^j j!}{x^{j+1}} \right]$$

Entre autre, pour $s = -1$ on obtient dans ce cas,

$$(80.374) \quad \Gamma(-1; x) = \frac{e^{-x}}{x} - E_i(x)$$

§ 80.2. Contribution Klein-Nishina

C'est une correction au régime de diffusion partielle Thomson dans le cas $\varepsilon \gamma \gg 1$. Il convient ici donc d'évaluer,

$$(80.375) \quad g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) = \frac{3}{8} \int_1^{\infty} d\gamma \frac{dn_{\pm}}{d\gamma} \frac{\ln(2\varepsilon_1 \varepsilon) + 1/2}{\varepsilon_1 \varepsilon} \delta(\varepsilon_1 - \gamma)$$

Pour une pileup on obtient immédiatement

$$(80.376) \quad g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) = \frac{3n_0}{8} \frac{\ln(2\varepsilon_1 \varepsilon) + 1/2}{\varepsilon} \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max})$$

En supposant la même distribution de photons mous que précédemment, le taux de production de photons Compton inverse s'écrit,

$$(80.377) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \frac{3}{8} c \sigma_{\text{th}} n_1 n_0 \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max}) \cdot \mathcal{I}_{\infty} \quad \text{avec} \quad \mathcal{I}_1 = \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+1)} [\ln(2\varepsilon_1 \varepsilon) + 1/2]$$

L'intégrale \mathcal{I}_1 peut s'écrire

$$(80.378) \quad \mathcal{I}_1 = [\ln(2\varepsilon_1) + 1/2] \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+1)} + \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+1)} \ln(\varepsilon)$$

et s'exprime alors de manière simple à l'aide des fonctions annexes

$$(80.379) \quad G_1^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}) = \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+1)} = \left[\frac{\varepsilon^{-s}}{s} \right]_{\varepsilon_{\max}}^{\varepsilon_{\min}}$$

$$(80.380) \quad G_2^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}) = \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon \varepsilon^{-(s+1)} \ln(\varepsilon) = \left[\frac{x e^{-(s+1) \ln(x)}}{s^2} (1 + s \ln(x)) \right]_{\varepsilon_{\max}}^{\varepsilon_{\min}}$$

On a finalement,

(80.381)

$$\boxed{\frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = \frac{3}{8} c \sigma_{\text{th}} n_1 n_0 \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max}) \left\{ [\ln(2\varepsilon_1) + 1/2] G_1^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}) + G_2^{(s)}(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}) \right\}}$$

§ 80.3. Émissivité Compton Inverse en régime Klein-Nishina

Cette dernière peut s'écrire,

$$(80.382) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = c \sigma_{\text{th}} \left[\int_{\varepsilon_{\min}^s}^{1/\varepsilon_1} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) + \int_{1/\varepsilon_1}^{\varepsilon_{\max}^s} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) \right], \quad 1/\gamma_{\max} \ll \varepsilon_{\max}^s$$

où l'on a fait apparaître la contribution de diffusion partielle en régime Thomson et les corrections Klein-Nishina. On peut encore écrire,

$$(80.383) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} (\mathcal{J}_{\text{th}}(\varepsilon_1) + \mathcal{J}_{\text{kn}}(\varepsilon_1))$$

on l'on a introduit les fonctions,

$$(80.384) \quad \mathcal{J}_{\text{th}}(\varepsilon_1) = \varepsilon_1^{-s} \gamma_{\max}^{2s+1} H_1^{(s)}(\varepsilon_{\min}^s, 1/\varepsilon_1)$$

$$(80.385) \quad \mathcal{J}_{\text{kn}}(\varepsilon_1) = \frac{3}{8} \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max}) \left\{ [\ln(2\varepsilon_1) + 1/2] G_1^{(s)}(1/\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}^s) + G_2^{(s)}(1/\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}^s) \right\}$$

Si l'on souhaite traiter la partie auto-absorbée du spectre synchrotron, il convient de tenir compte de la fréquence d'auto-absorption vis-à-vis de chacune des bornes de chacune des intégrales précédentes. On distingue alors deux cas, selon que $\varepsilon_{\text{abs}} < 1/\varepsilon_1$ ou inversement $\varepsilon_{\text{abs}} > 1/\varepsilon_1$.

• **CAS A**, $\varepsilon_{\text{abs}} < 1/\varepsilon_1$

(80.386)

$$\frac{dn^{\text{kn}}(\varepsilon_1)}{dt} = c \sigma_{\text{th}} \left[\int_{\varepsilon_{\min}^s}^{\varepsilon_{\text{abs}}} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) + \int_{\varepsilon_{\text{abs}}}^{1/\varepsilon_1} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) + \int_{1/\varepsilon_1}^{\varepsilon_{\max}^s} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) \right]$$

$$(80.387) \quad \mathcal{J}_{\text{th}}(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \gamma_{\max}^{-1} H_1^{(-1)}(\varepsilon_{\min}^s, \varepsilon_{\text{abs}}) + \varepsilon_1^{-2/3} \gamma_{\max}^{7/3} H_1^{(2/3)}(\varepsilon_{\text{abs}}, 1/\varepsilon_1)$$

$$(80.388) \quad \mathcal{J}_{\text{kn}}(\varepsilon_1) = \frac{3}{8} \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max}) \left\{ [\ln(2\varepsilon_1) + 1/2] G_1^{(2/3)}(1/\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}^s) + G_2^{(2/3)}(1/\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}^s) \right\}$$

• **CAS B**, $\varepsilon_{\text{abs}} > 1/\varepsilon_1$

(80.389)

$$\frac{dn^{\text{kn}}(\varepsilon_1)}{dt} = c \sigma_{\text{th}} \left[\int_{\varepsilon_{\min}^s}^{1/\varepsilon_1} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{th}}(\varepsilon_1, \varepsilon) + \int_{1/\varepsilon_1}^{\varepsilon_{\text{abs}}} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) + \int_{\varepsilon_{\text{abs}}}^{\varepsilon_{\max}^s} d\varepsilon \frac{dn_{\text{ph}}}{d\varepsilon} g_{\text{kn}}(\varepsilon_1, \varepsilon) \right]$$

$$(80.390) \quad \frac{dn(\varepsilon_1)}{dt} = n_1 n_0 c \sigma_{\text{th}} (\mathcal{J}_{\text{th}}(\varepsilon_1) + \mathcal{J}_{\text{kn}}(\varepsilon_1))$$

$$(80.391) \quad \mathcal{J}_{\text{th}}(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \gamma_{\max}^{-1} H_1^{(-1)}(\varepsilon_{\min}^s, \varepsilon_{\text{abs}})$$

$$\mathcal{J}_{\text{kn}}(\varepsilon_1) = \frac{3}{8} \varepsilon_1 \exp(-\varepsilon_1 / \gamma_{\max}) \left\{ [\ln(2\varepsilon_1) + 1/2] \cdot \left[G_1^{(-1)}(\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}) + G_2^{(-1)}(\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}) \right] + G_1^{(2/3)}(\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}) + G_2^{(2/3)}(\varepsilon_1, \varepsilon_{\max}) \right\}$$

§ 81. Émissivité Compton inverse SSC

Pour assurer le passage continu de l'une à l'autre des formes de l'émissivité, on utilise la paramétrisation suivante,

$$(81.392) \quad \dot{n}(\epsilon_1) = \frac{dn(\epsilon_1)}{dt} = \frac{x^n \cdot \frac{dn^{\text{th}}(\epsilon_1)}{dt} + \frac{dn^{\text{kn}}(\epsilon_1)}{dt}}{1 + x^n} \quad \text{avec} \quad x = \gamma_{\text{max}} \epsilon_{\text{max}}^s \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Cette fonction admet bien entendu les comportements limites souhaités,

$$(81.393) \quad \frac{dn(\epsilon_1)}{dt} \rightarrow \begin{cases} \frac{dn^{\text{th}}(\epsilon_1)}{dt} & \text{si } x \ll 1 \quad (\text{Thomson}) \\ \frac{dn^{\text{kn}}(\epsilon_1)}{dt} & \text{si } x \gg 1 \quad (\text{Klein} - \text{Nishina}) \end{cases}$$

3. Production de paires

J'ai décrit de manière complète le processus de création de paires dans la seconde partie de ce manuscrit relative au modèle homogène. L'essentiel de ces calculs restent ici valables et peut être appliqué. Ainsi on utilisera le *taux de création de paires moyenné sur les angles* \mathcal{R}_{pp} défini, rappelons-le, comme (voir équation (30.121) page 69),

$$\mathcal{R}_{\text{pp}}(x) = c \int_{-1}^{\mu_{\text{crit}}} d\mu \frac{1-\mu}{2} \sigma(\beta) \quad , \quad \mu_{\text{crit}} = \max(-1, 1 - 2/x)$$

Le coefficient d'absorption relatif au processus de production de paires s'écrit alors

$$(81.394) \quad \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_1) = \frac{1}{c} \int d\epsilon_0 n_{\text{phot}}(\epsilon_0) \mathcal{R}_{\text{pp}}(\epsilon_0 \epsilon_1)$$

Faisant l'hypothèse qu'il est à peu près constant le long du rayon transverse du jet $r(z)$, on a

$$\tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_1) \approx r(z) \frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_1)$$

En supposant que la source de photons mous est le champ de rayonnement synchrotron, et en approchant le spectre différentiel en énergie de ce dernier par la relation

$$(81.395) \quad \frac{dn}{d\epsilon} = 4\pi \frac{2^{5/3} m_e e^2}{27 h^2 c} \frac{\pi r^2 n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{max}}^s} \right)^{-2/3}$$

on montre que l'opacité peut s'écrire

(81.396)

$$\frac{d}{d\ell} \tau_{\gamma\gamma}(\epsilon_1) = 4\pi \frac{2^{5/3} m_e e^2}{27 h^2 c^2} \frac{\pi r^2 n_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} (\epsilon_{\text{max}}^s)^{2/3} \Xi(\epsilon_1) \quad \text{avec} \quad \Xi(\epsilon_1) = \int d\epsilon_0 \epsilon_0^{-2/3} \mathcal{R}_{\text{pp}}(\epsilon_0 \epsilon_1)$$

où la fonction $\Xi(\epsilon_1)$ peut être évaluée numériquement et tabulée.

15

Évolution dynamique du faisceau inhomogène de paires

Plan du chapitre

1. Équations maîtresses du faisceau de paires	183
§ 82. Cadre relativiste de la description de la dynamique du fluide	183
§ 83. Équation de continuité sur l'évolution du nombre de particules	185
§ 84. Équation d'énergie	185
2. Description du chauffage turbulent & Mécanisme de variabilité	187

DANS CE CHAPITRE NOUS allons obtenir les équations qui permettent de décrire l'évolution spatio-temporelle des paramètres principaux du faisceau de paires, à savoir la densité totale en paires n'_e et l'énergie moyenne caractéristique des particules $\langle \gamma' \rangle$. Les quantités *primées* sont exprimées dans le référentiel au repos du plasma, les *non primées* dans le référentiel du trou noir.

1. Équations maîtresses du faisceau de paires

§ 82. Cadre relativiste de la description de la dynamique du fluide

L'approche développée par la suite consiste à considérer le faisceau de plasma constitué d'un très grand nombre de particules comme un fluide. On se propose de déterminer dans un premier temps les équations régissant l'évolution dynamique du fluide (densité et énergie). À cette fin, on se place dans le contexte de l'hydrodynamique relativiste (sans gravité) radiative (Mihalas & Weibel-Mihalas 1999). Les équations du mouvements du fluide sont contenues dans les équations

$$(82.397) \quad T^{\mu\nu}_{; \nu} = F^\mu$$

où $T^{\mu\nu}$ est le tenseur d'énergie-impulsion du fluide et F^μ le quadrivecteur force agissant sur celui-ci. Le tenseur d'énergie-impulsion s'écrit de manière générale (Mihalas & Weibel-Mihalas 1999; Landau & Lifschitz 1999),

$$(82.398) \quad T^{\mu\nu} = w' u^\mu u^\nu + p' g^{\mu\nu}, \quad \text{pour } \mu, \nu = 0, 1, 2, 3.$$

Dans l'équation précédente, $w' = e' + p'$ est la densité d'enthalpie, e' est la densité totale d'énergie de masse dans le référentiel comouvant du fluide, p' est la pression mesurée dans

ce même référentiel, $u^\mu = \Gamma_b(1, \boldsymbol{\beta}_b)$ est le quadrivecteur vitesse en unité c et $\Gamma_b = (1 - \boldsymbol{\beta}_b \cdot \boldsymbol{\beta}_b)^{-1/2}$ le facteur de Lorentz d'ensemble du fluide. Le tenseur $g^{\mu\nu}$ est le tenseur métrique, qui dans notre cas en l'absence de gravité s'identifie à la métrique de Mikowski d'un espace plat, où

$$(82.399) \quad g^{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu} - 2\delta^{\mu 0}\delta^{\nu 0}.$$

En particulier pour $u^\mu = (1, \mathbf{0})$, on vérifie que le tenseur d'énergie-impulsion s'écrit

$$(82.400) \quad T^{\mu\nu} = (w' - 2p')\delta^{\mu 0}\delta^{\nu 0} + p'\delta^{\mu\nu} = \text{diag}(e', p', p', p').$$

Toujours en l'absence de gravité, l'opérateur de dérivation covariante “ $_{;\alpha}$ ” s'identifie avec l'opérateur de dérivation partielle ordinaire noté “ $_{,\alpha}$ ” et dans ce cas, l'équation de conservation l'énergie impulsion s'écrit,

$$(82.401) \quad T^{\mu\nu}_{;\nu} = T^{\mu\nu}_{,\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\nu} T^{\mu\nu} = F^\mu$$

Dans l'expression précédente, $F^\mu = (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}/c, \mathbf{f}) = (d\epsilon/dt, \mathbf{f})$ est le *quadrivecteur densité de force*, \mathbf{f} étant la densité de force ordinaire agissant sur le fluide et $\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}$ le travail par unité de volume. Autrement dit, les composantes spatiales représentent la variation d'impulsion (toujours par unité de volume) et la composante temporelle la variation d'énergie mesurés dans le référentiel convenable (Mihalas & Weibel-Mihalas 1999).

Le tenseur d'énergie impulsion du fluide contient fondamentalement trois quantités remarquables, à savoir,

- le tenseur de flux d'impulsion, $T^{ij} = (e' + p')\beta_i\beta_j\Gamma_b^2 + p'\delta^{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3$
- le vecteur flux d'énergie, $T^{0j} = (e' + p')\beta_j\Gamma_b^2, \quad j = 1, 2, 3$
- la densité d'énergie totale, $T^{00} = (e' + p')\Gamma_b^2 - p' = e'\Gamma_b^2 + (\Gamma_b^2 - 1)p'.$

Comme indiqué précédemment, la conservation de l'énergie et de l'impulsion est obtenue en annulant la quadridivergence du tenseur énergie impulsion. Il faut adjoindre à cela une équation de continuité sur le nombre de particules obtenue en annulant cette fois la quadridivergence du quadrivecteur *flux de densité* $n^\nu = n'u^\nu = n'\Gamma_b(1, \boldsymbol{\beta}_b)$ où n' est la densité ordinaire de particule dans le référentiel propre du fluide. Malheureusement, comme en hydrodynamique classique, il existe une hiérarchisation des équations qui fait que ces équations ne se suffisent pas à elles-mêmes pour obtenir une description complète de la dynamique du fluide. Il faut donc ajouter une nouvelle contrainte pour *fermer* le système en décrivant les propriétés statistiques de la matière, *i.e.* en se donnant une *équation d'état* $p' = p'(n', e')$,

$$(82.402) \quad p' = (\hat{\gamma} - 1)(e' - n'm),$$

où m est la masse d'une particule et $\hat{\gamma}$ variant entre 4/3 (matière ultrarelativiste, valide pour les photons) et 5/3 (matière non relativiste) dépend implicitement du rapport $e'/n'm$. Donc, dans notre cas, l'équation d'état du fluide considéré comme ultrarelativiste sera,

$$(82.403) \quad p' = \frac{e'}{3} \quad \Rightarrow \quad w' = e' + p' = \frac{4e'}{3}.$$

Pour une distribution $dn' = (dn'/d\gamma')d\gamma' = n'(\gamma')d\gamma'$ quelconque en énergie des particules de masse m_e , on a

$$(82.404) \quad e' = n'_e \langle \gamma' \rangle m_e c^2 \quad \text{avec} \quad \langle \gamma' \rangle = \frac{1}{n'_e} \int d\gamma' \gamma' \frac{dn'}{d\gamma'} \quad \text{et} \quad n'_e = \int d\gamma' \frac{dn'}{d\gamma'}$$

Plus généralement, $\langle \gamma'^m \rangle = \frac{1}{n'_e} \int d\gamma' \gamma'^m \frac{dn'}{d\gamma'}$ et pour une distribution en pileup, le calcul des moments de la distribution donne,

$$(82.405) \quad \langle \gamma'^m \rangle = \frac{(n+2)!}{2} \gamma'_{\max}^m$$

§ 83. Équation de continuité sur l'évolution du nombre de particules

L'équation de continuité sur la densité de particules est obtenue à partir de la généralisation covariante de l'équation de continuité standard,

$$(83.406) \quad n^i_{,i} = (n' u^i)_{,i} = \dot{n}_{\text{prod}}$$

où $n^i_{,i}$ est le quadrivecteur courant de particules et \dot{n}_{prod} le taux de production de paires dans le référentiel lié au trou noir central. On montre facilement que celui-ci est simplement égal à au taux de production dans le référentiel au repos de l'élément de fluide \dot{n}'_{prod} du fait de l'invariance du quadrivolume infinitésimal $\delta\mathcal{V} = c\delta t\delta V = S(z)c\delta t\delta z$, où $S(z)$ est une section droite du jet à l'altitude z .

Afin de tenir compte de la géométrie particulière du problème, il convient d'intégrer l'équation précédente sur $\delta\mathcal{V}$. Il advient, formellement,

$$(83.407) \quad \mathcal{I} = \int_{\delta\mathcal{V}} \delta v (n' u^i)_{,i} = \int_{\delta\mathcal{V}} \delta v \dot{n}_{\text{prod}}$$

La première intégrale se calcule en transformant l'intégrale d'une divergence sur un hypervolume en intégrale sur une hyper-surface (Théorème de Green ou Gauss). On montre que dans ce cas on obtient (Voir annexe C)

$$(83.408) \quad \frac{\partial}{\partial t}(n^0 S) + \frac{\partial}{\partial z}(n^3 S) = \dot{n}_{\text{prod}} S$$

Pour une structure stationnaire ($\partial_t S = 0$) et un mouvement balistique ($\partial_t \beta_b = 0$), il vient

$$(83.409) \quad \frac{\partial}{\partial t} n' S \Gamma_b + \frac{\partial}{\partial z} (n' c \beta_b \Gamma_b S) = \dot{n}'_{\text{prod}} S$$

Hormis le terme Γ_b , cette équation est tout à fait analogue à celle obtenue dans le cadre non relativiste de la conservation du courant sur une tranche de jet (dont elle est la limite lorsque $\Gamma_b \rightarrow 1$). Elle peut être vue comme la résultante d'un effet de *contraction de Lorentz-Fitzgerald* le long du mouvement d'ensemble du fluide. Le volume de contrôle élémentaire d'intégration n'est alors pas Sdz mais $S\Gamma_b dz$. Nous introduirons pour la suite et par soucis de commodité le *courant* de particules $J_e = n' \beta_b \Gamma_b S$ ainsi que l'opérateur différentiel $D_{\beta_b} \cdot = \partial_t \cdot + c \beta_b \partial_z \cdot$ s'apparentant à la *dérivée lagrangienne* ou *particulaire*. Dans ce cas l'équation précédente peut se réécrire

$$(83.410) \quad \boxed{\frac{\partial}{\partial t} n' \beta_b \Gamma_b S + c \beta_b \frac{\partial}{\partial z} (n' \beta_b \Gamma_b S) = D_{\beta_b} J_e = \beta_b S \dot{n}'_{\text{prod}}}$$

§ 84. Équation d'énergie

Celle-ci va nous fournir l'évolution du facteur de Lorentz caractéristique de la distribution de particule. Elle s'obtient de la même façon que précédemment en intégrant la quadridivergence du tenseur énergie impulsion du fluide sur le quadrivolume infinitésimal $\delta\mathcal{V} = c\delta t\delta V = S(z)c\delta t\delta z$

$$(84.411) \quad T^j_{,i} = F^j$$

Pour une structure stationnaire, on obtient un système de deux équations aux dérivées partielles couplées ($j = 0$ ou 3),

$$(84.412) \quad \frac{\partial}{\partial t} T^{j0} + \frac{\partial}{\partial z} T^{j3} + T^{j3} \frac{\partial}{\partial z} \ln S = F^j$$

Le terme F^j est le quadrivecteur densité de force agissant sur le plasma exprimé dans le référentiel du trou noir. Pour l'exprimer en fonction de ces composantes F'^i dans le référentiel au repos du fluide, on applique la transformation de Lorentz entre ces deux référentiels décrite par,

$$(84.413) \quad F^i = \Lambda_j^i F'^j \quad \text{avec} \quad \Lambda_j^i = \begin{pmatrix} \Gamma_b & \Gamma_b \beta_b \\ \Gamma_b \beta_b & \Gamma_b \end{pmatrix}$$

On explicite alors chacune des composantes temporelle et spatiale projetée le long de l'axe du jet, et il vient,

$$(84.414) \quad \begin{cases} \frac{\partial}{c \partial t} T^{00} + \frac{\partial}{\partial z} T^{0z} + T^{0z} \frac{\partial}{\partial z} \ln S = \Gamma_b (F'^0 + \beta_b F'^z) \\ \frac{\partial}{c \partial t} T^{z0} + \frac{\partial}{\partial z} T^{zz} + T^{zz} \frac{\partial}{\partial z} \ln S = \Gamma_b (F'^z + \beta_b F'^0) \end{cases}$$

où

$$(84.415) \quad T^{00} = w' \Gamma_b^2 - p', \quad T^{0z} = T^{z0} = w' \beta_b \Gamma_b^2, \quad T^{zz} = w' \beta_b^2 \Gamma_b^2 + p'$$

Le terme de force F'^z peut être alors éliminé par soustraction moyennant la multiplication préalable de la seconde équation par β_b . Je rappelle que nous traiterons pas ici l'accélération d'ensemble du plasma. Nous supposons le mouvement balistique. Dans l'absolu, les expression des termes F'^z d'une part et la contribution de refroidissement due la fusée dans F'^0 d'autres part, sont donnés par (Phinney 1982). On obtient alors,

$$(84.416) \quad \frac{\partial}{c \partial t} T^{00} - \beta_b \frac{\partial}{c \partial t} T^{z0} + \frac{\partial}{\partial z} T^{0z} - \beta_b \frac{\partial}{\partial z} T^{zz} + (T^{0z} - \beta_b T^{zz}) \frac{\partial}{\partial z} \ln S = \frac{F'^0}{\Gamma_b}$$

Après quelques lignes de calcul, l'expression précédente peut se réduire à

$$(84.417) \quad J_e D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle + \langle \gamma' \rangle D_{\beta_b} J_e = \frac{\beta_b S F'^0}{m_e c}$$

où l'on aura utilisé les relations

$$(84.418) \quad e' = \langle \gamma' \rangle m_e c^2 n'_e \quad \text{et} \quad \beta_b \Gamma_b S e' = \langle \gamma' \rangle m_e c^2 J_e.$$

En injectant l'équation de continuité sur la densité de particules obtenue au paragraphe précédent, on a

$$(84.419) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle + \langle \gamma' \rangle \frac{D_{\beta_b} J_e}{J_e} = \frac{\beta_b S F'^0}{J_e m_e c} = \frac{c F'^0}{\Gamma_b n'_e m_e c^2} \Rightarrow D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle = \frac{c F'^0}{\Gamma_b n'_e m_e c^2} - \langle \gamma' \rangle \frac{\dot{n}'_{\text{prod}}}{\Gamma_b n'_e}$$

soit

$$(84.420) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle = \frac{1}{\Gamma_b n'_e m_e c^2} \left(c F'^0 - \langle \gamma' \rangle m_e c^2 \dot{n}'_{\text{prod}} \right)$$

Reste à expliciter clairement le terme source. F'^0 contient à priori tous les termes de chauffage ou de refroidissement des particules, à savoir les pertes radiatives (synchrotron et Compton inverses), le chauffage turbulent, sans oublier le chauffage par les photons gammas créés (énergie de masse déposée, échange entre le champ de photon et le plasma). Formellement on écrira

$$(84.421) \quad c F'^0 = d\epsilon' / dt' = Q'_{\text{turb}} + Q'_{\gamma\gamma} - Q'_{\text{rad}}$$

où en particulier $Q'_{\gamma\gamma} = m_e c^2 \dot{n}'_{\text{prod}}$ et $Q'_{\text{rad}} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{tot}} n'_e \langle \gamma'^2 \rangle m_e c^2$. Le terme source s'écrit alors

$$(84.422) \quad c F'^0 - \langle \gamma' \rangle m_e c^2 \dot{n}'_{\text{prod}} = Q'_{\text{turb}} - Q'_{\text{acc}} - Q'_{\text{rad}} \quad \text{où} \quad Q'_{\text{acc}} = (\langle \gamma' \rangle - 1) m_e c^2 \dot{n}'_{\text{prod}}$$

Q_{acc} représente l'énergie empruntée à la turbulence et nécessaire à accélérer les paires nouvellement créées et permettant de maintenir la distribution en énergie des particules hors équilibre et sous la forme d'une *pileup*. L'évolution de $\langle \gamma' \rangle$ s'écrit alors,

$$(84.423) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle = \frac{1}{\Gamma_b} \left(\eta(z, t) - \frac{\dot{n}'_{\text{prod}}}{n'_e} \langle \gamma' \rangle - \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{tot}} \langle \gamma'^2 \rangle \right)$$

où $\eta(z, t)$ est le *terme de chauffage turbulent*. Le terme $\dot{n}'_{\text{prod}}/n'_e$ peut s'écrire formellement $1/t'_{\text{prod}}$ représentant le temps caractéristique de production de paires mesuré dans le référentiel au repos du plasma. Le terme relatif au chauffage des paires dans l'équation d'énergie précédente peut alors être identifié à un terme d'échappement, de telle sorte que l'on écrira,

$$(84.424) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle = \frac{1}{\Gamma_b} \left[\eta(z, t) - \frac{\langle \gamma' \rangle}{t'_{\text{prod}}} - \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{tot}} \langle \gamma'^2 \rangle \right]$$

Le terme U_{tot} contient les densités d'énergie magnétique $U_B = B^2/8\pi$ et synchrotron effective $U_{\text{syn}}^{\text{eff}}$ impliqué respectivement dans le calcul des pertes par rayonnement synchrotron et Compton inverse. Par densité effective, on entend la densité de photons synchrotrons réellement impliqué dans la diffusion Compton inverse sous la coupure Klein-Nishina.

$$\begin{aligned} U_{\text{syn}}^{\text{eff}} &= \frac{1}{c} \oint \int d\nu d\Omega I_\nu(\nu) \\ &= \frac{4\pi}{c} \int_0^{\nu_{\text{abs}}} d\nu I_\nu^{\text{oe}}(\nu) + \frac{4\pi}{c} \int_{\nu_{\text{abs}}}^{h/\gamma'_{\text{max}} m_e c^2} d\nu I_\nu^{\text{om}}(\nu) \end{aligned}$$

On utilisant les expressions (76.336) et (77.341) respectivement page 174 et 175, il vient

$$(84.425) \quad U_{\text{syn}}^{\text{eff}} = \frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{2}{3} \gamma'_{\text{max}} m_e (\nu_{\text{abs}})^2 + \frac{\sqrt{3} e^2}{12 c^2} \frac{r n'_{\text{tot}}}{\gamma_{\text{max}}^2} (\nu_{\text{max}}^s)^2 [\zeta(h/\gamma'_{\text{max}} m_e c^2 \nu_{\text{max}}^s) - \zeta(\nu_{\text{abs}}/\nu_{\text{max}}^s)] \right\}$$

avec

$$(84.426) \quad \zeta(x) = \int_0^x du u I(u)$$

intégrale que l'on peut évaluer numériquement et tabuler.

2. Description du chauffage turbulent & Mécanisme de variabilité

Dans une approche simplifiée, nous avons supposé que les dépendances spatiales et temporelles du terme de chauffage turbulent peuvent être séparées et décrites par une loi de puissance selon l'altitude dans le jet z ,

$$(84.427) \quad \eta(z, t) = \eta_0(t) \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-\xi}$$

Nous avons vu dans la partie sur le modèle homogène que le mécanisme de production de paires peut aboutir à un véritable flash de paires. Dans ce dernier cas, l'explosion est stabilisée du fait que le plasma devient trop froid pour entretenir la production de paires. Dans un modèle où l'on prend en compte un mécanisme de chauffage, le problème est tout autre. Le plasma peut être maintenu suffisamment chaud pour entretenir une production non-linéaire de nouvelles particules et faire diverger le système (Henri & Pelletier 1991; Renaud 1999)

Mais physiquement, l'énergie assurant le chauffage n'est qu'en quantité finie. Le chauffage peut être ainsi maintenu suffisamment longtemps pour produire une explosion de paires mais un mécanisme de rétroaction est inévitable. Il faudra alors attendre que le réservoir d'énergie se

remplisse à nouveau suffisamment pour permettre au plasma de dépasser une nouvelle fois le seuil de création de paires.

Afin de tenir compte de cet effet de rétroaction, la variation temporelle du taux d'accélération $\eta_0(t)$ est paramétrée en supposant qu'il existe une source d'énergie alimentant la turbulence du jet MHD, qui joue le rôle d'un réservoir. Cette énergie est transférée au plasma relativiste et finalement dissipée sous forme de rayonnement. Le niveau de turbulence croît par injection d'énergie et décroît par le transfert aux particules relativistes. On écrira donc

$$(84.428) \quad \frac{d}{dt}\eta_0(t) = \frac{\mathcal{W}_{\text{turb}} - \mathcal{P}_{\text{jet}}}{\tau_{\text{turb}}}$$

où $\mathcal{W}_{\text{turb}}$ et τ_{turb} sont respectivement la densité d'énergie injectée dans la turbulence et le temps caractéristique du phénomène, \mathcal{P}_{jet} la puissance — ou la luminosité bolométrique — dissipée par le plasma qui peut s'écrire formellement,

$$(84.429) \quad \mathcal{P}_{\text{jet}} = \int_{\text{jet}} dz \frac{dL_{\text{tot}}}{dz} \quad , \quad L_{\text{tot}} = L_{\text{syn}} + L_{\text{CI}}$$

L'image que l'on peut se faire de cette description est celle d'une baignoire (le réservoir d'énergie) se remplissant avec un débit constant de $\mathcal{W}_{\text{turb}}/\tau_{\text{turb}}$ et se vidant à $\mathcal{P}_{\text{jet}}/\tau_{\text{turb}}$. La plus grosse inconnue ici est le mécanisme d'injection d'énergie dans la turbulence. Il peut résulter de la dissipation d'une instabilité dans le disque par exemple. $\mathcal{W}_{\text{turb}}$ et τ_{turb} sont des paramètres libres du modèles, tout comme l'indice ξ décrivant l'échelle de dissipation de la turbulence. À noter que la description (84.428) ne satisfait pas le principe de causalité, puisqu'une perturbation de $\eta_0(t)$ à la base du jet se répercute immédiatement sur l'ensemble de celui-ci. Pour résumer, il convient de résoudre le problème différentiel suivant auquel nous allons adjoindre des conditions limites (initiales et aux bords)

$$(84.430) \quad \left\{ \begin{array}{ll} D_{\beta_b} J_e = S\beta_b \dot{n}_{\text{prod}} & \text{(P1)} \\ D_{\beta_b} \langle \gamma' \rangle = \frac{1}{\Gamma_b} \left(\eta_{\text{eff}}(z, t) - \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{tot}} \langle \gamma'^2 \rangle \right) & \text{(P2)} \\ \eta_{\text{eff}}(z, t) = \eta_0(t) \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-\xi} - \frac{\langle \gamma' \rangle}{t_{\text{prod}}} & \text{(P3)} \\ \frac{d}{dt} \eta_0(t) = \frac{\mathcal{W}_{\text{turb}} - \mathcal{P}_{\text{jet}}}{\tau_{\text{turb}}} & \text{(P4)} \end{array} \right.$$

Renaud (1999) a mis en évidence qu'un tel système pouvait présenter suivant les conditions initiales un comportement chaotique. Le système (84.430) est très fortement non-linéaire. Le terme source de création de paires dépend fortement du champ de rayonnement dépendant lui-même de manière compliquée des paramètres n'_e et γ'_{max} . Le système reproduit le comportement d'un système proies/prédateurs entre l'énergie disponible dans la turbulence et les paires, le tout étant supporté par le champ de photons.

16

Résultats

Plan du chapitre

1. Problème stationnaire.....	189
§ 85. <i>Problème différentiel stationnaire</i>	189
§ 86. <i>Indice radio dans le régime asymptotique</i>	191
§ 86.1. <i>Profil d'évolution du facteur de Lorentz caractéristique</i>	191
§ 86.2. <i>Conséquence sur le spectre radio et indice radio asymptotique</i>	192
§ 87. <i>Application</i>	194
§ 87.3. <i>Construction du spectre en régime stationnaire</i>	194
§ 87.4. <i>Application à Markarian 501</i>	194
§ 88. <i>Production des paires et conditions initiales</i>	196
2. Solution dépendante du temps	198
§ 89. <i>Mise en œuvre numérique</i>	198
§ 90. <i>Exemple numérique</i>	199

DANS CE CHAPITRE nous allons exposer la mise en œuvre numérique du modèle inhomogène dépendant du temps ainsi que quelques applications.

1. Problème stationnaire

§ 85. Problème différentiel stationnaire

Avant de passer à l'étude du problème complet dépendant du temps, il est utile de considérer les propriétés des solutions stationnaires associées. Dans le cas stationnaire, le système dynamique (84.430) se réduit à un système de deux équations différentielles ordinaires couplées,

$$(85.431) \quad \begin{cases} c \frac{d}{dz} J_e &= S \dot{n}_{\text{prod}} & \text{(P'1)} \\ c \frac{d}{dz} \langle \gamma' \rangle &= \frac{1}{\Gamma_b \beta_b} \left[\eta_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-\xi} - \frac{\langle \gamma' \rangle}{t'_{\text{prod}}} - \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{tot}} \langle \gamma'^2 \rangle \right] & \text{(P'2-3)} \end{cases}$$

La condition (P4) de (84.430) conduit à $\eta_0(t) = \eta_0$ et

$$\mathcal{W}_{\text{turb}} = \mathcal{P}_{\text{jet}} \quad \text{(P'4)}$$

L'hypothèse de stationnarité conduit à convertir entièrement l'énergie dissipée dans la turbulence en rayonnement via le chauffage des particules. Reste à adjoindre à (85.431) des conditions aux limites convenables.

• **Conditions aux limites.** Pour cela on prescrit pour la première équation une densité initiale donnée $n_e(z_0)$ où z_0 est l'échelle minimale du jet. Pour la seconde équation, il faut prescrire la valeur du taux de turbulence η_0 (On supposera de plus qu'en z_0 on a $t'_{\text{prod}} \rightarrow \infty$) ; la valeur initiale de $\langle \gamma' \rangle$ ou de manière équivalente γ'_{max} est obtenue en résolvant l'équation suivante, qui exprime que le plasma est en quasi-équilibre entre chauffage et refroidissement :

$$(85.432) \quad \eta_0 - \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c} U_{\text{syn}} \left(1 + \frac{U_{\text{ci}}}{U_{\text{syn}}} \right) \langle \gamma'^2 \rangle = 0$$

Du fait de la non linéarité de la densité d'énergie du champ de photons synchrotrons U_{syn} en fonction de $\langle \gamma'^2 \rangle$, l'équation précédente est *a priori* transcendante et nécessite un traitement numérique afin d'en déterminer la racine $\langle \gamma'^2 \rangle(z_0)$. Dans le cas $U_{\text{ci}} \ll U_{\text{syn}}$, on peut estimer $\langle \gamma'^2 \rangle$ en fonction de η_0 et de la valeur du champ magnétique B_0 en z_0 à l'aide de la relation

$$(85.433) \quad \langle \gamma'^2 \rangle(z_0) = \frac{6\pi m_e c^2}{\sigma_{\text{th}}} \frac{\eta_0}{B_0^2}$$

Cette dernière valeur approchée sert typiquement à initialiser la routine numérique de recherche de racine de l'équation (85.432) précédente.

Chaque pas de temps calculé nécessite le calcul des quantités radiatives différentielles (spectrales) afin de permettre le calcul du taux de production de paires nécessaire à l'équation d'évolution sur la densité de particules. Ceci justifie donc la nécessité d'avoir déterminé des approximations (semi-)analytiques des différentes quantités relatives à l'émission synchrotron et Compton inverse comme pour le calcul de l'opacité à la production de paires afin de gagner le maximum de temps de calcul.

Comme tout modèle, celui-ci dépend d'un certain nombre de paramètres. Ceux-ci sont résumés à la figure 91 page 198. Pour une simulation donnée, il est nécessaire d'adjoindre à ceux-ci les conditions initiales du système stationnaire, à savoir les valeurs de $n'_e(z_0)$ et $\gamma'_{\text{max}0}$.

Le système différentiel est résolu à l'aide d'un intégrateur numérique permettant la résolution de *problèmes raides*. On effet, dans les phases d'intenses production de paires, le terme source de création de paires peut conduire à l'apparition de forts gradients. L'ensemble des équations est *dédimensionnalisé*, les variables spatiales sont exprimées en unité du *rayon de Schwarzschild* r_s

$$r_s = \frac{2GM_{\text{tn}}}{c^2} \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ cm} \left(\frac{M_{\text{tn}}}{10^8 M_{\odot}} \right)$$

dont la valeur dépend de la masse de l'objet centrale M_{tn} . De la même façon, les divers temps caractéristiques sont exprimés en unité de r_s/c .

On se donne pour commencer une structure géométrique du jet ainsi qu'un champ magnétique. Les estimations de la valeur de ce dernier peuvent être faites en ordre de grandeur de la même manière que pour le modèle homogène, en considérant la position en fréquence des maxima synchrotron et Compton inverse. Au facteur de Lorentz près, que l'on suppose fixé et que l'on se donne par avance, et à l'aide de la relation (85.433), on obtient un système de deux équations à deux inconnues qui sont η_0 et B_0 . Les paramètres de l'ouverture du jet sont contraints comme nous allons le voir dans la section suivante par les valeurs asymptotiques de la pente radio. Les valeurs minimales z_0 et maximales z_{max} de l'altitude dans le jet sont fixées de manière arbitraire. Elle doivent être suffisantes pour permettre la production de paires, qui se fait généralement dans les régions proches du trou noir dans les premières centaines de rayon de Schwarzschild. On choisit généralement des valeurs de z_{max} de l'ordre de $10^3 r_s$ qui sont suffisantes pour reproduire l'essentiel du spectre. La taille initiale transverse r_0 du jet contrôle la compacité de la source, et donc à travers elle, l'opacité à la production de paires et le rapport de luminosité Compton inverse.

§ 86. Indice radio dans le régime asymptotique

Un résultat direct obtenu d'après cette étude, est la prédiction de la forme du spectre dans le domaine radio (et en particulier la valeur de l'indice de la loi de puissance généralement observée) en fonction des paramètres d'ouverture du jet et de décroissance de la valeur du champ magnétique. Ce résultat peut être déduit en considérant un régime asymptotique du modèle. En effet, pour des questions d'opacité, les régions responsables de l'émission basse fréquence se trouvent à grande distance dans le jet. C'est l'une des raisons expliquant l'impossibilité des modèles homogènes de reproduire cette partie du spectre.

Jusqu'ici, l'explication proposée tenait au fait que dans le cas d'une distribution de particules en loi de puissance $n(\gamma) \propto \gamma^{-p}$, $\gamma_{\min} < \gamma < \gamma_{\max}$, le spectre synchrotron résultant est selon la théorie standard, lui-même en loi de puissance $\nu^{-\alpha}$ et dont l'indice est égal dans ce cas à $\alpha = (1 - p)/2$. Mais encore faut-il justifier physiquement la formation d'une distribution en énergie des particules en loi de puissance, ce qui est valide dans le cas d'accélération de type Fermi du 1er ordre dans les chocs. Dans notre cas, la forme du spectre radio dépend seulement des paramètres géométriques et de la configuration du champ magnétique, et en aucun cas de la physique de l'accélération à l'oeuvre dans le jet et ne présuppose pas la forme du spectre en énergie de la distribution des particules.

§ 86.1. Profil d'évolution du facteur de Lorentz caractéristique

Moyennant quelques hypothèses, le système stationnaire (85.431) peut se simplifier de manière considérable. On supposera, qu'au delà d'une certaine altitude z_c dans le jet,

- (h1) la production de paires est négligeable
- (h2) ces dernières se refroidissent essentiellement par émission synchrotron
- (h3) le mouvement d'ensemble peut être considéré comme balistique.

La condition de stationnarité adjointe aux hypothèses (h1) et (h3) aboutissent à la conservation du courant de particules J_e le long de $z > z_c$, à savoir,

$$(86.434) \quad J_e = \beta_b \Gamma_b S n_e = \text{cste} \implies n_e(z) \propto r(z)^{-2} \propto z^{-2\omega}$$

où ω est l'indice de la loi de puissance de l'ouverture du jet dans le domaine de z considéré. Nous allons étudier deux cas limites différents, premièrement le cas où le chauffage est négligeable et deuxièmement où il ne l'est pas.

- **Le chauffage est négligeable.** L'équation d'énergie (84.424) s'écrit alors,

$$(86.435) \quad \frac{d\gamma}{dz} = -\frac{1}{6\pi \beta_b \Gamma_b} \frac{\sigma_{\text{th}}}{m_e c^2} B_0^2 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{-2\lambda\omega} \gamma^2 \propto -z^{-2\lambda\omega} \gamma^2$$

où γ est le facteur de Lorentz caractéristique maximal de la distribution. Cette équation différentielle ordinaire se résout sans difficulté, de tel sorte que l'on obtient dans le cas $\lambda\omega \neq 1/2$

$$(86.436) \quad -\frac{d\gamma}{\gamma^2} \propto z^{-2\lambda\omega} dz = \frac{d(z^{1-2\lambda\omega})}{1-2\lambda\omega} \implies \frac{1}{\gamma} \propto \frac{z^{1-2\lambda\omega}}{1-2\lambda\omega} + \text{cste}$$

Si $\lambda\omega = 1/2$ la solution n'est plus elle même une loi de puissance mais admet un profil logarithmique,

$$(86.437) \quad -\frac{d\gamma}{\gamma^2} \propto \frac{dz}{z} = d \ln z \implies \frac{1}{\gamma} \propto \ln z + \text{cste}$$

Moyennant quelques manipulations algébriques il vient,

$$(86.438) \quad \gamma(z) = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B} + \frac{1}{z^{2\lambda\omega-1}}} \longrightarrow \begin{cases} \gamma_\infty = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} & \text{si } \lambda\omega > 1/2, \\ z^{2\lambda\omega-1} & \text{si } \lambda\omega < 1/2. \end{cases}$$

que l'on peut mettre sous la forme générale,

$$(86.439) \quad \gamma(z) \propto z^{-\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda\omega \geq 1/2, \\ 1 - 2\lambda\omega & \text{si } \lambda\omega \leq 1/2, \end{cases}$$

Dans le cas $\lambda\omega = 1/2$ on a,

$$(86.440) \quad \gamma(z) = \frac{1}{\mathcal{A} + \mathcal{B} \ln z}$$

• **Le chauffage n'est plus négligeable.** Dans ce cas, en ayant négligé la production de paires, le chauffage tend à équilibrer les pertes (à un ε près). On a directement au premier ordre, à partir de (84.424), en ayant exprimé les dépendances en z

$$(86.441) \quad \langle \gamma' \rangle \approx \mathcal{A} \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-(\xi - 2\lambda\omega)/2} \quad \text{avec} \quad \mathcal{A}^2 = 6\pi \frac{m_e c}{\sigma_{th}} \frac{\eta_0}{B_0^2}$$

Comme dans le paragraphe précédent, on peut écrire,

$$(86.442) \quad \gamma(z) \propto z^{-\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\xi - 2\lambda\omega}{2}$$

Discutons maintenant les conséquences sur le spectre radio.

§ 86.2. Conséquence sur le spectre radio et indice radio asymptotique

Pour évaluer le spectre synchrotron, on remarquera que pour une distribution en énergie donnée de particules, celle-ci rayonnent essentiellement à la fréquence $\nu_{\max} = 0.29 \cdot (3\Omega_s/4\pi)\gamma^2$ où γ est le facteur de Lorentz individuel maximal de la distribution et Ω_s la fréquence gyro-synchrotron classique $\Omega_s = eB/m_e c$ en unité cgs. (d'autant plus vrai que la distribution est étroite). La luminosité différentielle d'une tranche de jet comprise entre z et $z + dz$ vaut alors

$$(86.443) \quad \frac{dL}{d\nu dz} = \frac{dL}{dz} \delta(\nu - \nu_s^{\max}(z))$$

où $\frac{dL}{dz}$ est la puissance synchrotron dissipée par la même tranche de jet de section $S(z)$, que l'on écrira,

$$(86.444) \quad \frac{dL}{dz} = \frac{c\sigma_{th}}{6\pi} B^2(z) \gamma^2(z) S(z) n_e(z)$$

Le spectre global de l'objet sera alors construit par une convolution du spectre individuel de chaque tranche de jet,

$$(86.445) \quad \left. \frac{dL}{d\nu} \right|_{\nu \leq \nu_c} = \int_{z \geq z_c} dz \frac{dL}{d\nu dz} = \int_{z \geq z_c} dz \frac{dL}{dz} \delta(\nu - \nu_{\max}(z))$$

Ce calcul s'apparente à celui-ci du spectre multi-température d'un disque d'accrétion. La dépendance de la fréquence maximale synchrotron en fonction de la seule altitude $z > z_c$ est donnée par,

$$(86.446) \quad \nu_{\max}(z) = 0.29 \times \frac{3\Omega_s(z)}{4\pi} \gamma^2(z) \propto B(z) \gamma^2(z) \propto z^{-(\lambda\omega + 2\varepsilon)}$$

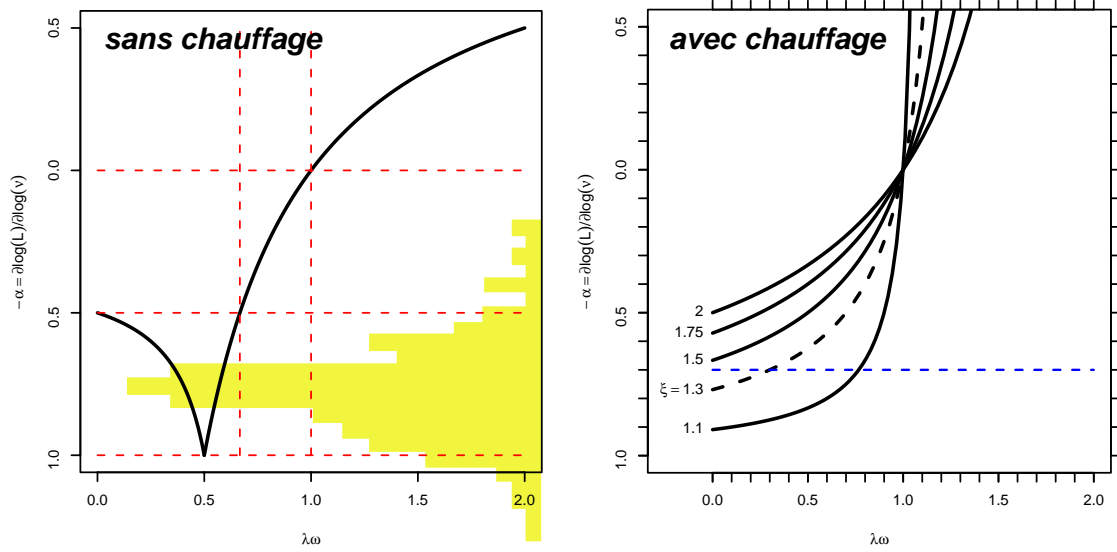


Fig. 86. Valeur de l'indice de la loi de puissance décrivant la forme du spectre radio lointain. À gauche dans le cas où le chauffage est négligeable, en fonction de la valeur de l'indice de décroissance du champ magnétique le long du jet. L'histogramme gris représente la distribution de ces mêmes indices radio mesurés pour un échantillon d'AGNs (radio-sources et quasars, d'après Kellermann, ApJ 146, 621-633 (1966)). À droite dans le cas où chauffage n'est plus négligeable.

et de même pour la puissance émise,

$$(86.447) \quad \frac{dL}{dz} \propto z^{-2(\lambda\omega + \epsilon)}$$

Enfin, en intégrant la fonction δ sur z , il vient

$$(86.448) \quad \left. \frac{dL}{d\nu} \right|_{\nu \leq \nu_c} = \int_{z \geq z_c} dz \frac{dL}{d\nu dz} \propto \nu^{-\frac{1-\lambda\omega}{\lambda\omega+2\epsilon}} = \nu^{-\alpha}$$

avec

$$(86.449) \quad \begin{aligned} &\bullet \text{ chauffage négligeable} & \alpha &= \begin{cases} \frac{1}{\lambda\omega} - 1 & \text{si } \lambda\omega > 1/2, \\ \frac{1-\lambda\omega}{2-3\lambda\omega} & \text{si } \lambda\omega < 1/2, \end{cases} \\ &\bullet \text{ chauffage non négligeable} & \alpha &= \frac{1-\lambda\omega}{\xi - \lambda\omega} \end{aligned}$$

Ainsi, dans notre modèle tel que nous l'avons décrit dans ces quelques pages, on s'attend à ce que le spectre radio soit décrit simplement par une loi de puissance dont la valeur de l'indice (autrement dit la *pente radio*) de celui de la décroissance du champ magnétique moyen le long du jet $\lambda\omega$ d'une part et de celui de la turbulence d'autre part.

J'ai représenté sur la figure 86 la valeur de α en fonction de $\lambda\omega$. Dans le cas où le chauffage est négligeable, on voit que la courbe n'est pas continue et admet un point de rebroussement de première espèce au point $\lambda\omega = 0.5$. Ainsi, des mêmes valeurs de α comprises entre 0.5 et 1.0 peuvent-être obtenues à partir de deux $\lambda\omega$ différents, mettant un poids statistique plus important aux valeurs comprises dans cet intervalle. Il est amusant de remarquer que la

distribution des valeurs de pentes radio faites à partir d'observations d'échantillon de radio-galaxies montrent un maximum pour $\alpha \approx 0.7$. Pour illustrer ceci, j'ai superposé toujours sur la figure 86 la distribution historique de Kellermann (1966) de ces indices. Ici, les valeurs des pentes radio trouvent naturellement leur explication dans la géométrie même du jet. L'ouverture du jet contrôle à la fois la densité de particules ainsi que leur refroidissement. Dans le cas où le chauffage n'est pas négligeable, la pente radio dépend alors aussi de la valeur de l'indice ξ de décroissance de la turbulence.

§ 87. Application

§ 87.1. Construction du spectre en régime stationnaire

De manière générale, en régime optiquement mince, le flux différentiel d'une tranche de jet comprise entre z et $z + dz$ est donné par

$$(87.450) \quad \frac{dF_\nu(\nu)}{dz} \approx \delta^3 \frac{(1+z)}{d_\ell^2} \pi r(z) I'_{\nu'}(\nu') \quad \text{avec} \quad \nu = \frac{\delta}{1+z} \nu'$$

ou en terme de taux de production de photons par bande de fréquence,

$$(87.451) \quad \frac{dF_\nu(\nu)}{dz} \approx \frac{h\nu'}{4\pi} \delta^3 \frac{(1+z)}{d_\ell^2} \pi r^2(z) \dot{n}'(\nu')$$

Formellement, le spectre complet peut s'écrire,

$$(87.452) \quad \boxed{\frac{dF_\nu(\nu)}{dz} = \left[\frac{dF_\nu(\nu)}{dz} \right]_{\text{syn}} \cdot \mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{syn}}(\nu'; z) + \left[\frac{dF_\nu(\nu)}{dz} \right]_{\text{ci}} \cdot \mathcal{C}_{\text{abs}}(\nu'; z) \cdot \mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{ext}}(\nu'; z)}$$

où $\mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{syn}}$ est le *coefficient d'absorption synchrotron* calculé à partir de *profondeur optique synchrotron* τ'_{syn} (voir équation 77.344 page 175),

$$(87.453) \quad \mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{syn}}(\nu'; z) = \frac{1 - e^{-\tau'_{\text{syn}}(\nu'; z)}}{\tau'_{\text{syn}}(\nu'; z)}$$

\mathcal{C}_{abs} est le coefficient d'atténuation dû à la création de paires intrinsèque à la source et calculé de manière analogue à celle développée dans la partie concernant le modèle homogène

$$(87.454) \quad \mathcal{C}_{\text{abs}}(\nu'; z) = \left(\frac{1 - e^{-\tau'_{\gamma\gamma}(\nu'; z)}}{\tau'_{\gamma\gamma}(\nu')} \right) e^{-\tau'_{\gamma\gamma}(\nu')}.$$

où $\tau'_{\gamma\gamma}$ est l'épaisseur optique différentielle relative au processus de production de paires (équation 81.396 page 181). Quant à $\mathcal{C}_{\text{abs}}^{\text{ext}}$, il rend compte de l'absorption par le fond infrarouge.

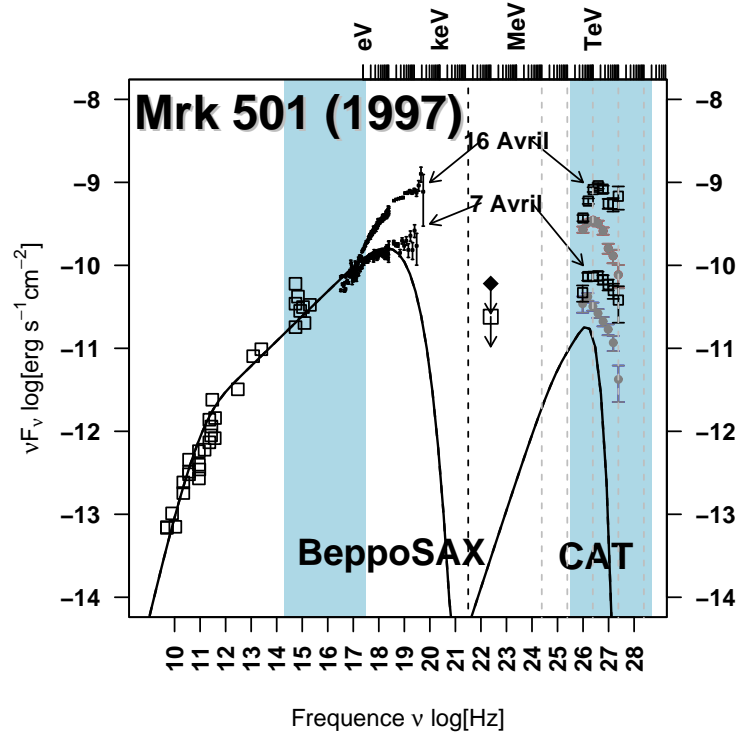
§ 87.2. Application à Markarian 501

Un exemple d'ajustement de la distribution spectrale en énergie de Markarian 501 est donné à la figure 87. Le code dispose d'une fonctionnalité de minimisation de χ^2 lui permettant, à partir d'une solution de référence, de converger vers une distribution spectrale en énergie dont on se donne la position en fréquence et en flux des maxima de chacune des composantes (4 contraintes). Le code a la possibilité de choisir 4 paramètres laissés libres, à savoir la densité initiale en particules $n'_e(z_0)$, le niveau de turbulence η_0 , la masse du trou noir M_{tn} et la valeur B_0 du champ magnétique en z_0 . La méthode numérique utilisée ici est dite "*downhill simplex method*" (voir Press & et al. 1992 pour les détails) qui s'est avérée être particulièrement efficace en terme de rapidité.

Cette méthode a été testée sur l'objet Markarian 501, toujours à partir des points de la campagne d'Avril 1997. La recherche de minimum s'est faite sur un état supposé moyen. Il

Fig. 87. Ajustement de Markarian 501 de la radio au TeV

M_{tn}	(M_{\odot})	$8.2 \cdot 10^9$
B_0	(G)	1.37
λ		1
z_0	(r_s)	10
z_{max}	(r_s)	$5 \cdot 10^8$
ω_1		0.3
ω_2		0.3
z_g	(r_s)	10^3
ξ		1.3
Γ_b		6
$n_e(z_0)$		$6.5 \cdot 10^{-6}$
η_0		$1.2 \cdot 10^6$



est important d'insister sur le fait que notre modèle stationnaire ne peut *a priori* que s'appliquer à des luminosités moyennées dans le temps ; les états transitoires (éruptions) ne peuvent être correctement décrits que par un modèle dépendant du temps.

Dans ces simulations, les indices d'ouverture du jet sont supposés constants. Il sont contraints, comme nous l'avons montré précédemment, par la pente radio et l'efficacité du chauffage (via l'indice ξ). La pente radio est d'environ 0.3 en νF_ν (soit un α de 0.7). Pour un ξ valant 1.3 la relation (86.448) impose $\epsilon = 0.35$ soit $\omega = 0.3$ pour $\lambda = 1$. La valeur de $z_{\text{max}} = 5 \cdot 10^8$ est contrainte par la coupure radio basse fréquence (10^{11} Hz). La taille transverse est dé-dimensionnée à r_s et sa valeur dépend donc de la masse du trou noir. Cette taille contrôle à la fois l'efficacité du processus Compton inverse et l'opacité. La dynamique d'ensemble du jet autrement dit Γ_b , est fixé. Comme je l'ai souligné dans la partie précédente, le caractère inhomogène des simulations permet de considérer des valeurs relativement faibles du facteur de Lorentz, ici j'ai choisi 6. Dans ce cas, nous obtenons les paramètres reportés dans la légende de la figure 87. L'ajustement des données radio est remarquable. La position des maxima des pics synchrotrons et Compton inverse paraît un peu faible. Elles dépendent essentiellement de la valeur de η_0 . Pour des valeurs plus grandes que celles considérées ici, le système ne semble pas converger à cause d'une production de paires trop intense. La luminosité Compton inverse est elle aussi plutôt faible, mais comme indiqué auparavant, il paraît difficile de décrire des états de *flares* à l'aide d'un modèle stationnaire, et il faudrait plutôt la comparer à la luminosité moyenne dans le temps, qui n'est pas une quantité facile à évaluer. En effet les campagnes d'observation ne sont pas continues et sont souvent déclenchées par l'observation de sursauts en rayons X, ce qui biaise la comparaison en faveur des états de haute luminosité.

§ 88. Production des paires et conditions initiales

Nous venons de voir qu'il existe des conditions initiales $(n'_e(z_0), \eta_0)$ pour lesquelles la production de paires est intense, voire catastrophique. Pour mettre en évidence ces conditions particulières, il convient de représenter par exemple, la puissance radiative du jet en fonction des paramètres $(n'_e(z_0), \eta_0)$.

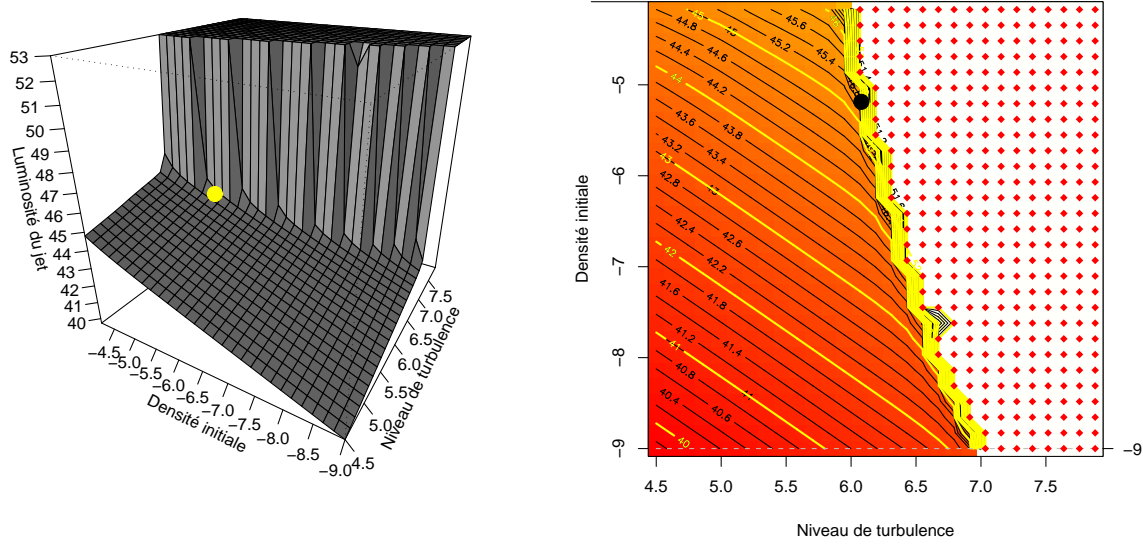
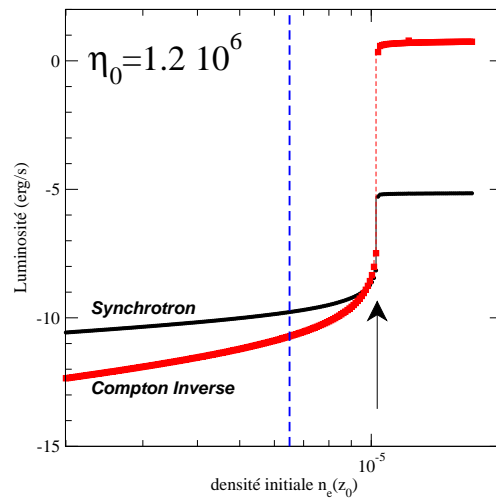


Fig. 88. Luminosité du jet en fonction des conditions initiales $(n'_e(z_0), \eta_0)$ pour les paramètres géométriques donnés figure 87. Les deux représentations sont équivalentes (l'une en trois dimensions, la seconde en carte de contours). La densité ou le niveau de turbulence augmentant, la luminosité augmente graduellement elle aussi, jusqu'à dépasser un seuil critique emballant la production de paires qui peut devenir catastrophique. Les points parsemant la zone claire de la figure de droite figure les zones pour lesquelles l'intégrateur ne peut plus suivre et retourne une erreur, les gradients devenant trop forts. Les points correspondent à la solution précédente de la figure 87.

Fig. 89. Représentation d'une tranche de la surface des paramètres pour $\eta_0 = \text{cste}$. Plutôt que de représenter la luminosité totale, on aura représenté la luminosité individuelle de chacune des composantes de rayonnement. La verticale trietée correspond à la densité considéré dans la simulation précédente.



Le résultat d'une telle simulation est donné figure 88. La luminosité augmente graduellement avec la densité ou le niveau de turbulence, le plasma étant soit plus dense, soit plus chaud, soit

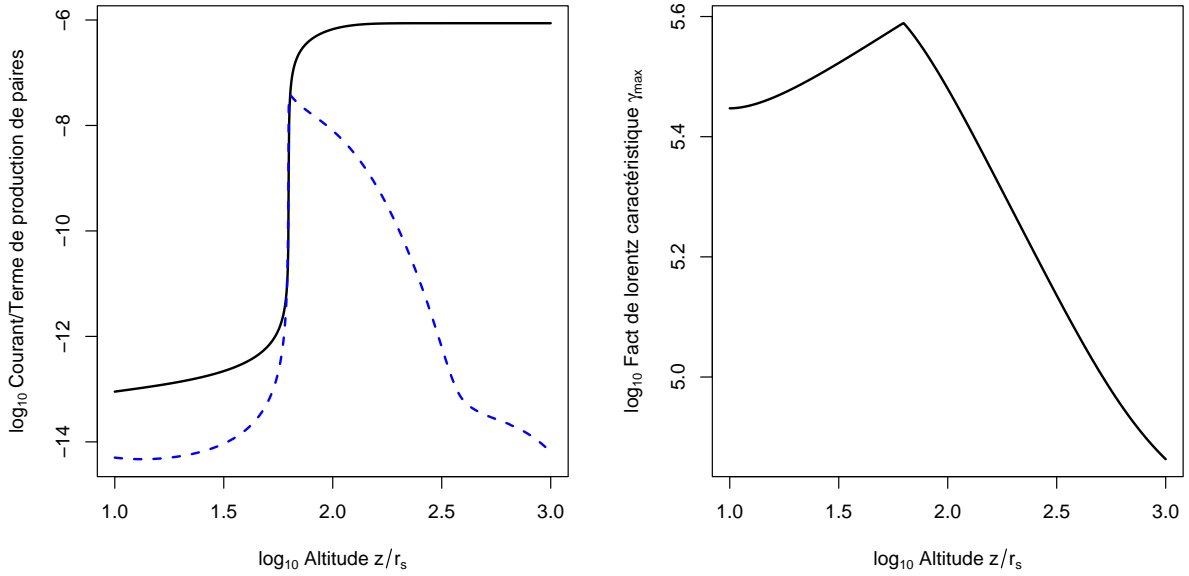


Fig. 90. Exemple de solution stationnaire avec création de paires intense. À gauche en trait plein, courant de particules en fonction de z et en trait discontinu terme de production de paires. À droite, évolution du facteur de Lorentz caractéristique γ'_{\max} .

les deux par le processus de création de paires. À certains endroits, ce processus s'emballe, conduisant à une explosion de paires, figurée par le mur abrupt sur la surface. Il arrive que pour certains jeux de paramètres, l'intégrateur numérique ne converge pas, les gradients devenant si forts qu'ils s'apparentent à des discontinuités.

Ce phénomène est encore plus clair si l'on considère une tranche de cette surface des paramètres comme représenté sur la figure 89. Plutôt que de représenter la luminosité bolométrique totale, j'ai distingué chacune des composantes de rayonnement. La tangente verticale y apparaît clairement

Leur traitement pose alors de sérieux problèmes. Une solution consisterait à les traiter comme des véritables chocs. Cette solution est envisagée dans une version ultérieure du code. De plus, dans la version dépendante du temps, les problèmes posés par la propagation de tels fronts sont ardues. On sait que les intégrateurs numériques supportent mal ce type de situation. La solution retenue pour pallier à cela est la convolution en z avec un profil gaussien de largeur $r(z)$, le rayon du jet. Cette solution mime une diffusion des paires sur le rayon transverse du jet, ce qui est d'ailleurs d'un point de vue physique plus satisfaisant. En effet, le problème du jet tel que nous le traitons ici est à une dimension spatiale z , et du même coup les paires créées le sont au même endroit. Il faut en fait considérer que les gammas se propagent sur une échelle de l'ordre de $r(z)$. Donc, à moins de considérer le problème beaucoup plus compliqué à 3 ou tout au moins 2 dimensions, la convolution s'avère être un bon compromis.

Un exemple de solution stationnaire dans le cas de production de paires intense est donné à la figure 90. Dans les premiers z , le chauffage des paires permet d'augmenter γ'_{\max} et d'augmenter

graduellement, mais de manière sereine, la production de paires et par cascade le courant. Aux alentours de $60 r_s$, le processus s'emballe, la production de paires explose sur quelques r_s et le plasma devient de plus en plus dense. Les pertes radiatives augmentent dans le même temps, assurant un refroidissement efficace des paires, permettant au système de repasser sous le seuil de création et de se stabiliser.

Il s'avérait que dans la version précédente du code, développée rappelons-le pour une distribution en énergie des particules en loi de puissance, l'explosion de paires n'atteignait jamais des niveaux aussi extrêmes. Nous avons conclu que ce caractère extrême de la production de paires tenait justement en la forme de la distribution. Une pileup est assimilable à distribution mono-énergétique. Il en résulte que les distributions de photons basses et hautes énergies sont elles aussi relativement étroites. Par conséquent les photons participent quasiment tous en même temps au processus de création de paires, tandis que pour une loi de puissance, ceux-ci sont répartis sur une dynamique plus au moins importante. Ceci explique la soudaineté et la violence du mécanisme.

Trou noir, disque		M_{in}	Masse
		\dot{M}	Taux d'accrétion
		r_i, r_e	Rayon intérieur, extérieur
Jet	Structure géométrique	z_0, z_{max}	Echelle des altitudes
		r_0	Taille transverse initiale
		$\omega_1 \omega_2 z_g$	Ouverture (indices, altitude du changement)
	Champ magnétique	B_0	Valeur du champ en z_0
		λ	Indice de décroissance
	Dynamique	Γ_b	Facteur de Lorentz d'ensemble
Turbulence		ζ	Indice de décroissance de la turbulence
		W_{turb}	Puissance injectée dans la turbulence
		τ_{turb}	Temps caractéristique d'évolution

Fig. 91. Listes des paramètres pertinents du modèle inhomogène

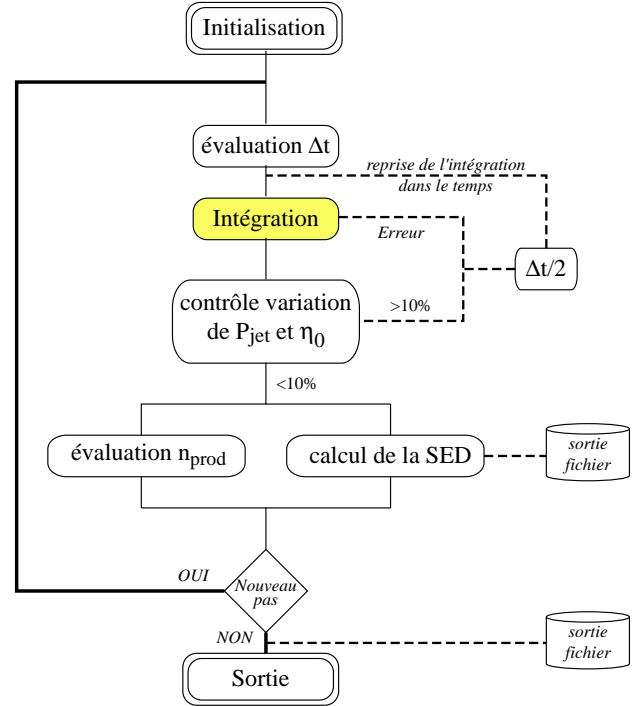
Les solutions à l'intérieur ou très proche du mur sont donc hautement instables. On peut espérer que, une fois injectées dans le code dépendant du temps, leur évolution conduit à une situation de comportement fortement variable. Du fait du mécanisme de rétroaction, il est peu probable que le système explore les zones où l'intégrateur ne converge pas. Nous allons maintenant discuter de la mise en œuvre de la version dépendante du temps du code. Celle-ci ne s'est pas faite *sans douleur*, j'ai dû faire face à un certain nombre de difficultés numériques inhérentes encore une fois à la dynamique particulière d'un plasma de paires distribué sous la forme d'une pileup.

2. Solution dépendante du temps

§ 89. Mise en œuvre numérique

La seconde étape consiste donc à la résolution numérique du système cette fois ci dépendant du temps (84.430). La résolution de celui-ci est assurée par une routine numérique de la bibliothèque MAG, résolvant un système d'équations aux dérivées partielles par la méthode des lignes, similaire à celui que j'ai implémenté pour le modèle homogène. À l'heure actuelle, le code souffre encore

Fig. 92. Organigramme de la résolution du code dépendant du temps



de problèmes numériques. Les solutions à forts gradients causent de fortes instabilités et font diverger l'intégrateur. L'équation de rétroaction sur le niveau de turbulence (équation (P4) de 84.430 page 188) est résolue à chaque pas, autrement dit, la valeur η_0 est réévaluée en début de pas et est conservée constante entre deux pas de calculs. L'extrême sensibilité du terme de production de paires aux conditions initiales, a lui aussi posé problème. Il s'est avéré que l'intégrateur ne pouvait pas converger dans un temps raisonnable entre deux pas temporels du fait de cette sensibilité dans les étapes de prédictions/corrections. Pour remédier à cela, le terme de production de paires est gardé constant entre deux pas de temps et est lui aussi réévalué à chaque nouvelle étape du calcul.

Quelques autres astuces ont dû être implémentées afin de permettre le fonctionnement du code, à savoir,

- *convolution discrète par une gaussienne* pour mimer une diffusion et d'assouplir les gradients
- *contrôle du pas temporel* ; il est estimé à chaque étape du calcul, puis contrôlé en sortie d'intégration. Il est calculé en admettant une variation maximale des diverses quantités lors d'une étape de calcul (environ 10 % sur la luminosité comme sur l'indice de turbulence).
- *parallélisation de certains calculs* quand cela est possible (essentiellement lors du calcul des spectres, le gain de temps — il faut l'avouer — est mineur)

Un organigramme sommaire du code est fourni à la figure 92

§ 90. Exemple numérique

Hormis les *conditions initiales déstabilisantes*, le paramètre important du code dépendant du temps est le paramètre $\mathcal{W}_{\text{turb}}$, paramétrant la quantité d'énergie injectée dans la turbulence. Pour un problème stationnaire donné, celle-ci correspond exactement à la puissance bolométrique dissipée dans le jet, à savoir $\mathcal{W}_{\text{turb}} = \mathcal{P}_{\text{jet}}$. De façon générale cette quantité représentera la puissance moyenne dissipée dans le jet.

Il arrive encore que la convergence de l'intégrateur ne soit pas assurée, lors de phases de production de paires beaucoup trop intenses. Les profils de luminosité présentent des variations brutales (proches de tangentes verticales) sur plusieurs ordres de grandeurs.

Cette constatation est à la fois encourageante et décourageante. Encourageante, parce qu'elle met bien en évidence les propriétés de déstabilisation du système, et la violence comme la soudaineté paraissent de bonne augure pour expliquer la variabilité rapide de ces sources. Décourageante, parce qu'il est difficile de trouver de bonnes zones de paramètres montrant un comportement de fortes éruptions tout en restant "*domptable*" !

La stratégie mise en place est la suivante : pour une structure géométrique donnée, on part d'une solution stationnaire la plus proche possible du mur, et dont la distribution spectrale en énergie s'apparente à celle de l'objet étudié dans un état moyen. Pour ce faire, on étudie la surface des paramètres $(n'_e(z_0), \eta_0, \mathcal{P}_{\text{jet}})$ telle que présentée à la figure 88 par exemple. De cette solution, on extrait la puissance bolométrique dissipée dans le jet permettant d'obtenir une valeur de référence du paramètre $\mathcal{W}_{\text{turb}0}$ relative à cette même solution. Ensuite, on effectue un certain nombre de simulations en initialisant le problème à l'aide de la solution stationnaire de référence et en augmentant de manière graduelle la valeur de $\mathcal{W}_{\text{turb}}$.

Pour les valeurs proches de $\mathcal{W}_{\text{turb}0}$, le système est généralement faiblement déstabilisé puis se relaxe vers un nouvel état stationnaire tel que $\mathcal{P}_{\text{jet}} = \mathcal{W}_{\text{turb}}$ (voir figure 95). En augmentant $\mathcal{W}_{\text{turb}}$, le système semble bifurquer vers des états permanents de production d'éruptions comme le montre la figure 93. On voit clairement sur cette figure le mécanisme de rétroaction à l'œuvre. Un agrandissement de l'évolution de la luminosité en fonction du temps est donné à la figure 94, ainsi que l'analyse de Fourier du spectre de puissance de \mathcal{P}_{jet} , où l'on voit apparaître le caractère pseudo-périodique des éruptions (entre 220 et 230 r_s/c). J'ai reporté à la figure 97 des cartes de densité des paires en fonction de l'altitude et ce en fonction du temps. On y voit clairement que chaque phase d'éruption s'accompagne de l'émission d'une composante de paires. Nicolas Renaud (1998) a montré des résultats similaires dans le cas d'une distribution en énergie des particules en loi de puissance et en particulier ce phénomène de bifurcation vers des états actifs en fonction de la valeur du paramètre de contrôle $\mathcal{W}_{\text{turb}}$. C'est un phénomène bien connu des *systèmes dynamiques* auxquels on adjoint des caractéristiques de *rétroaction retardés*. Le retard est introduit en quelque sorte par l'inertie du système. Même lorsque le chauffage est complètement éteint, il faut attendre un certain temps pour que le système repasse au dessous du seuil de création de paires, le temps que les particules se soient suffisamment refroidies (voir figure 96). Ce refroidissement dépendant de manière compliquée d'un certain nombre de paramètres, dont la valeur locale du champ magnétique (dépendant elle-même de la géométrie) et l'énergie des particules. D'un autre point de vue, c'est ce léger décalage temporel qui permet comportement de proies/prédateurs. L'étude rigoureuse de ces *systèmes à délais* montre qu'ils présentent ces propriétés de bifurcation vers des états complexes en fonction de leur paramètre de contrôle, états oscillatoires d'abord près de la bifurcation puis éruptifs avec des caractéristiques pseudo-périodiques voire une transition vers le chaos.

Nous avons donc pu mettre en évidence la possibilité d'un mécanisme de variabilité pour les blazars extrêmes dans le contexte du *two-flow* en utilisant une distribution de particules de type pileup. Le mécanisme de variabilité est induit par le mécanisme de création de paires entretenu et régulé de manière subtil par le chauffage dû à la turbulence. Le système dynamique tel que nous l'avons décrit ici est principalement contrôlé par la valeur de la puissance injectée dans la turbulence $\mathcal{W}_{\text{turb}}$. Celle-ci détermine si oui ou non le système bifurque sur un branche hautement instable du système. Ce mécanisme rend compte de la variabilité rapide dans les phases actives de la source.

Dans un modèle plus complet de la variabilité, le passage des périodes quiescentes à actives pourraient être expliqué par justement une variation temporelle du paramètre $\mathcal{W}_{\text{turb}}$ obligeant le

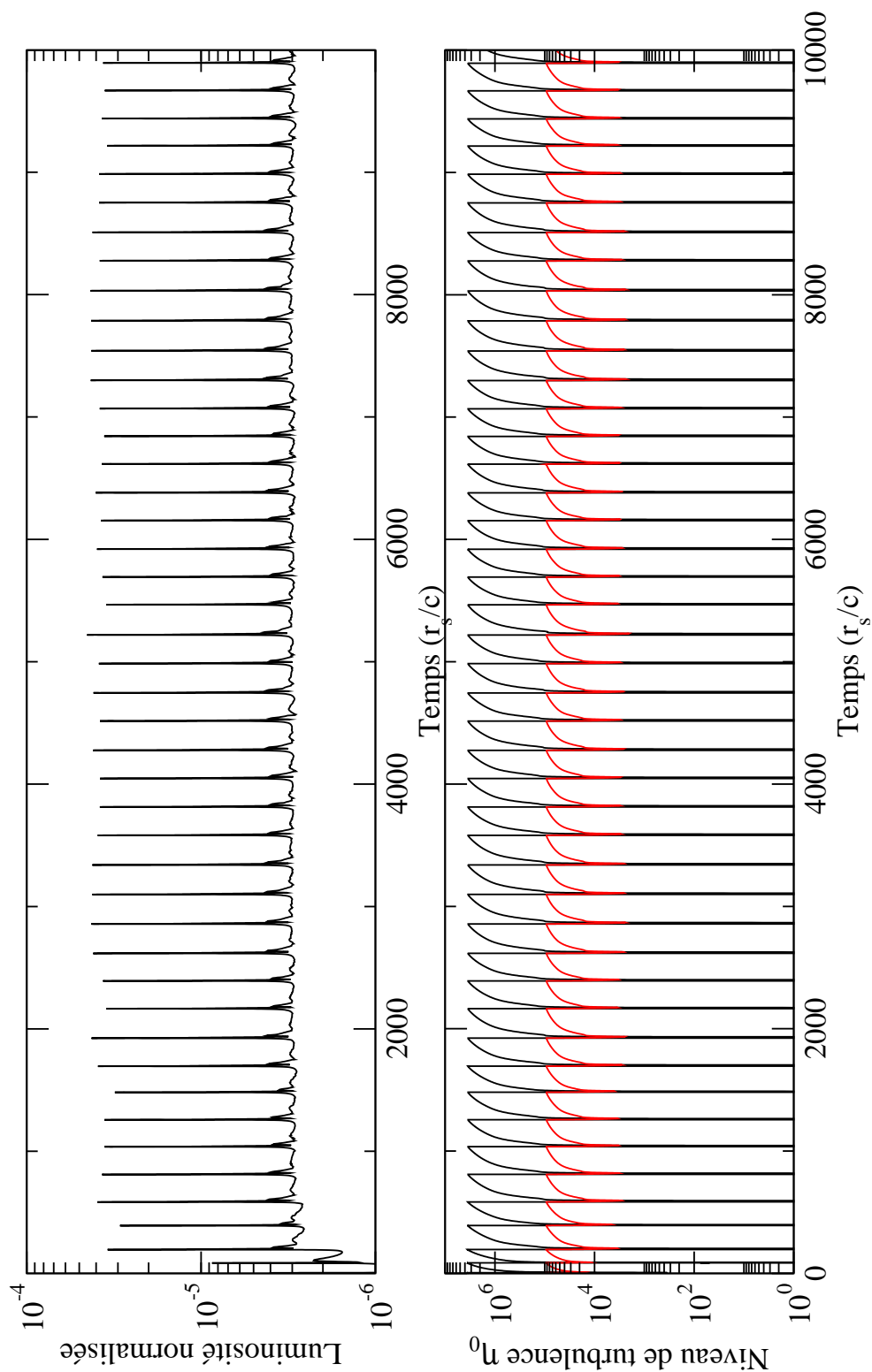


Fig. 93. Exemple de solution dépendante du temps avec un comportement représentant un état actif de la source du modèle inhomogène. *En haut*, luminosité bolométrique normalisée, *en bas* évolution du paramètre de chauffage η_0 . L'étude de ces courbes fait clairement apparaître un comportement non-linéaire complexe du type proies/prédateurs.

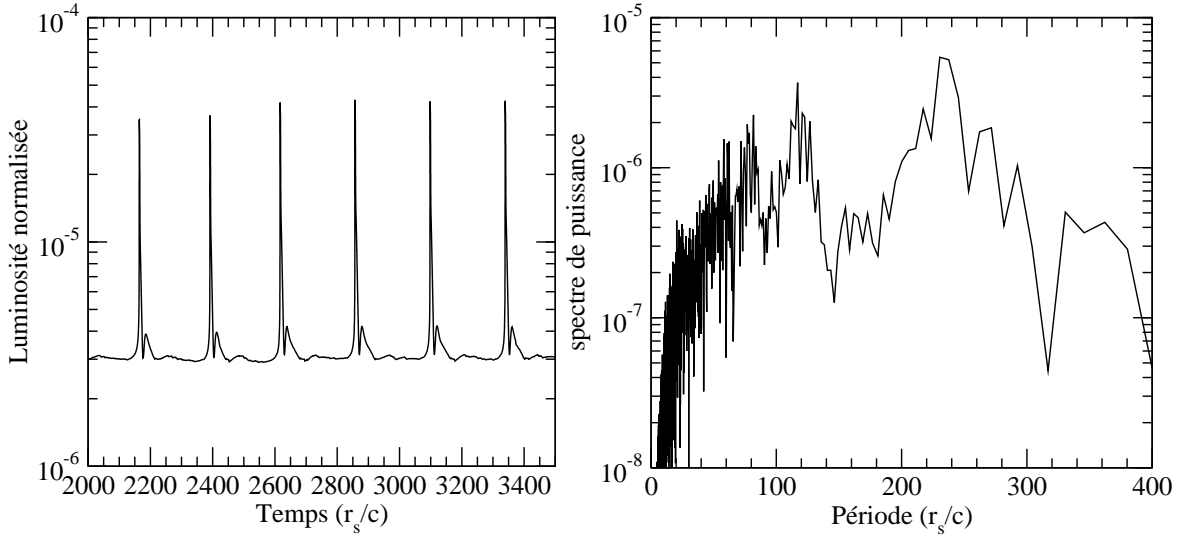


Fig. 94. À gauche, zoom de la figure précédente 93 (page 201) sur $1500 r_s$. À droite, analyse du spectre de puissance de la solution.

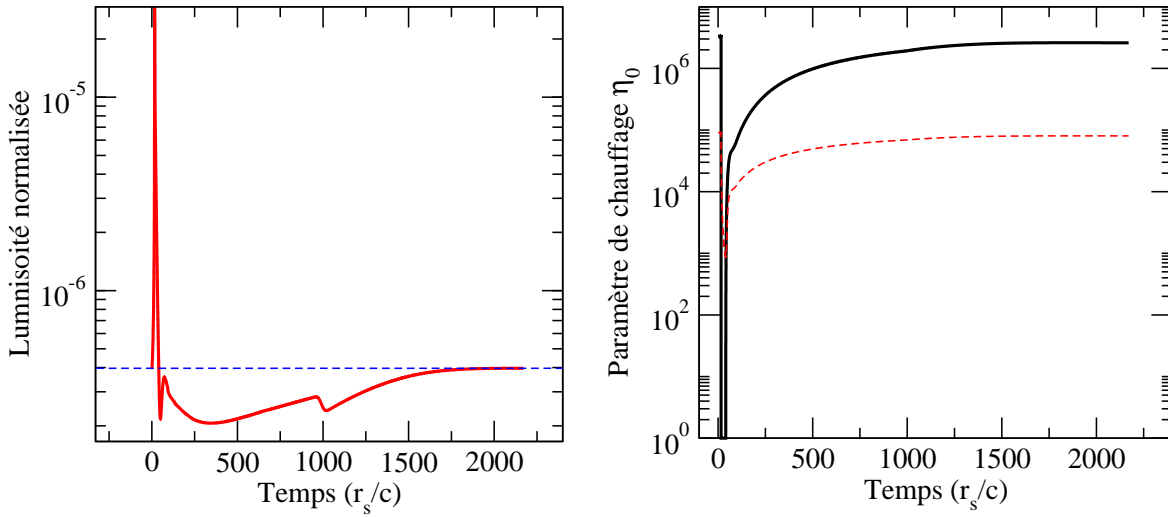
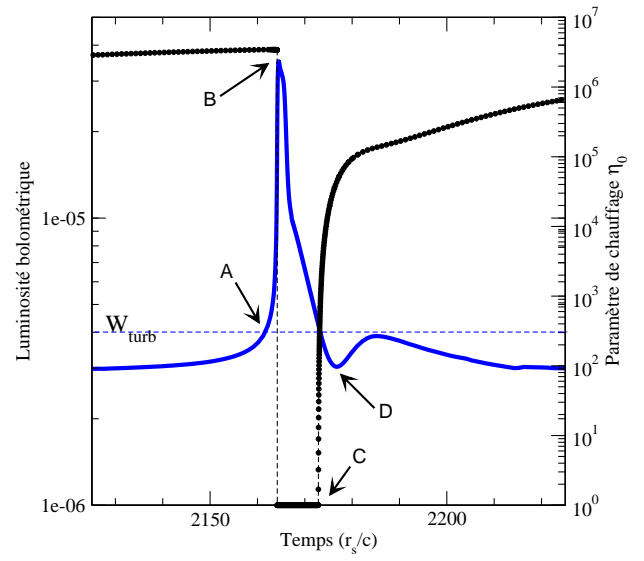


Fig. 95. Exemple de solution peu déstabilisée, se relaxant sur une nouvelle solution stationnaire stable

système à explorer des branches instables. Encore faut-il *raccrocher* la variation de ce paramètre à un phénomène physique, par exemple la dissipation d'une instabilité à grande échelle dans le disque. Cette étude dépasse largement le cadre de cette thèse mais ouvrirait la voie vers un véritable modèle liant l'émission à haute énergie aux phénomènes d'accrétion-éjection qui sont à la source de leur formation.

Fig. 96. Détail du mécanisme de rétroaction. Cette figure fait apparaître évolution anti-corrélée des quantités \mathcal{P}_{jet} et le paramètre de chauffage η_0 . Cette figure fait aussi apparaître le délai caractéristique du système dynamique de l'ordre ici de $3 - 4 r_s/c$ remarquable entre les points A-B et C-D.



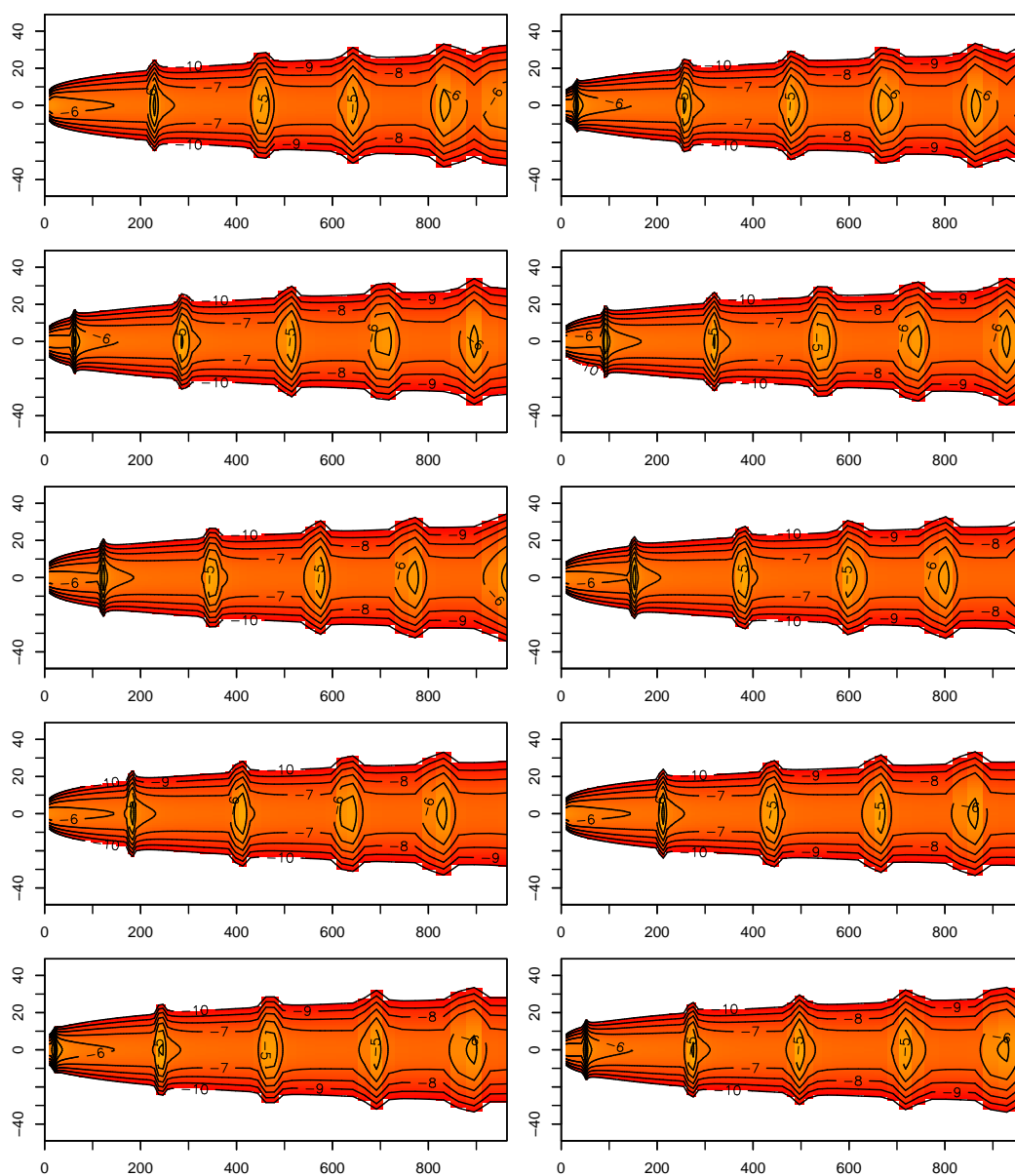


Fig. 97. Carte de densité d'un jet pour une solution déstabilisée. Le temps s'écoule de gauche à droite puis de haut en bas. Entre chaque image, $30 r_s/c$ se sont écoulés. À chaque épisode d'éruption correspond l'éjection d'une composante chaude et dense de plasma.

Partie V

Conclusion et Perspectives

Conclusion et Perspectives

L'UN DES BUTS PREMIERS DE CE TRAVAIL de thèse était de tester la pertinence de l'utilisation d'une distribution en énergie des particules relativistes sous la forme d'une quasi-Maxwellienne ou distribution en *pileup* pour la modélisation des Lacertides émettrices au TeV. Ce type de distribution s'obtient naturellement dans le cadre de l'accélération stochastique de particules du type Fermi du second ordre.

- **Modèle stationnaire.** Pour cela, j'ai tout d'abord développé un modèle dit homogène dans une version dépendante du temps. Il suppose l'injection de particules sous la forme une *pileup* dans une zone sphérique (la zone d'émission) qui se refroidissent librement sous l'effet de leur émission radiative en synchrotron et en Compton inverse. La distribution de particules résultante est alors une loi de puissance d'indice 2 sur une dynamique plus ou moins importante dépendant essentiellement du temps d'injection et du temps caractéristique de refroidissement des particules.

La résolution de l'équation cinétique est numérique et prend en compte le recyclage des paires créées par le processus de création de paires par photo-annihilation (processus $\gamma - \gamma$). J'ai de plus pris en compte de manière aussi rigoureuse que possible l'absorption des photons par le fond cosmique infrarouge.

L'une des originalités de ce travail a été de plus de prendre en compte dans notre analyse la durée de l'observation et le début de celle-ci vis-à-vis du début de l'injection. Les distributions spectrales en énergie sont "moyennées" sur cette même durée. J'ai montré qualitativement et quantitativement à l'aide de modèles simplifiés que la prise en compte de ces paramètres permettait d'expliquer la forme spectrale du spectre synchrotron et en particulier la valeur locale de l'indice spectral de celui-ci. Autre résultat important, j'ai montré que ce modèle était totalement contraint par la prise en compte de la durée de l'observation.

J'ai développé un certain nombre de diagnostics physiques quantitatifs permettant une analyse rapide des spectres et d'apporter des contraintes sur les diverses quantités du modèle.

Ce modèle a été appliqué avec succès sur les données historiques de l'objet Mrk 501 d'avril 1997. Dans le cas de cet objet, j'ai montré la possibilité d'avoir des solutions denses en paires, faisant apparaître une forte composante Compton inverse dans le domaine du GeV, dû au refroidissement des paires qui augmente alors de manière significative l'opacité des photons de haute énergie et couplé à des effets subtils de réduction de la section efficace de diffusion Klein-Nishina. Le même type d'analyse a été ensuite menée sur des données récentes de l'objet PKS 2155-304 obtenues grâce au réseau de télescope de nouvelle génération HESS (vision stéréoscopique).

Dans le cadre d'un modèle dépendant du temps tel que je l'ai développé ici, où l'on prend en compte la durée comme le début de l'observation (vis-à-vis du temps d'observation), il est absolument nécessaire d'effectuer des campagnes d'observations multi-longueurs d'ondes réellement simultanées.

Autre point important, l'absorption par les photons du fond infrarouge : il est tout à fait clair que toute modélisation qui se veut sérieuse de ces objets extrêmes se doit de considérer l'effet du CIB qui distord le spectre haute énergie de ces objets. Malheureusement à l'heure actuelle, la

méconnaissance de la densité de ce fond conduit à une correction incertaine des spectres. Pour poser des contraintes fortes, deux pistes peuvent être explorées.

- (1) Premièrement, d'augmenter de manière significative la taille de l'échantillon d'émetteurs extra-galactiques du TeV : observer de plus en plus d'objets de plus en plus loin et à plus grande énergie devrait être un test fort. La nouvelle génération d'instruments au sol de type HESS devrait apporter des contraintes importantes.
- (2) Deuxièmement, la mesure directe du spectre du CIB, par exemple par l'instrument MIPS (*Multiband Imaging Photometer*) à bord du satellite SIRTf (*Space Infrared Telescope Facility*) devrait contraindre la densité du fond infrarouge et permettent de trancher définitivement sur la "*TeV gamma rays crisis*".

Dans le cadre de ces analyses, il nous est apparu nécessaire d'utiliser des valeurs relativement élevées du facteur Doppler, entre 25 – 50. Le même type de valeurs est obtenu par d'autres auteurs à l'aide de modèles d'émission similaires, quoique stationnaires.

- **La crise du facteur Doppler et les contraintes sur la dynamique des jets.** Cette dernière remarque m'a amené à étudier de manière plus précise ce problème. Car en effet, problème il y a ! Un certain nombre de faits observationnels défavorisent les grands facteurs Doppler (absence de mouvement superluminique, température de brillance ...). Pourtant à l'inverse et d'une manière générale, les modèles d'émission haute énergie nécessitent l'utilisation de grands δ afin de pallier au problème usuel de transparence $\gamma - \gamma$. Une objection importante à ces grandes valeurs a été celle du contraste de luminosité entre une population de Lacertides (objets vus sous un angle favorable, dans le cône de focalisation) et leurs contreparties supposées *hors-axe* les radio-galaxies de type FR-I (modèle standard d'unification des radio-galaxies). Certains auteurs ont récemment soulevé le problème et reconnaissent qu'une approche de type bi-fluide à l'instar du *two-flow* de Pelletier et collaborateurs permettrait de résoudre le problème. Mais à la différence du *two-flow*, les deux composantes doivent être relativistes. Afin de vérifier cette hypothèse, j'ai développé dans la seconde partie de cette thèse un modèle de contraste faisant appel à cette double structure de vitesses relativistes en y ajoutant une composante statique isotrope. J'ai montré qu'effectivement, cette approche permettait de réconcilier les valeurs importantes du facteur Doppler et les mesures de contrastes. D'un autre côté, j'ai montré par la suite que de telles valeurs restent incompatibles avec les probabilités de détection d'émetteurs au TeV parmi une population de Lacertides. Pour les grandes valeurs de δ , celles-ci deviennent ridicules, au mieux de l'ordre du pourcent. Les grandes valeurs de δ paraissent donc peu probables.

Afin de comprendre pourquoi les modèles d'émission s'accordent tous à des valeurs relativement importantes de δ , je me suis placé dans le cadre très général des modèles une zone homogène. À partir des observables usuelles (positions des pics synchrotron et Compton inverse, en flux et fréquence) et moyennant quelques hypothèses tout à fait générales (processus SSC, émission Compton inverse dans le régime Klein-Nishina), j'ai montré que la forme du spectre synchrotron et les contraintes de transparence $\gamma - \gamma$ apportaient des contraintes très importantes sur la valeur de δ . Dans le cas de Mrk 501, il est nécessaire que δ soit supérieur à 40 – 50. La raison profonde est que dans les modèles une zone, les photons hautes et basses énergies susceptibles de s'annihiler entre eux sont produits de manière cospatiale. Il est donc nécessaire de faire appel à des modélisations de type inhomogènes, où l'émission est stratifiée. La forme de la distribution des particules est alors contrainte à être proche d'une distribution de type mono-énergétique, ce qui donne un argument supplémentaire à la *pileup* et contraint indirectement le mécanisme de chauffage (de type stochastique).

- **Modèle inhomogène.** Enfin, dans une dernière partie, j'ai développé une version dépendante du temps du code d'émission inhomogène de Grenoble pour une distribution

en *pileup*. Ce modèle permet entre autre d'expliquer de manière cohérente le mécanisme de variabilité rapide des blazars par un mécanisme non-linéaire de production de paires couplé à un mécanisme de chauffage du plasma. Il permet de reproduire des spectres moyens avec des valeurs du facteur de Lorentz plus faibles, de l'ordre de 5, compatibles avec les modèles d'unification.

Afin de pouvoir exécuter le code en des temps raisonnables, j'ai dû mener le calcul analytique ou tout au moins semi-analytique des diverses quantités micro-physiques (émission radiative, production de paires ...) liées à la *pileup*. La mise en œuvre du code a posé divers problèmes numériques ardues. Je montre que l'utilisation de la *pileup* est compatible dans le contexte de ce modèle avec le développement d'éruptions violentes corrélées avec l'éjection de composantes de plasma dense.

Plusieurs améliorations à ce travail peuvent être effectuées :

- Revoir l'approche numérique du traitement du système dynamique et améliorer la robustesse. Il est peut-être nécessaire de revoir le schéma numérique et d'utiliser une méthode plus simple comme par exemple un schéma aux différences finies
- Traiter de manière cohérente la dynamique d'ensemble du faisceau, en intégrant dans le système dynamique l'effet de fusée Compton
- Revoir le traitement du terme de chauffage, la description par une loi de puissance en z violant le principe de causalité. Le couplage avec un code cinétique de type Fokker-Planck pourrait être envisagé
- Explorer de manière exhaustive l'espace des paramètres
- Implémenter le calcul des distributions spectrales en énergie et des courbes de lumière dans la partie dépendante du temps du code. Celle-ci doit tenir compte des effets de retard dus à la propagation dans le jet
- En ce qui concerne la géométrie du jet (ouverture) prendre en compte une solution MHD, et calculer de manière cohérente la géométrie de la structure (équilibre pression magnétique *versus* pression des paires)

Un des points importants de ce travail de thèse est le fait que l'utilisation d'une distribution de type quasi-maxwellienne s'avère tout fait pertinent dans le cadre de la modélisation de l'émission haute énergie des blazars, et en particulier pour les émetteurs du TeV principalement étudié ici. Les résultats du modèle homogène dépendant du temps tout comme celui inhomogène le confirment clairement. Il est de plus clair que la variabilité ne peut-être expliquer que dans le cadre de modèles bien évidemment dépendant du temps mais aussi inhomogène. Ces derniers sont de plus les seuls qui puissent rendre compte correctement de la dynamique d'ensemble des jets.

De plus, le paradigme du "*two-flow*" (Sol *et al.* 1989) offre un cadre cohérent et pertinent à cette étude. Il permet tout d'abord d'expliquer la formation d'un plasma de paires à l'intérieur du chaudron magnétique, c'est-à-dire dans l'environnement proche du trou noir central, où règne un champ de rayonnement suffisamment intense et énergétique (via les photons UV et X du disque d'accrétion) pour permettre la constitution d'un plasma de paires suffisamment dense. L'accélération individuelle des particules est alors assurée de manière continue le long du jet par un processus de chauffage stochastique de type de couplage ondes MHD/plasma (Henri & Pelletier 1991; Marcowith *et al.* 1995). Il supporte le mécanisme autocohérent de variabilité développé ici, à savoir la production non-linéaire des paires contrôlée par l'énergie disponible dans la turbulence. De plus, le chauffage continu du plasma permet d'assurer son accélération d'ensemble efficace via le mécanisme de fusée Compton (Odell 1981; Phinney 1982; Renaud & Henri 1998).

Partie VI

Annexes

EDF en Loi de puissance

Plan du chapitre

1. Lois de puissance	213
§ 91. Injection instantanée dans le temps	213
§ 92. Injection continue et régime permanent	214

1. Lois de puissance

On rappelle que la *fonction de Green* de l'équation cinétique (41.205) sans terme d'échappement (voir page 101) est donnée par la relation

$$(90.455) \quad \mathcal{G}(\gamma, t; \gamma_0, t_0) = \frac{1}{|\dot{\gamma}(\gamma)|} \Theta(t - t_0) \Theta(\gamma_0 - \gamma) \delta(t - t_0 - \tau(\gamma_0, \gamma)) \quad , \quad \tau(\gamma_0, \gamma) = \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{du}{\dot{\gamma}(u)}$$

où $\tau(\gamma_0, \gamma)$ est le temps de dérive en énergie. La solution formelle d'équation générale est alors

$$(90.456) \quad n(\gamma, t) = \frac{1}{|\dot{\gamma}(\gamma)|} \int_{\gamma}^{+\infty} d\gamma_0 Q(\gamma_0, t - \tau(\gamma_0, \gamma))$$

§ 91. Injection instantanée dans le temps

Dans le cas d'un profil d'injection en loi de puissance, on se propose de calculer dans un premier temps la solution pour un terme d'injection instantanée (masse de Dirac en $t = 0$).

$$(91.457) \quad Q(\gamma, t) = Q_0 \gamma^{-s} \delta(t), \quad \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$$

On obtient alors directement la solution formelle de l'équation cinétique pour ce cas précis

$$(91.458) \quad n(\gamma, t) = \frac{Q_0}{k_{\text{syn}} \gamma^2} \int_{\gamma}^{\gamma_{\max}} d\gamma_0 \gamma_0^{-s} \delta(t - \tau(\gamma_0, \gamma)) \quad , \quad \gamma \geq \gamma_{\min}$$

où le temps de dérive en énergie vaut (dans le cas d'un refroidissement synchrotron pur)

$$(91.459) \quad \tau(\gamma_0, \gamma) = \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{du}{\dot{\gamma}(u)} = \frac{1}{k_{\text{syn}}} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_0} \right)$$

Finalement la solution s'écrit

$$(91.460) \quad n(\gamma, t) = \frac{Q_0}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma}{1 - k_{\text{syn}} \gamma t} \right)^{-(s-2)} \quad \text{si} \quad \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \frac{\gamma_{\max}}{1 + k_{\text{syn}} \gamma_{\max} t} = \gamma_{\max}(t)$$

et si $s > 1$, on pose $\gamma_{\text{br}}(t) = (k_{\text{syn}} t)^{-1} \gamma_{\max}(t)$ et l'on peut écrire

$$(91.461) \quad n(\gamma, t) = Q_0 \gamma^{-s} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_{br}(t)}\right)^{s-2} \quad \text{si } \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}(t)$$

$$(91.462) \quad n(\gamma, t) = Q_0 \gamma^{-s} \quad \text{si } \gamma_{\min} \leq \gamma \ll \gamma_{br}(t),$$

Le refroidissement d'une distribution en énergie de particules en loi de puissance, ne change pas le profil de celle-ci pour $\gamma \geq \gamma_{\min}$. Seule sa dynamique est alors affectée.

§ 92. Injection continue et régime permanent

Toujours dans le cas d'un profil d'injection en loi de puissance, on se propose maintenant d'étudier le cas de l'injection continue (régime permanent), à savoir un terme source de la forme,

$$(92.463) \quad Q(\gamma, t) = Q_0(\gamma)\Theta(t) = Q_0 \gamma^{-s} \Theta(t), \quad \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$$

La solution générale pour une injection continue s'écrit alors,

$$(92.464) \quad n(\gamma, t) = \frac{Q_0}{k_{\text{syn}} \gamma^2} \int_a^b d\gamma_0 \gamma_0^{-s} = \frac{Q_0}{k_{\text{syn}} \gamma^2 (s-1)} \left[\gamma_0^{1-s} \right]_a^b, \quad s > 1$$

où la valeur des paramètres a et b est donnée par

$$(92.465) \quad \begin{aligned} a &= \max(\gamma, \gamma_{\min}) = \begin{cases} \gamma & \text{si } \gamma > \gamma_{\min} \\ \gamma_{\min} & \text{si } \gamma < \gamma_{\min} \end{cases}, \\ b &= \min\left(\frac{\gamma}{1 - \gamma k_{\text{syn}} t}, \gamma_{\max}\right) = \begin{cases} \frac{\gamma}{1 - \gamma k_{\text{syn}} t} & \text{si } \gamma < \gamma_{br}(t) \\ \gamma_{\max} & \text{si } \gamma > \gamma_{br}(t) \end{cases} \end{aligned}$$

avec $\gamma_{br}(t) = \gamma_{\max} / (1 + \gamma_{\max} k_{\text{syn}} t)$. Il est commode de définir le temps caractéristique t_c pour lequel $\gamma_{br}(t_c) = \gamma_{\min}$ à savoir,

$$(92.466) \quad t_c = \frac{1}{\gamma_{\max} k_{\text{syn}}} \left(\frac{\gamma_{\max}}{\gamma_{\min}} - 1 \right) = t_{\text{crit}} (r_{\text{dyn}} - 1)$$

C'est le temps nécessaire aux particules d'énergie maximale γ_{\max} pour se refroidir jusqu'à l'énergie γ_{\min} .

On définit alors deux régimes:

(1) **Refroidissement modéré** : $\gamma_{br}(t) > \gamma_{\min}$ ou $t < t_c$

Si $\gamma > \gamma_{\min}$ on a

$$n(\gamma, t) = \frac{Q_0 \gamma^{-s}}{k_{\text{syn}} (s-1)} \left[\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma} (1 - \gamma k_{\text{syn}} t)^{s-1} \right] \propto \gamma^{-s} \quad \text{si } \gamma < \gamma_{br}(t) \quad (92.467)$$

Les particules initialement injectées à $t = 0$ et d'énergie $\gamma < \gamma_{br}(t)$ n'ont pas eu encore le temps de se refroidir, et l'on retrouve la superposition temporelle de 0 à t du profil initial injecté γ^{-s}

$$n(\gamma, t) = \frac{Q_0 \gamma^{-(s+1)}}{k_{\text{syn}} (s-1)} \left[1 - \left(\frac{\gamma_{\max}}{\gamma} \right)^{1-s} \right] \propto \gamma^{-(s+1)} \quad \text{si } \gamma > \gamma_{br}(t) \quad (92.468)$$

Inversement, les premières ont eu le temps de se refroidir, l'ensemble des particules injectées depuis $t = 0$ ne contribuant plus au spectre.

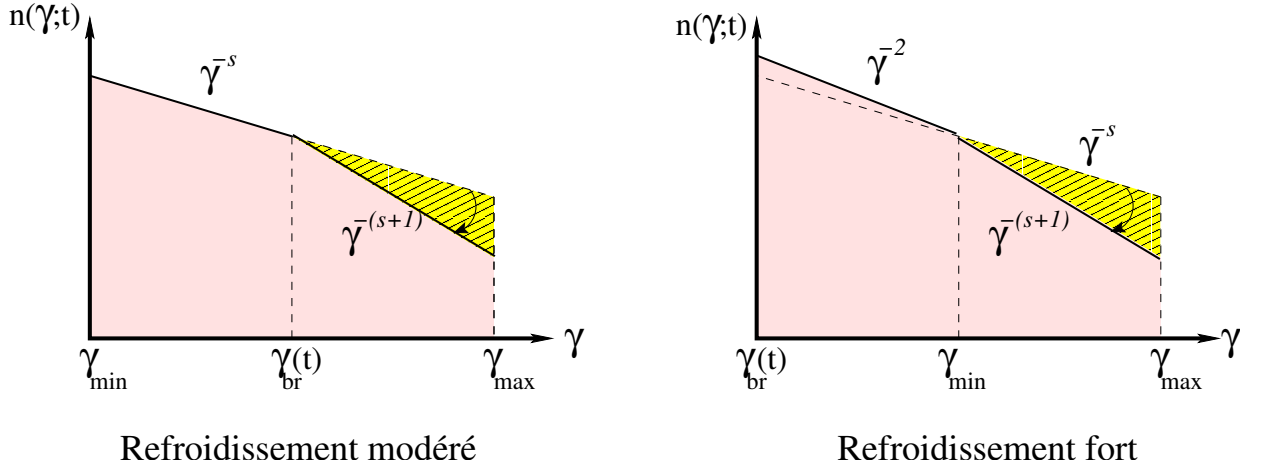


Fig. 98. Résolution de l'équation cinétique pour un terme d'injection continue en loi de puissance. Notons que pour $s = 2$, les deux cas sont indiscernables du point de vue de la forme. Voir le texte pour plus de détails

On obtient alors une double loi de puissance brisée, que l'on peut approcher par la fonction continue,

$$n_p(\gamma, t) \approx Q_0 \gamma^{-s} \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma_{br}(t)} \right)^{-1}, \quad \gamma_{min} < \gamma \leq \gamma_{max}, \quad \gamma_{br}(t) = \frac{\gamma_{max}}{1 + \gamma_{max} k_{syn} t} > \gamma_{min} \quad (92.469)$$

(2) **Refroidissement fort** : $\gamma_{br}(t) \leq \gamma_{min}$ ou $t \geq t_c$. Il convient de distinguer deux cas,

(a) Cas 1: $\gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_{max}$

$$n(\gamma, t) = \frac{Q_0 \gamma^{-(s+1)}}{k_{syn}(s-1)} \left[1 - \left(\frac{\gamma_{max}}{\gamma} \right)^{1-s} \right] \propto \gamma^{-(s+1)} \quad (92.470)$$

On se retrouve dans la situation précédente.

(b) Cas 2: $\gamma_{br}(t) \leq \gamma \leq \gamma_{min}$

$$n(\gamma, t) = \frac{Q_0}{k_{syn} \gamma^2} \int_a^b d\gamma_0 \gamma_0^{-s} = \frac{Q_0}{k_{syn} \gamma^2 (s-1)} \left[\gamma_{min}^{1-s} - \gamma_{max}^{1-s} \right] \propto \gamma^{-2} \quad (92.471)$$

On obtient dans ce cas aussi une double loi de puissance. C'est la signature caractéristique d'un refroidissement radiatif. Ne contribue à cette partie du spectre que des particules qui se sont refroidies, aucune de l'injection puisque $\gamma \leq \gamma_{min}$

(3) Certains auteurs définissent un troisième régime dit de *refroidissement faible* où $\gamma_{br}(t) \sim \gamma_{max}$ ou $t \ll t_c$. Dans ce cas, la forme du profil obtenue reste inchangée en γ^{-s} sur la majeure partie du spectre (la partie cassée du spectre en $\gamma^{-(s+1)}$ est insignifiante).

Fonctions Hypergéométriques Généralisées

Plan du chapitre

1. Définitions	217
2. Exemples	217

1. Définitions

On appelle *fonction hypergéométrique généralisée* ${}_pF_q$ ou $F_{p,q}$ toute fonction possédant un développement en série de Taylor du type

$$(92.472) \quad {}_pF_q \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_q \end{matrix} ; x \right] = F_{p,q} \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_q \end{matrix} ; x \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k$$

et pour lequel les coefficients du développement vérifient la relation de récurrence,

$$(92.473) \quad \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} = \frac{P(k)}{Q(k)} = \frac{(k+a_1)(k+a_2) \cdots (k+a_p)}{(k+b_1)(k+b_2) \cdots (k+b_q)(k+1)} x.$$

Il s'en suit que,

$$(92.474) \quad F_{p,q} \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_p \\ b_1, b_2, \dots, b_q \end{matrix} ; x \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k \cdots (a_p)_k}{(b_1)_k (b_2)_k \cdots (b_q)_k} \frac{x^k}{k!}$$

ou l'on a introduit le symbole de Pochhammer $(a)_k$ défini comme

$$(92.475) \quad (a)_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} = a(a+1)(a+2) \cdots (a+k-1).$$

2. Exemples

Par exemple en considérant le développement de Taylor de la fonction exponentielle et on obtient donc,

$$(92.476) \quad \exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \longrightarrow \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{x}{(k+1)} \longrightarrow \exp(x) = F_{0,0}(x)$$

Un certain nombre d'autres fonctions usuelles peut s'écrire sous la forme d'une fonction hypergéométrique généralisée, par exemple

$$(92.477) \quad \cos(x) = F_{0,1} \left(\frac{1}{2}; -\frac{x^2}{4} \right)$$

$$(92.478) \quad \sinh(x) = x \cdot F_{0,1} \left(\frac{3}{2}; \frac{x^2}{4} \right)$$

$$(92.479) \quad \ln(x) = (x - 1) \cdot F_{2,1}(1; 1; 2; 1 - x)$$

On appelle fonction hypergéométrique le cas particulier $F_{2,1}(a; b; c; z)$.

Dynamique du faisceau inhomogène

Plan du chapitre

1. Évolution de la densité de particules du faisceau	219
2. Équation d'énergie	220

1. Évolution de la densité de particules du faisceau

L'équation de continuité sur la densité de particules est obtenue à partir de la généralisation covariante de l'équation de continuité standard,

$$(92.480) \quad n_{,i}^i = (nu^i)_{,i} = \dot{n}_{\text{prod}}$$

où $n_{,i}^i$ est le quadrivecteur courant de particules. Afin de tenir compte de la géométrie particulière du problème, il convient d'intégrer l'équation précédente sur le quadri-volume infinitésimal $\mathcal{V} = c\delta t\delta V = S(z)c\delta t\delta z$, où $S(z)$ est une section droite du jet à l'altitude z . Il advient, tout au moins formellement,

$$(92.481) \quad \mathcal{I} = \int_{\mathcal{V}} \delta V (nu^i)_{,i} = \int_{\mathcal{V}} \delta V \dot{n}_{\text{prod}}$$

La première intégrale se calcule en transformant l'intégrale d'une divergence sur un hyper-volume en intégrale sur une hyper-surface (*Théorème de Green* ou *de Gauss*). Utilisant le formalisme des formes différentielles, on a

$$(92.482) \quad d\omega = n_{,i}^i dx_0 \wedge dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3 = (\text{div} n) dx_0 \wedge dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3$$

$$(92.483) \quad c\delta t \wedge \delta V = dx_0 \wedge dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \quad d\omega = n_{,i}^i c\delta t \wedge \delta V$$

$$(92.484) \quad \omega = n^0 \delta V + c\delta t \wedge (n^1 dx_2 \wedge dx_3 + n^2 dx_2 \wedge dx_3 + n^3 dx_1 \wedge dx_2)$$

D'après le *théorème de Stokes*,

$$(92.485) \quad \mathcal{I} = \int_{\mathcal{V}} d\omega = \oint_{S=\partial\mathcal{V}} n^0 \delta V + c \oint_{S=\partial\mathcal{V}} n^3 \delta t \wedge dx_1 \wedge dx_2$$

$$(92.486) \quad \mathcal{I} = (n^0 \delta V)(t + dt) - (n^0 \delta V)(t) + c\delta t [(n^3 S)(z + dz) - (n^3 S)(z)]$$

$$(92.487) \quad \mathcal{I} = \delta t \frac{\partial}{\partial t} (n^0 \delta V) + c \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial z} (n^3 S) = \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial t} (n^0 S) + c \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial z} (n^3 S)$$

En ce qui concerne le membre de droite de l'équation 92.481 précédente

$$(92.488) \quad \mathcal{I} = \int_{\mathcal{V}} \delta V \dot{n}_{\text{prod}} \approx \dot{n}_{\text{prod}} \mathcal{V} = \dot{n}_{\text{prod}} c S \delta t \delta z$$

Finalement, en rassemblant les deux bouts de \mathcal{I} , on obtient

$$(92.489) \quad \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial t} (n^0 S) + c \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial z} (n^3 S) = \dot{n}_{\text{prod}} c S \delta t \delta z \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (n^0 S) + \frac{\partial}{\partial z} (n^3 S) = \dot{n}_{\text{prod}} S$$

Pour une structure stationnaire, il advient

$$(92.490) \quad \frac{\partial}{\partial t} n S \Gamma_b + \frac{\partial}{\partial z} (n c \beta_b \Gamma_b S) = S \dot{n}_{\text{prod}},$$

Hormis le terme Γ_b , cette équation est tout à fait analogue à celle obtenue dans le cadre non relativiste de la conservation du courant sur une tranche de jet (dont elle est la limite lorsque $\Gamma_b \rightarrow 1$). Elle peut être vue comme la résultante d'un effet de *contraction de Lorentz-Fitzgerald* le long du mouvement d'ensemble du fluide. Le volume de contrôle élémentaire d'intégration n'est alors pas $S dz$ mais $S \Gamma_b dz$. Nous introduirons pour la suite et par soucis de commodité le *pseudo-courant* de particules $J_e = n \beta_b \Gamma_b S$ ainsi que l'opérateur différentiel $D_{\beta_b} \cdot = \partial_t \cdot + (c \beta_b) \partial_z \cdot$ s'apparentant à la *dérivée lagrangienne* ou *particulaire*. Dans ce cas l'équation précédente peut se réécrire,

$$(92.491) \quad \frac{\partial}{\partial t} n \beta_b \Gamma_b S + c \beta_b \frac{\partial}{\partial z} (n \beta_b \Gamma_b S) = D_{\beta_b} J_e = \beta_b S \dot{n}_{\text{prod}},$$

2. Équation d'énergie

La méthode est la même que pour le calcul de la densité, il convient d'intégrer la relation

$$(92.492) \quad T_{,i}^{ji} = F'^j$$

sur le quadri-volume infinitésimale $\mathcal{V} = c \delta t \delta V = S(z) c \delta t \delta z$. Il vient,

$$(92.493) \quad \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial t} (T^{j0} S) + c \delta t \delta z \frac{\partial}{\partial z} (T^{j3} S) = c \delta t \delta z S F'^j \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (T^{j0} S) + \frac{\partial}{\partial z} (T^{j3} S) = S F'^j$$

Pour une structure stationnaire, il advient

$$(92.494) \quad \frac{\partial}{\partial t} T^{j0} + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial z} (T^{j3} S) = F'^j,$$

$$(92.495) \quad \frac{\partial}{\partial t} T^{j0} + \frac{\partial}{\partial z} T^{j3} + T^{j3} \frac{\partial}{\partial z} \ln S = F'^j$$

On exprime ensuite la composante temporelle et spatiale projetée le long de l'axe

$$(92.496) \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} T^{00} + c \frac{\partial}{\partial z} T^{0z} + T^{0z} c \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \Gamma_b (F^0 + \beta_b F^z) \\ \frac{\partial}{\partial t} T^{z0} + c \frac{\partial}{\partial z} T^{zz} + T^{zz} c \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \Gamma_b (F^z + \beta_b F^0) \end{cases}$$

On réduit le système à une seule équation faisant intervenir l'énergie en éliminant le terme de force,

$$(92.497) \quad \frac{\partial}{\partial t} T^{00} - \beta_b \frac{\partial}{\partial t} T^{z0} + c \frac{\partial}{\partial z} T^{0z} - c \beta_b \frac{\partial}{\partial z} T^{zz} + (T^{0z} - \beta_b T^{zz}) c \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \frac{F^0}{\Gamma_b}$$

$$(92.498) \quad T^{00} = w \Gamma_b^2 - p, \quad T^{0z} = T^{z0} = w \beta_b \Gamma_b^2, \quad T^{zz} = w \beta_b^2 \Gamma_b^2 + p$$

On obtient après quelques manipulations élémentaires sans difficulté,

$$(92.499) \quad D_{\beta_b}(w\Gamma_b^2) - \beta_b D_{\beta_b}(w\beta_b\Gamma_b^2) + wc \frac{\partial}{\partial z} \beta_b - D_{\beta_b}p + c\beta_b(w-p) \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \frac{F^0}{\Gamma_b}$$

En supposant une "structure de vitesses stationnaire", c'est-à-dire $\partial_t \beta_b = \partial_t \Gamma_b = 0$ on a,

$$(92.500) \quad D_{\beta_b}(w\Gamma_b^2) - \beta_b D_{\beta_b}(w\beta_b\Gamma_b^2) = \Gamma_b^2(1 - \beta_b^2)D_{\beta_b}w = D_{\beta_b}w$$

$$(92.501) \quad D_{\beta_b}(w-p) + c\beta_b(w-p) \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \frac{F^0}{\Gamma_b}$$

soit finalement

$$(92.502) \quad D_{\beta_b}e + c\beta_b e \frac{\partial}{\partial z} \ln S = c \frac{F^0}{\Gamma_b}$$

$$(92.503) \quad D_{\beta_b}e + c\beta_b e \frac{\partial}{\partial z} \ln S = \frac{\partial Se}{\partial t} + c\beta_b \frac{\partial}{\partial z} Se = D_{\beta_b}(Se)$$

$$(92.504) \quad D_{\beta_b}(Se) = c \frac{SF^0}{\Gamma_b} \Rightarrow D_{\beta_b}(\beta_b \Gamma_b Se) = c\beta_b SF^0$$

En introduisant l'équation sur la densité, on a

$$(92.505) \quad D_{\beta_b}(\langle \gamma \rangle m_e c^2 J_e) = c\beta_b SF^0$$

$$(92.506) \quad J_e D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle + \langle \gamma \rangle D_{\beta_b} J_e = \frac{c\beta_b SF^0}{m_e c^2}$$

$$(92.507) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle + \langle \gamma \rangle \frac{D_{\beta_b} J_e}{J_e} = \frac{c\beta_b SF^0}{J_e m_e c^2} = \frac{cF^0}{\Gamma_b n_e m_e c^2}$$

$$(92.508) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle + \langle \gamma \rangle \frac{\dot{n}_{\text{prod}}}{n_e \Gamma_b} = \frac{c\beta_b SF^0}{J_e m_e c^2} = \frac{cF^0}{\Gamma_b n_e m_e c^2}$$

$$(92.509) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle + \langle \gamma \rangle \frac{\dot{n}_{\text{prod}}}{\Gamma_b n_e} = \frac{cF^0}{\Gamma_b n_e m_e c^2} \Rightarrow D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle = \frac{cF^0}{\Gamma_b n_e m_e c^2} - \langle \gamma \rangle \frac{\dot{n}_{\text{prod}}}{\Gamma_b n_e}$$

Soit finalement

$$(92.510) \quad D_{\beta_b} \langle \gamma \rangle = \frac{1}{\Gamma_b n_e m_e c^2} (cF^0 - \langle \gamma \rangle m_e c^2 \dot{n}_{\text{prod}})$$

Les termes intervenants dans cF^0 sont explicités et décrits dans le corps de la thèse.

ANNEXE D

Calcul Stochastique

Plan du chapitre

1. Introduction	223
2. Calcul stochastique d'Itô	224
§ 93. Introduction	224
§ 94. Rappels sur l'intégrale de Riemman-Stieltjes	225
§ 95. Exemples d'application	225
§ 95.1. Exemple 1 : calcul direct d'une intégrale d'Itô	225
§ 95.2. Exemple 2 : calcul au sens de Stratonovich ou d'Itô, quelle différence ?	226
3. Changement de variable	226
§ 96. Théorème fondamental d'Itô-Doeblin	226
§ 97. Exemple d'application	227
4. Calcul stochastique et approximation diffusive : vers l'équation de Fokker-Planck	227

1. Introduction

Le calcul stochastique se propose de modéliser et de résoudre des problèmes mathématiques au sens large (en physique, économie, biologie...) où un phénomène est soumis continuellement à l'intervention du hasard. Par exemple, considérons l'équation la simple sur l'évolution d'une population

$$(92.511) \quad \frac{dN}{dt}(t) = \alpha(t)N(t) \quad \text{avec} \quad N(t=0) = N_0$$

où $\alpha(t)$ est le taux de croissance de la population considérée. Dans le cadre classique, déterministe, cette équation est parfaitement intégrable et la solution est

$$(92.512) \quad N(t) = N_0 \exp \int_0^t d\alpha(t).$$

Maintenant qu'en devient-il lorsque cette évolution est soumise à des fluctuations aléatoires, que l'on peut attribuer par exemple à des interactions avec son environnement, c'est-à-dire formellement,

$$(92.513) \quad \alpha(t) = \bar{\alpha}(t) + \text{“bruit”} \quad \longrightarrow \quad \frac{dN}{dt}(t) = (\bar{\alpha}(t) + \text{“bruit”})N(t)$$

ou plus généralement

$$(92.514) \quad \frac{dX_t}{dt}(t) = A(t, X_t) + B(t, X_t) \cdot \omega_t$$

où ω_t est un bruit blanc, c'est-à-dire vérifiant les propriétés suivantes,

- (1) $t_1 \neq t_2 \Rightarrow W_{t_1}$ and W_{t_2} sont indépendants,
- (2) $\{W_t\}$ est stationnaire, c'est-à-dire que la distribution de $\{W_{t_1+t}, \dots, W_{t_k+t}\}$ ne dépend pas de t
- (3) $\mathbb{E}(W_t) = 0$ pour tout t .

Cette dernière équation est l'équation différentielle stochastique canonique. La résolution de ce type d'équation se fait dans un cadre formel précis, celui du calcul stochastique d'Itô.

Le symbole $\mathbb{E}(X)$ désigne l'espérance mathématique (ou valeur moyenne) de X , comme étant l'intégrale si elle existe :

$$\mathbb{E}(X) = \int_{\Omega} X(\omega) dP(\omega).$$

2. Calcul stochastique d'Itô

§ 93. Introduction

Considérons à nouveau l'équation différentielle stochastique canonique,

$$(93.515) \quad dx = A(x, t)dt + B(x, t)dW(t) = [A(x, t)dt + B(x, t)\omega(t)] dt$$

où $W(t)$ est un processus de Wiener, caractéristique des mouvements de marche au hasard (mouvements Brownien) et dont il représente la limite continue. Il est caractérisé par les distributions en probabilités,

$$\begin{aligned} p(\omega_0, t_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi t_0}} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2t_0}\right), \\ p(\omega, t|\omega_0, t_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi \Delta t}} \exp\left(-\frac{(\Delta\omega)^2}{2(\Delta t)}\right), \end{aligned}$$

où $dW(t) = \omega(t)dt$ et avec $\Delta t = t - t_0$ et $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Il vérifie entre autre

$$\begin{aligned} dW_i(t)dW_j(t) &= \delta_{ij}dt \\ \langle W(t) \rangle &= W_0 \quad (= W(t_0)) \\ \langle (W(t) - W_0)^2 \rangle &= t - t_0 \end{aligned}$$

La forme intégrée s'écrit formellement,

$$(93.516) \quad x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t dt A(x, t) + \int_{t_0}^t dWB(x, t)$$

Le problème c'est quel sens donner à la seconde intégrale ? Ce n'est certainement pas une intégrale usuelle de Riemann, les processus de Wiener n'étant pas différentiables. C'est justement tout le propos de la méthode d'Itô de donner un sens à ce type d'intégrale. Pour cela rappelons quelques propriétés sur l'intégrale Riemman-Stieltjes, à savoir toute intégrale de la forme,

$$\int f(u)dg(u) = \int f dg$$

§ 94. Rappels sur l'intégrale de Riemman-Stieltjès

DÉFINITION 1 (Somme de Riemman-Stieltjès). Soit $f(x)$ une fonction continue et $g(x)$ une fonction à priori quelconque (voire non différentiable !) mais bornée dans $a \leq x \leq b$. Soit $\Sigma : a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N = b$ une subdivision de l'intervalle et $\Theta : \xi_0 \leq \xi_1 \leq \dots \leq \xi_{N-1}$ avec $x_i \leq \xi_i \leq x_{i+1}$ une séquence de valeurs intermédiaires pris dans l'intervalle Σ . On construit la quantité,

$$R_{\Sigma, \Theta}(f, g) = \sum_{i=0}^{N-1} f(\xi_i)(g(x_{i+1}) - g(x_i))$$

appelée somme de Riemann-Stieltjès définie par la donnée de Σ et Θ .

Dans le cas où $g(x) = x$, cette somme se réduit à la somme de Riemann usuelle. Dans le cas où g est un processus de Wiener, nous verrons que le choix de ξ n'est pas anodin. Posons par souci de commodité,

$$(94.517) \quad \xi_i = (1 - \alpha)x_i + \alpha x_{i+1}.$$

Dans ce cas on a,

$$(94.518) \quad R_{\Sigma, \Theta}^{(\alpha)}(f, g) = \sum_{i=0}^{N-1} f[(1 - \alpha)x_i + \alpha x_{i+1}](g(x_{i+1}) - g(x_i))$$

DÉFINITION 2 (Intégrale de Riemman-Stieltjès). L'intégrale dite "au sens de Riemann-Stieltjès"

$$\int_a^b f(x) dg(x)$$

est la limite

$$I^{(\alpha)} = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} R_{\Sigma, \Theta}^{(\alpha)}(f, g)$$

si cette limite existe indépendamment des suites Σ et Θ .

Dans l'expression précédente on a défini la limite comme étant,

$$(94.519) \quad X = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} X_n \quad \text{si} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}[(X_n - X)^2] = 0.$$

§ 95. Exemples d'application

§ 95.1. Exemple 1 : calcul direct d'une intégrale d'Itô

À titre d'exemple d'application, calculons $\int_0^t dB(s)B(s)$ où $B(t)$ est un processus de Wiener. On pose $\tau = (1 - \alpha)t_i + \alpha t_{i+1}$

$$I^{(\alpha)} = \int_0^t dB(s)B(s) = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{N-1} B(\tau)(B(t_{i+1}) - B(t_i))$$

Pour $\alpha = 0$,

$$(95.520) \quad B(t_i)(B(t_{i+1}) - B(t_i)) = \frac{1}{2} (B(t_{i+1})^2 - B(t_i)^2 - (B(t_i) - B(t_{i+1}))^2)$$

et en utilisant les propriétés du processus de Wiener on a,

$$(95.521) \quad I^{(0)} = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} [B(t_{i+1})^2 - B(t_i)^2] - \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} [B(t_i) - B(t_{i+1}))^2]$$

$$(95.522) \quad I^{(0)} = \frac{1}{2} [B(t)^2 - B(0)^2] - \frac{t}{2}$$

Pour $\alpha = 1/2$, on trouve $I^{(1/2)} = \frac{1}{2} [B(t)^2 - B(0)^2]$ c'est-à-dire ce que l'on obtiendrait dans le cadre d'un calcul classique d'intégrale au sens de Riemann. Dans le cas $\alpha = 0$, un terme supplémentaire vient corriger le calcul classique. On voit donc que dans le cas d'un processus de Wiener, la dépendance en α est importante. Dans le cas $\alpha = 0$ on parle de calcul au sens d'Itô et dans le cas $\alpha = 1/2$ de calcul au sens de Stratonovich. Le premier correspond à un cas d'ignorance maximum des événements futurs (calculs non-anticipatifs).

§ 95.2. Exemple 2 : calcul au sens de Stratonovich ou d'Itô, quelle différence ?

On suppose une marche au hasard sur un réseau. La position de la particule est repérée au temps t par son abscisse $x(t)$. Supposons le jeu suivant : au temps t_i je parie la quantité d'argent $x(t_i)$ que ma particule va aller encore plus à droite au temps t_{i+1} , c'est à dire $\delta x_{i+1} = x(t_{i+1}) - x(t_i) > 0$. Si j'ai raison, je gagne une somme d'argent directement proportionnelle à $x(t_i)\delta x_{i+1}$. Dans ce cas, la somme d'argent que j'aurai accumulé au bout d'un temps t est donné par,

$$(95.523) \quad S^h = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{N-1} x(t_i)(x(t_{i+1}) - x(t_i)) = I^{(0)} = \frac{x(t)^2 - x(0)^2 - t}{2}.$$

Maintenant la même chose mais cette fois je triche : je connais la direction dans laquelle la particule va partir et cette fois je parie non plus $x(t_i)$ la quantité d'argent mais $x(t_{i+1})$, ce qui tends à diminuer les pertes lorsque je me trompe et à augmenter mes gains dans le cas contraire, à comparer au joueur honnête. Dans ce cas,

$$(95.524) \quad S^t = \text{ms-lim}_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{N-1} x(t_{i+1})(x(t_{i+1}) - x(t_i)) = I^{(1)} = \frac{x(t)^2 - x(0)^2 + t}{2}.$$

Dans les deux cas, les gains moyens valents,

$$(95.525) \quad \mathbb{E}(S^h) = \frac{1}{2} [\mathbb{E}(x(t)^2 - x(0)^2) - t] = 0$$

$$(95.526) \quad \mathbb{E}(S^t) = \frac{1}{2} [\mathbb{E}(x(t)^2 - x(0)^2) + t] = t$$

Ce qui se passe de commentaires !

3. Changement de variable

§ 96. Théorème fondamental d'Itô-Doeblin

Soit X_t un processus stochastique. Que peut-on dire alors des propriétés du calcul du produit de composition de X_t avec une fonction régulière f ? C'est le propos du théorème fondamental suivant.

THÉORÈME 1. (Formule d'Itô-Doeblin – Changements de variables.) Soit X_t un processus d'Itô donnée par $dX_t = u dt + v dB_t$. Soit $g(t, x) \in \mathcal{C}^2([0, \infty) \times \mathbb{R})$ (c'est-à-dire deux fois dérivable continument sur $[0, \infty) \times \mathbb{R}$). Alors

$$Y_t = g(t, X_t)$$

est aussi un processus d'Itô,

$$(96.527) \quad dY_t = \frac{\partial g}{\partial t}(t, X_t) dt + \frac{\partial g}{\partial x}(t, X_t) dX_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(t, X_t) \cdot (dX_t)^2,$$

où $(dX_t)^2 = (dX_t) \cdot (dX_t)$ est calculé suivant les règles suivantes (appelées aussi règles d'Itô)

$$dt \cdot dt = dt \cdot dB_t = dB_t \cdot dt = 0 \quad , \quad dB_t \cdot dB_t = dt.$$

Cette formule est l'analogie stochastique des formules de changements de variables de l'analyse classique et permet entre autre de ramener l'étude d'un classique mouvement aléatoire (semi-martingales) à celle du mouvement brownien dont l'étude fine est bien connue.

§ 97. Exemple d'application

Revenons au calcul de l'intégrale $\int_0^t dB(s)B(s)$ de l'exemple 1 précédent où $B(t)$ est un processus de Wiener.

Choisissons $X_t = B_t$ et $g(t, x) = x^2/2$. Alors on a immédiatement,

$$Y_t = g(t, B_t) = \frac{1}{2}B_t^2$$

Appliquons alors directement la formule du changement de variable précédemment donnée,

$$dY_t = \frac{\partial g}{\partial t}dt + \frac{\partial g}{\partial x}dB_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(dB_t)^2 = B_t dB_t + \frac{1}{2}(dB_t)^2 = B_t dB_t + \frac{1}{2}dt$$

soit finalement

$$\int_0^t dB(s)B(s) = \frac{1}{2} [B(t)^2 - B(0)^2] - \frac{t}{2}.$$

4. Calcul stochastique et approximation diffusive : vers l'équation de Fokker-Planck.

Considérons un processus stochastique d'Itô uni-dimensionnel décrit par l'équation différentielle stochastique canonique,

$$(97.528) \quad dx = A(x, t)dt + B(x, t)dW(t) = [A(x, t)dt + B(x, t)\omega(t)] dt$$

Le but de cette section est de mettre en évidence l'équivalence formelle qu'il existe entre un processus stochastique décrit par une telle équation différentielle et un processus de diffusion qu'il en résulte (d'un point de statistique) décrit correctement par une équation de Fokker-Planck. Pour se faire, choisissons une fonction f arbitraire, satisfaisant au critère du Théorème d'Itô. À partir de la formule d'Itô-Doeblin, on obtient que $f[x(t)]$ est un aussi un processus d'Itô vérifiant l'équation différentielle stochastique

$$(97.529) \quad df[x(t)] = f'[x(t)]A[x(t), t]dt + f'[x(t)]B[x(t), t]dW(t) + \frac{1}{2}f''[x(t)](B[x(t), t])^2 dt$$

Formons la moyenne de cette dernière expression. On obtient formellement la relation ,

$$(97.530) \quad \langle df[x(t)] \rangle = \langle f'[x(t)]A[x(t), t]dt \rangle + \langle f'[x(t)]B[x(t), t]dW(t) \rangle + \frac{1}{2}\langle f''[x(t)](B[x(t), t])^2 dt \rangle$$

Le second terme s'annule en supposant que les termes $f'[x(t)]$ et $B[x(t), t]$ sont des fonctions ordinaires "non-anticipantes" et par le fait statistiquement indépendantes de $dW(t)$.

$$(97.531) \quad \langle f'[x(t)]B[x(t), t]dW(t) \rangle = \langle f'[x(t)]B[x(t), t] \rangle \langle dW(t) \rangle = 0$$

L'équation peut donc se ré-écrire,

$$(97.532) \quad \left\langle \frac{d}{dt}f[x(t)] \right\rangle = \langle f'[x(t)]A[x(t), t] \rangle + \frac{1}{2}\langle f''[x(t)](B[x(t), t])^2 \rangle$$

On rappelle que la moyenne ou l'espérance $\mathbb{E}(f)$ de f est donnée par,

$$(97.533) \quad \mathbb{E}(f) = \langle f[x(t)] \rangle = \int_{\Omega} dx f(x) p(x, t | x_0, t_0)$$

Ainsi l'équation (4) se ré-écrit,

$$(97.534) \quad \int_{\Omega} dx f(x) \frac{\partial}{\partial t} p(x, t|x_0, t_0) = \int_{\Omega} dx \left(f'(x)A + \frac{1}{2}f''(x)B^2 \right) p(x, t|x_0, t_0)$$

$$(97.535) \quad \int_{\Omega} dx f'(x)A p(x, t|x_0, t_0) = \int_{\Omega} dx \frac{\partial}{\partial x} (f(x)A p(x, t|x_0, t_0)) - \int_{\Omega} dx f(x) \frac{\partial}{\partial x} (A p(x, t|x_0, t_0))$$

Le premier terme du membre de droite se ramène à une intégrale de surface sur le bord du domaine Ω où l'on suppose que $p(x, t|x_0, t_0)$ s'annule. Au bout du compte, on obtient,

$$(97.536) \quad \int_{\Omega} dx f(x) \frac{\partial}{\partial t} p(x, t|x_0, t_0) = \int_{\Omega} dx f(x) \left[-\frac{\partial}{\partial x} A p(x, t|x_0, t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} B p(x, t|x_0, t_0) \right]$$

Puisque que $f(x)$ est une fonction arbitrairement choisie, en identifiant les intégrands respectifs de chacun des deux membres, on obtient l'équation de Fokker-Planck associée au processus de diffusion décrit par l'équation différentielle stochastique considérée au début de cette section,

$$(97.537) \quad \frac{\partial}{\partial t} p(x, t|x_0, t_0) = -\frac{\partial}{\partial x} A(x, t) p(x, t|x_0, t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x, t) p(x, t|x_0, t_0)$$

Cette formule se généralise facilement à plusieurs dimensions et l'on montre qu'il existe une équivalence formelle entre l'équation différentielle stochastique

$$(97.538) \quad d\mathbf{x} = \mathbf{A}[\mathbf{x}(t), t]dt + \mathbf{B}[\mathbf{x}(t), t] \cdot d\mathbf{W}(t)$$

et l'équation de Fokker-Planck (ou *équation directe de Kolmogorov*)

$$(97.539) \quad \frac{\partial}{\partial t} p(\mathbf{x}, t|\mathbf{x}_0, t_0) = -\sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} A_i p(\mathbf{x}, t|\mathbf{x}_0, t_0) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^\top]_{ij} p(\mathbf{x}, t|\mathbf{x}_0, t_0)$$

que l'on note parfois,

$$(97.540) \quad \frac{\partial p}{\partial t}(\mathbf{x}, t|\mathbf{x}_0, t_0) = \mathcal{A}_x^* p(\mathbf{x}, t|\mathbf{x}_0, t_0)$$

où \mathcal{A}_x^* est l'opérateur différentiel de Fokker-Planck. Le sens de "*directe*" vient du fait que \mathcal{A}_x^* agit sur la variable x et permet d'obtenir l'évolution directe de la densité de probabilité p à partir de la donnée de $p(\mathbf{x}_0, t_0)$. Il existe la formulation *rétrograde* de l'équation de Fokker-Planck, on dans ce cas où utilise l'opérateur adjoint de \mathcal{A}_x^* .

Partie VII

Bibliographie

Bibliographie

- Abramowitz, M. et Stegun, I. 1964, *Handbook of Mathematical Functions*, Applied Mathematics Series - 55, Dover Publication Inc. (New-York).
- Adams, T. F. 1977, A survey of the seyfert galaxies based on large-scale image-tube plates, *Astrophysical Journal, Supplement* **33**, 19+.
- Aharonian, F., Akhperjanian, A., Barrio, J., Bernlöhr, K. *et al.* 2000, Rejection of the Hypothesis That Markarian 501 TEV Photons Are Pure Bose-Einstein Condensates, *Astrophysical Journal, Letters* **543**, L39.
- Aharonian, F. A. 2000, TeV gamma rays from BL Lac objects due to synchrotron radiation of extremely high energy protons, *New Astronomy* **5**, 377.
- Aharonian, F. A., Akhperjanian, A. G., Barrio, J. A., Bernlöhr, K. *et al.* 1999, The time averaged TeV energy spectrum of MKN 501 of the extraordinary 1997 outburst as measured with the stereoscopic Cherenkov telescope system of HEGRA, *Astron. & Astrophys.* **349**, 11.
- Aharonian, F. A., Akhperjanian, A. G., Barrio, J. A., Bernlöhr, K. *et al.* 2001, Search for a TeV gamma-ray halo of Mkn 501, *Astron. & Astrophys.* **366**, 746.
- Aharonian, F. A., Coppi, P. S. et Voelk, H. J. 1994, Very high energy gamma rays from active galactic nuclei: Cascading on the cosmic background radiation fields and the formation of pair halos, *Astrophysical Journal, Letters* **423**, L5.
- Akharonian, F. A., Atoian, A. M. et Nakhapetian, A. 1986, The possible acceleration mechanism leading to the formation of M axwell-like spectra of relativistic electrons in turbulent synchrotron sources, *Astron. & Astrophys.* **162**, L1+.
- Altieri, B., Metcalfe, L., Kneib, J. P., McBreen, B. *et al.* 1999, An ultra-deep ISOCAM observation through a cluster-lens, *Astron. & Astrophys.* **343**, L65.
- Anchordoqui, L., Goldberg, H., Reucroft, S. et Swain, J. 2001, Extragalactic sources for ultrahigh energy cosmic ray nuclei, *Phys. Rev. D* **64**, 12, 123004.
- Arfken, G. et Weber, J. 2001, *mathematical methods for physicist*, Harcourt Academic Press.
- Axon, D. J., Pedlar, A., Unger, S. W., Meurs, E. J. A. *et al.* 1989, The jets of 3C120, *Nature* **341**, 631.
- Böttcher, M. et Dermer, C. D. 2002, An Evolutionary Scenario for Blazar Unification, *Astrophysical Journal* **564**, 86.
- Becker, P. A. 2003, Exact solution for the Green's function describing time-dependent thermal Comptonization, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **343**, 215.
- Bednarek, W. et Protheroe, R. J. 1999, Gamma-ray and neutrino flares produced by protons accelerated on an accretion disc surface in active galactic nuclei, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **302**, 373.
- Begelman, M. C., Blandford, R. D. et Rees, M. J. 1984, Theory of extragalactic radio sources, *Reviews of Modern Physics* **56**, 255.
- Blandford, R. D., Netzer, H., Woltjer, L., Courvoisier, T. *et al.* 1990, Active galactic nuclei, dans *Berlin ; New York : Springer-Verlag, c1990.*, pp. 53...+.
- Blandford, R. D. et Payne, D. G. 1982, Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **199**, 883.

- Blandford, R. D. et Rees, M. J. 1974, A 'twin-exhaust' model for double radio sources, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **169**, 395.
- Blandford, R. D. et Znajek, R. L. 1977, Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **179**, 433.
- Blumenthal, G. R. et Gould, R. J. 1970, Bremsstrahlung, Synchrotron Radiation, and Compton Scattering of High-Energy Electrons Traversing Dilute Gases, *Reviews of Modern Physics* **42**, 237.
- Bonometto, S. et Rees, M. J. 1971, On possible observable effects of electron pair-production in QSOs, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **152**, 21.
- Casse, F. et Ferreira, J. 2000, Magnetized accretion-ejection structures. V. Effects of entropy generation inside the disc, *Astron. & Astrophys.* **361**, 1178.
- Casse, F., Lemoine, M. et Pelletier, G. 2002, Transport of cosmic rays in chaotic magnetic fields, *Phys. Rev. D* **65**, 2, 023002.
- Cavaliere, A. et D'Elia, V. 2002, The Blazar Main Sequence, *Astrophysical Journal* **571**, 226.
- Celotti, A. et Fabian, A. C. 1993, The kinetic power and luminosity of parsecscale radio jets - an argument for heavy jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **264**, 228+.
- Celotti, A. et Ghisellini, G. 2002, The Energetics of Blazars, dans *Blazar Astrophysics with BeppoSAX and Other Observatories*, pp. 251+.
- Chadwick, P. M., Lyons, K., McComb, T. J. L., Orford, K. J. et al. 1999, Very High Energy Gamma Rays from PKS 2155-304, *Astrophysical Journal* **513**, 161.
- Chandrasekhar, S. 1949, Turbulence - a Physical Theory of Astrophysical Interest., *Astrophysical Journal* **110**, 329.
- Chiaberge, M., Capetti, A. et Celotti, A. 2001, The BL Lac heart of Centaurus A, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **324**, L33.
- Chiaberge, M., Celotti, A., Capetti, A. et Ghisellini, G. 2000, Does the unification of BL Lac and FR I radio galaxies require jet velocity structures?, *Astron. & Astrophys.* **358**, 104.
- Chiaberge, M., Gilli, R., Capetti, A. et Macchetto, F. D. 2003, The Nuclear Spectral Energy Distribution of NGC 6251: A BL Lacertae Object in the Center of an FR I Radio Galaxy, *Astrophysical Journal* **597**, 166.
- Chiappetti, L., Maraschi, L., Tavecchio, F., Celotti, A. et al. 1999, Spectral Evolution of PKS 2155-304 Observed with BeppoSAX during an Active Gamma-Ray Phase, *Astrophysical Journal* **521**, 552.
- Connolly, A. J., Szalay, A. S., Dickinson, M., Subbarao, M. U. et al. 1997, The Evolution of the Global Star Formation History as Measured from the Hubble Deep Field, *Astrophysical Journal, Letters* **486**, L11+.
- Coppi, P. S. et Blandford, R. D. 1990, Reaction rates and energy distributions for elementary processes in relativistic pair plasmas, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **245**, 453.
- Corbett, E. A., Robinson, A., Axon, D. J., Hough, J. H. et al. 1996, The appearance of broad H α in BL Lacertae, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **281**, 737.
- Crusius, A. et Schlickeiser, R. 1986, Synchrotron radiation in random magnetic fields, *Astron. & Astrophys.* **164**, L16.
- Dai, Z. G., Zhang, B., Gou, L. J., Mészáros, P. et al. 2002, GeV Emission from TeV Blazars and Intergalactic Magnetic Fields, *Astrophysical Journal, Letters* **580**, L7.
- de Jager, O. C. et Stecker, F. W. 2002, Extragalactic Gamma-Ray Absorption and the Intrinsic Spectrum of Markarian 501 during the 1997 Flare, *Astrophysical Journal* **566**, 738.
- Dermer, C. D. et Gehrels, N. 1995, Two Classes of Gamma-Ray-emitting Active Galactic Nuclei, *Astrophysical Journal* **447**, 103+.

- Dermer, C. D., Miller, J. A. et Li, H. 1996, Stochastic Particle Acceleration near Accreting Black Holes, *Astrophysical Journal* **456**, 106.
- Dermer, C. D. et Schlickeiser, R. 1993, Model for the High-Energy Emission from Blazars, *Astrophysical Journal* **416**, 458+.
- Djannati-Atai, A., Piron, F., Barrau, A., Iacoucci, L. *et al.* 1999, Very High Energy Gamma-ray spectral properties of MKN 501 from CAT Cerenkov telescope observations in 1997, *Astron. & Astrophys.* **350**, 17.
- Donato, D., Ghisellini, G., Tagliaferri, G. et Fossati, G. 2001, Hard X-ray properties of blazars, *Astron. & Astrophys.* **375**, 739.
- Edwards, P. G. et Piner, B. G. 2002, The Subluminal Parsec-Scale Jet of Markarian 501, *Astrophysical Journal, Letters* **579**, L67.
- Fan, J., Xie, G. et Wen, S. 1996, The relativistic beaming model for active galactic nuclei., *Astronomy and Astrophysics, Supplement* **116**, 409.
- Fan, Y. Z., Dai, Z. G. et Wei, D. M. 2004, Strong GeV emission accompanying TeV blazar H1426+428, *Astron. & Astrophys.* **415**, 483.
- Fanaroff, B. L. et Riley, J. M. 1974, The morphology of extragalactic radio sources of high and low luminosity, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **167**, 31P.
- Ferreira, J. 1997, Magnetically-driven jets from Keplerian accretion discs., *Astron. & Astrophys.* **319**, 340.
- Ferreira, J. et Casse, F. 2004, Stationary Accretion Disks Launching Super-fast-magnetosonic Magnetohydrodynamic Jets, *Astrophysical Journal, Letters* **601**, L139.
- Finkbeiner, D. P., Davis, M. et Schlegel, D. J. 2000, Detection of a Far-Infrared Excess with DIRBE at 60 and 100 Microns, *Astrophysical Journal* **544**, 81.
- Fossati, G., Maraschi, L., Celotti, A., Comastri, A. *et al.* 1998, A unifying view of the spectral energy distributions of blazars, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **299**, 433.
- Gaidos, J. A., Akerlof, C. W., Biller, S. D., Boyle, P. J. *et al.* 1996, Very Rapid and Energetic Bursts of TeV Photons from the Active Galaxy Markarian 421., *Nature* **383**, 319+.
- Georganopoulos, M. et Kazanas, D. 2003, Decelerating Flows in TeV Blazars: A Resolution to the BL Lacertae-FR I Unification Problem, *Astrophysical Journal, Letters* **594**, L27.
- Ghisellini, G., Celotti, A., Fossati, G., Maraschi, L. *et al.* 1998, A theoretical unifying scheme for gamma-ray bright blazars, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **301**, 451.
- Ghisellini, G., Celotti, A., George, I. M. et Fabian, A. C. 1992, The role of electron-positron pairs in parsec-scale radio jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **258**, 776.
- Ghisellini, G. et Madau, P. 1996, On the origin of the gamma-ray emission in blazars, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **280**, 67.
- Ghisellini, G., Padovani, P., Celotti, A. et Maraschi, L. 1993, Relativistic bulk motion in active galactic nuclei, *Astrophysical Journal* **407**, 65.
- Giacalone, J. et Jokipii, J. R. 1999, The Transport of Cosmic Rays across a Turbulent Magnetic Field, *Astrophysical Journal* **520**, 204.
- Gorham, P. W., van Zee, L., Unwin, S. C. et Jacobs, C. 2000, Markarian 421'S Unusual Satellite Galaxy, *Astronomical Journal* **119**, 1677.
- Gould, R. J. et Schröder, G. 1966, Opacity of the Universe to High-Energy Photons, *Physical Review Letters* **16**, 252.
- Gould, R. J. et Schröder, G. P. 1967, Opacity of the Universe to High-Energy Photons, *Physical Review* **155**, 1408.
- Gould, R. J. et Schröder, G. P. 1967, Pair production in photon-photon collisions, *Physical Review* **155**, 1404.

- Greisen, K. 1966, End to the Cosmic-Ray Spectrum?, *Physical Review Letters* **16**, 748.
- Hargrave, P. J. et Ryle, M. 1974, Observations of Cygnus A with the 5km radio telescope., *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **166**, 305.
- Harwit, M. 2001, Photon Bunching at TeV Energies, *Astrophysical Journal, Letters* **556**, L21.
- Harwit, M., Protheroe, R. J. et Biermann, P. L. 1999, TEV Cerenkov Events as Bose-Einstein Gamma Condensations, *Astrophysical Journal, Letters* **524**, L91.
- Hauser, M. G. et Dwek, E. 2001, The Cosmic Infrared Background: Measurements and Implications, *Annual Review of Astron and Astrophys* **39**, 249.
- Henri, G. et Pelletier, G. 1991, Relativistic electron-positron beam formation in the framework of the two-flow model for active galactic nuclei, *Astrophysical Journal, Letters* **383**, L7.
- Henri, G., Pelletier, G., Petrucci, P. O. et Renaud, N. 1999, Active galactic nuclei as high energy engines, *Astroparticle Physics* **11**, 347.
- Henri, G., Pelletier, G. et Roland, J. 1993, Gamma-ray emission of active galactic nuclei as a signature of relativistic electron-positron beams, *Astrophysical Journal, Letters* **404**, L41.
- Henriksen, R. N. et Rayburn, D. R. 1971, Relativistic stellar wind theory: 'Near'zone solutions, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **152**, 323.
- Heyvaerts, J. et Norman, C. 1989, The collimation of magnetized winds, *Astrophysical Journal* **347**, 1055.
- Hinton, J. A. 2004, The status of the HESS project, *New Astronomy Review* **48**, 331.
- Hirotani, K., Iguchi, S., Kimura, M. et Wajima, K. 1998, Pair Plasma Dominance in pc-scale Jet of 3C345, dans *Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, held in Paris, France, Dec. 14-18, 1998*. Eds.: J. Paul, T. Montmerle, and E. Aubourg (CEA Saclay)., pp. E407–+.
- Hoffmeister, C. 1929, 354 neue Veränderliche, *Astronomische Nachrichten* **236**, 233.
- Jackson, J. 1999, *Classical Electrodynamics, Third Edition*, John Wiley and Sons.
- Jelley, J. V. 1966, High-Energy γ -Ray Absorption in Space by a 3.5degK Microwave Field, *Physical Review Letters* **16**, 479.
- Jones, F. C. 1968, Calculated Spectrum of Inverse-Compton-Scattered Photons, *Physical Review* **167**, 1159.
- Kataoka, J., Takahashi, T., Makino, F., Inoue, S. et al. 2000, Variability Pattern and the Spectral Evolution of the BL Lacertae Object PKS 2155-304, *Astrophysical Journal* **528**, 243.
- Katarzyński, K., Sol, H. et Kus, A. 2001, The multifrequency emission of Mrk 501. From radio to TeV gamma-rays, *Astron. & Astrophys.* **367**, 809.
- Katarzyński, K., Sol, H. et Kus, A. 2003, The multifrequency variability of Mrk 421, *Astron. & Astrophys.* **410**, 101.
- Kellermann, K. I. 2003, Variability, Brightness Temperature, Superluminal Motion, Doppler Boosting, and Related Issues, dans *ASP Conf. Ser. 300: Radio Astronomy at the Fringe*, pp. 185–+.
- Kellermann, K. I. et Pauliny-Toth, I. I. K. 1969, The Spectra of Opaque Radio Sources, *Astrophysical Journal, Letters* **155**, L71+.
- Kellermann, K. I., Sramek, R., Schmidt, M., Shaffer, D. B. et al. 1989, VLA observations of objects in the Palomar Bright Quasar Survey, *Astronomical Journal* **98**, 1195.
- Kifune, T. 1999, Invariance Violation Extends the Cosmic-Ray Horizon?, *Astrophysical Journal, Letters* **518**, L21.
- Kompaneets, A. S. 1957, *Soviet Phys. — JETP* **4**, 730.

- Konopelko, A., Mastichiadis, A., Kirk, J., de Jager, O. C. *et al.* 2003, Modeling the TeV Gamma-Ray Spectra of Two Low-Redshift Active Galactic Nuclei: Markarian 501 and Markarian 421, *Astrophysical Journal* **597**, 851.
- Konopelko, A. K., Kirk, J. G., Stecker, F. W. et Mastichiadis, A. 1999, Evidence for Intergalactic Absorption in the TEV Gamma-Ray Spectrum of Markarian 501, *Astrophysical Journal, Letters* **518**, L13.
- Krawczynski, H., Hughes, S. B., Horan, D., Aharonian, F. *et al.* 2004, Multiwavelength Observations of Strong Flares from the TeV Blazar 1ES 1959+6 50, *Astrophysical Journal* **601**, 151.
- Kronberg, P. P. 1994, Extragalactic magnetic fields, *Reports of Progress in Physics* **57**, 325.
- Kulsrud, R. M. 1999, A Critical Review of Galactic Dynamos, *Annual Review of Astron and Astrophys* **37**, 37.
- Lacombe, C. 1977, Acceleration of particles and plasma heating by turbulent Alfvén waves in a radiogalaxy, *Astron. & Astrophys.* **54**, 1.
- Landau, L. et Lifschitz, E. 1999, *Cours de physique théorique, Volume 6: mécanique des fluides*, Edition MIR.
- Ledlow, M. J. et Owen, F. N. 1996, 20 CM VLA Survey of Abell Clusters of Galaxies. VI. Radio/Optical Luminosity Functions, *Astronomical Journal* **112**, 9.
- Levinson, A. 2001, Comment on "TEV Cerenkov Events as Bose-Einstein Gamma Condensations", *Astrophysical Journal, Letters* **549**, L67.
- MacDonald, D. et Thorne, K. S. 1982, Black-hole electrodynamics - an absolute-space/universal-time for mulation, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **198**, 345.
- MacLeod, J. M. et Andrew, B. H. 1968, The Radio Source VRO 42.22.01, *Astrophys. Lett.* **1**, 243.
- Madau, P., Pozzetti, L. et Dickinson, M. 1998, The Star Formation History of Field Galaxies, *Astrophysical Journal* **498**, 106.
- Mahadevan, R., Narayan, R. et Yi, I. 1996, Harmony in Electrons: Cyclotron and Synchrotron Emission by Thermal Electrons in a Magnetic Field, *Astrophysical Journal* **465**, 327.
- Malkan, M. A., Gorjian, V. et Tam, R. 1998, A Hubble Space Telescope Imaging Survey of Nearby Active Galactic Nuclei, *Astrophysical Journal, Supplement* **117**, 25+.
- Malkan, M. A. et Stecker, F. W. 1998, An Empirically Based Calculation of the Extragalactic Infrared Background, *Astrophysical Journal* **496**, 13.
- Malkan, M. A. et Stecker, F. W. 2001, An Empirically Based Model for Predicting Infrared Luminosity Functions, Deep Infrared Galaxy Counts, and the Diffuse Infrared Background, *Astrophysical Journal* **555**, 641.
- Mannheim, K. 1996, TeV Gamma-Rays from Proton Blazars, *Space Science Reviews* **75**, 331.
- Mannheim, K. et Biermann, P. L. 1992, Gamma-ray flaring of 3C 279 - A proton-initiated cascade in the jet?, *Astron. & Astrophys.* **253**, L21.
- Mannheim, K., Biermann, P. L. et Kruells, W. M. 1991, A novel mechanism for nonthermal X-ray emission, *Astron. & Astrophys.* **251**, 723.
- Maraschi, L., Ghisellini, G. et Celotti, A. 1992, A jet model for the gamma-ray emitting blazar 3C 279, *Astrophysical Journal, Letters* **397**, L5.
- Marcowith, A. 1996, *Jets Relativistes Extragalactiques: Émission Haute Énergie et Théorie Cinétique*, Université Paris VII.
- Marcowith, A., Henri, G. et Pelletier, G. 1995, Gamma-ray emission of blazars by a relativistic electron-positron beam, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **277**, 681.

- Marcowith, A., Henri, G. et Renaud, N. 1998, Non-thermal pair model for the radio-galaxy Centaurus A, *Astron. & Astrophys.* **331**, L57.
- Marcowith, A., Pelletier, G. et Henri, G. 1997, Acceleration mechanism in compact objects., *Astron. & Astrophys.* **323**, 271.
- Mather, J. C., Cheng, E. S., Eplee, R. E., Isaacman, R. B. *et al.* 1990, A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite, *Astrophysical Journal, Letters* **354**, L37.
- Mattox, J. R. et Ormes, J. F. 2002, The Final Catalog of EGRET Gamma-Ray Blazars, *American Astronomical Society Meeting* **201**, .
- Mihalas, D. et Weibel-Mihalas, B. 1999, *Foundations of Radiation Hydrodynamics*, Dover Publications.
- Mukherjee, R., Bertsch, D. L., Bloom, S. D., Dingus, B. L. *et al.* 1997, EGRET Observations of High-energy Gamma-Ray Emission from Blazars: An Update, *Astrophysical Journal* **490**, 116+.
- Nikishov, A. 1961, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* **41**, 549.
- Noerdlinger, P. D. 1978, Positrons in compact radio sources, *Physical Review Letters* **41**, 135.
- Norman, M. L., Smarr, L., Smith, M. D. et Wilson, J. . R. 1981, Hydrodynamic formation of twin-exhaust jets, *Astrophysical Journal* **247**, 52.
- Odell, S. L. 1981, Radiation force on a relativistic plasma and the Eddington limit, *Astrophysical Journal, Letters* **243**, L147.
- Oke, J. B. et Gunn, J. E. 1974, The Distance of BL Lacertae, *Astrophysical Journal, Letters* **189**, L5+.
- Ostriker, J. P. et Vietri, M. 1985, Are some BL Lac objects artefacts of gravitational lensing?, *Nature* **318**, 446.
- Ostriker, J. P. et Vietri, M. 1990, Are some BL Lacs artefacts of gravitational lensing?, *Nature* **344**, 45.
- Pacholczyk, A. G. 1970, Radio astrophysics. Nonthermal processes in galactic and extragalactic sources, dans *Series of Books in Astronomy and Astrophysics*, San Francisco: Freeman, 1970.
- Padovani, P. et Giommi, P. 1995, A Sample-Oriented Catalogue of BL-Lacertae Objects, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **277**, 1477.
- Padovani, P. et Urry, C. M. 1992, Luminosity functions, relativistic beaming, and unified theories of high-luminosity radio sources, *Astrophysical Journal* **387**, 449.
- Pei, Y. C. et Fall, S. M. 1995, Cosmic Chemical Evolution, *Astrophysical Journal* **454**, 69.
- Pelletier, G. 1985, dans *Plasma turbulence and Astrophysical Objects*, Société Française de Physique (SFP).
- Pelletier, G. 2004, Black Hole Induced Ejections, *ArXiv Astrophysics e-prints* .
- Pelletier, G. et Pudritz, R. E. 1992, Hydromagnetic disk winds in young stellar objects and active galactic nuclei, *Astrophysical Journal* **394**, 117.
- Phinney, E. 1982, Acceleration of a relativistic plasma by radiation pressure, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **198**, 1109+.
- Pian, E., Vacanti, G., Tagliaferri, G., Ghisellini, G. *et al.* 1998, BeppoSAX Observations of Unprecedented Synchrotron Activity in the BL Lacertae Object Markarian 501, *Astrophysical Journal, Letters* **492**, L17.
- Pigg, J. C. et Cohen, M. H. 1971, On the Distance to BL Lacertae, *Public. of the Astron. Soc. Pac.* **83**, 680.

- Piner, B. G. et Edwards, P. G. 2004, The Parsec-Scale Structure and Jet Motions of the TeV Blazars 1ES 1959+650, PKS 2155-304, and 1ES 2344+514, *Astrophysical Journal* **600**, 115.
- Price, S. D., Murdock, T. L., Marcotte, L. P. et Levan, P. D. 1984, The Diffuse Mid - Infrared Emission from the Galactic Plane, *Bulletin of the AAS* **16**, 502.
- Protheroe, R. J. et Stanev, T. 1999, Cut-offs and pile-ups in shock acceleration spectra, *Astroparticle Physics* **10**, 185.
- Quirrenbach, A., Witzel, A., Kirchbaum, T. P., Hummel, C. A. et al. 1992, Statistics of intraday variability in extragalactic radio sources, *Astron. & Astrophys.* **258**, 279.
- Quirrenbach, A., Witzel, A., Qian, S. J., Krichbaum, T. . et al. 1989, Rapid radio polarization variability in the quasar 0917 + 624, *Astron. & Astrophys.* **226**, L1.
- Rachen, J. P. 2000, Hadronic Blazar Models and Correlated X-ray/TeV Flares, dans *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 41–+.
- Rector, T. A. et Stocke, J. T. 2003, High-Resolution Radio Imaging of Gravitational Lensing Candidates in the 1 Jansky BL Lacertae Sample, *Astronomical Journal* **125**, 2447.
- Rees, M. J. 1966, Appearance of relativistically expanding radio sources, *Nature* **211**, 468.
- Renaud, N. 1999, *Modélisation des Jets Relativistes et de l'Émission Haute Énergie des Blazars et des Microquasars Galactiques*, Université Grenoble I (Joseph-Fourier).
- Renaud, N. et Henri, G. 1998, The terminal bulk Lorentz factor of relativistic electron-positron jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **300**, 1047.
- Reynolds, C. S., Fabian, A. C., Celotti, A. et Rees, M. J. 1996, The matter content of the jet in M87: evidence for an electron-positron jet, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **283**, 873.
- Rieke, G. H. et Weekes, T. C. 1969, Production of cosmic gamma rays by compton scattering in discrete sources, *Astrophysical Journal* **155**, 429+.
- Rybicki, G. B. et Lightman, A. P. 1979, Radiative processes in astrophysics, dans *New York, Wiley-Interscience*, 1979..
- Salamon, M. H. et Stecker, F. W. 1998, Absorption of High-Energy Gamma Rays by Interactions with Extragalactic Starlight Photons at High Redshifts and the High-Energy Gamma-Ray Background, *Astrophysical Journal* **493**, 547.
- Scarpa, R., Falomo, R. et Pian, E. 1995, A study of emission lines variability of the active galaxy PKS 05 21-365., *Astron. & Astrophys.* **303**, 730.
- Schlickeiser, R. 1984, An explanation of abrupt cutoffs in the optical-infrared spectra of non-thermal sources - A new pile-up mechanism for relativistic electron spectra, *Astron. & Astrophys.* **136**, 227.
- Schlickeiser, R. 1985, A viable mechanism to establish relativistic thermal particle distribution functions in cosmic sources, *Astron. & Astrophys.* **143**, 431.
- Schlickeiser, R., Biermann, P. L. et Crusius-Waetzal, A. 1991, On a nonthermal origin of steep far-infrared turnovers in radio-quiet active galactic nuclei, *Astron. & Astrophys.* **247**, 283.
- Schmidt, M. 1968, Space Distribution and Luminosity Functions of Quasi-Stellar Radio Sources, *Astrophysical Journal* **151**, 393.
- Shakura, N. I. et Sunyaev, R. A. 1973, Black holes in binary systems. Observational appearance., *Astron. & Astrophys.* **24**, 337.
- Sikora, M., Begelman, M. C. et Rees, M. J. 1994, Comptonization of diffuse ambient radiation by a relativistic jet: The source of gamma rays from blazars?, *Astrophysical Journal* **421**, 153.
- Sikora, M., Sol, H., Begelman, M. C. et Madejski, G. M. 1996, Radiation drag in relativistic active galactic nucleus jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **280**, 781.
- Sitko, M. L. et Junkkarinen, V. T. 1985, Continuum and line fluxes of OJ287 at minimum light, *Public. of the Astron. Soc. Pac.* **97**, 1158.

- Sol, H., Pelletier, G. et Asseo, E. 1989, Two-flow model for extragalactic radio jets, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **237**, 411.
- Stecker, F. W. et De Jager, O. C. 1998, Absorption of very high energy gamma-rays by intergalactic infrared radiation: A new determination, *Astron. & Astrophys.* **334**, L85.
- Stecker, F. W., de Jager, O. C. et Salamon, M. H. 1992, TeV gamma rays from 3C 279 - A possible probe of origin and intergalactic infrared radiation fields, *Astrophysical Journal, Letters* **390**, L49.
- Stickel, M., Fried, J. W., Kuehr, H., Padovani, P. . *et al.* 1991, The complete sample of 1 Jansky BL Lacertae objects. I - Summary properties, *Astrophysical Journal* **374**, 431.
- Svensson, R. 1987, Non-thermal pair production in compact X-ray sources - First-order Compton cascades in soft radiation fields, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **227**, 403.
- Tavecchio, F. 2004, Extragalactic jets: the high energy view, *ArXiv Astrophysics e-prints* .
- Thorne, K. S. et MacDonald, D. 1982, Electrodynamics in Curved Spacetime - 3+1 Formulation, *Mon. Not. of the Royal Astron. Soc.* **198**, 339.
- Tingay, S., Jauncey, D., Preston, R., Reynolds, J. *et al.* 1995, Relativistic motion in a nearby bright X-ray source, *Nature* **374**, 141+.
- Ulrich, M. H. 1981, The appearance of broad emission lines in the spectrum of the BL Lac object PKS 0521-36, *Astron. & Astrophys.* **103**, L1+.
- Urry, C. M. 1999, Multiwavelength properties of blazars, *Astroparticle Physics* **11**, 159.
- Urry, C. M. et Padovani, P. 1995, Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei, *Public. of the Astron. Soc. Pac.* **107**, 803.
- Vallee, J. P. 1990, Detecting the largest magnets - The universe and the clusters of galaxies, *Astrophysical Journal* **360**, 1.
- Vassiliev, V. V. 2000, Extragalactic background light absorption signal in the TeV gamma-ray spectra of blazars., *Astroparticle Physics* **12**, 217.
- Vermeulen, R. C. et Cohen, M. H. 1994, Superluminal motion statistics and cosmology, *Astrophysical Journal* **430**, 467.
- Vermeulen, R. C., Ogle, P. M., Tran, H. D., Browne, I. W. A. *et al.* 1995, When Is BL Lac Not a BL Lac?, *Astrophysical Journal, Letters* **452**, L5+.
- Vestrand, W. T., Stacy, J. G. et Sreekumar, P. 1995, High-Energy Gamma Rays from the BL Lacertae Object PKS 2155-304, *Astrophysical Journal, Letters* **454**, L93+.
- Von Montigny, C., Bertsch, D. L., Chiang, J., Dingus, B. L. *et al.* 1995, High-Energy Gamma-Ray Emission from Active Galaxies: EGRET Observations and Their Implications, *Astrophysical Journal* **440**, 525+.
- Wardle, J. F. C., Homan, D. C., Ojha, R. et Roberts, D. H. 1998, Electron-positron jets associated with the quasar 3C 279., *Nature* **395**, 457.
- Weinberg, S. 1972, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley & Sons.
- Widrow, L. M. 2002, Origin of galactic and extragalactic magnetic fields, *Reviews of Modern Physics* **74**, 775.
- Wiita, P. J. 1978a, Twin-beam models for double radio sources. I - Steady-state configurations, *Astrophysical Journal* **221**, 41.
- Wiita, P. J. 1978b, Twin beam models for double radio sources. II - Dynamical calculations, *Astrophysical Journal* **221**, 436.
- Zatsepin, G. et Kuz'min, V. 1966, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **4**, 114.
- Zensus, J. A. 1997, Parsec-Scale Jets in Extragalactic Radio Sources, *Annual Review of Astron and Astrophys* **35**, 607.

Partie VIII

Index

Index

équations différentielles stochastiques, 37

Accélération

processus de Fermi, 22

Accrétion

disque d'accrétion, 4

puissance d'accrétion, 3, 43

AGN, 4

définition, 3

de type 0, 7

de type 1, 7

de type 2, 7

Modèle standard d'unification

seeModèle standard d'unification, 6

modèle standart, 4

Radio-Louds, 5

blazars, voir blazars

Broad Line Radio Galaxy, 5

FR-I, 6

FR-II, 6

FSRQ, 6, 8

Narrow Line Radio Galaxy, 5

Quasars, 5

SSRQ, 6

Radio-Quiets, 4

galaxies de Seyfert, 5

QSO, 5

Amplification Doppler, voir Doppler

big blue bump, 4, 5, 14

BL Lacertae, 8

BL Lacs, voir Lacertides

Blazars, 8

caractéristiques, 8

Continuum non-thermique, 9

Distribution spectrale en énergie, 9

extrêmes, 19

éruption, 19

Mouvements superluminiques, 21

variabilité, 19

FSRQ, 8

HPQ, 8

Lacertides, 8

HPQ, 9

LPQ, 9

RBL, 9

XBL, 9

Origine du terme, 8

OVV, 8

Séquence observationnelle, 13

blob-in-jet, voir Modèles

Broad Line Radio Galaxy, voir AGN

Broad Line Region, 5, 7, 11

cascade électromagnétique, voir création de paires

Catastrophe Compton inverse, voir Emission Compton inverse

Centaurus A, 5, 6, 15

Chocs internes, voir Modèles

Compacité gamma-gamma, 17, 92

paramètre de compacité, 18

Compton cooling paradigm, 14

Compton drag, 48, 52

Compton inverse, voir Emission Compton inverse

contre-jet

absence de, 17

création de paires, 67

atténuation extrinsèque, 73

atténuation intrinsèque, 68

cascade électromagnétique, 71

opacité, 68

section efficace total, 67

seuil en énergie, 67

taux de production, 69

Cygnus A, 5, 6

Doppler

Amplification, 8

Eddington

luminosité critique d', 44

taux d'accrétion d', 44

Elliot-Shapiro, relation d', 14

Emission Compton, 28

formule du recul, 28

section efficace, 29

Emission Compton inverse, 11, 29

Catastrophe Compton inverse, 17, 21

Compton externe, 11, 14

effet fusée Compton, 47

formule du recul modifiée, 29

modèle une-zone, 65

noyau fondamental de Jones, 31

puissance totale émise, 30

- Self-Synchro-Compton, 11, 21
- Emission synchrotron, 11
 - coefficient absorption, 28
 - coefficient d'émission, 28
 - modèle une-zone, 62
 - noyau fondamental, 27
 - puissance totale émise, 26
 - pulsation cyclotron, 25
 - pulsation synchrotron, 25
 - temps caractéristique de refroidissement, 26
- Fanaroff-Riley, 6
- flat spectrum radio quasa, voir FSRQ
- Fokker-Planck
 - équation de diffusion, 35, 36, 227
 - opérateur, 35
- FR-I, voir AGN
- FR-II, voir AGN
- FSRQ, voir AGN
- galaxies de Seyfert, voir AGN
- gamma-ray emitter blazars, voir Grazars
- Grazars, 10
- Halo de paires, 74
- High peaked BL Lac, voir HPQ
- Highly Polarized Quasars, voir HPQ
- hotspots, 6
- HPQ, voir Blazars
- jets, 6
 - effet fusée Compton, 47
 - modèle électrodynamique, 45
 - modèle de Blandford-Znajek, 45
 - modèles hydrodynamiques, 41
 - modèles magnétohydrodynamiques, 42
 - relativistes, 15
- Kompaneets
 - équation de, 36
- Lacertides, 8
- Low peaked BL Lac, voir LPQ
- LPQ, voir Blazars
- Modèle standard d'unification, 6
 - schéma, 7
- Modèles
 - blob-in-jet model, 12
 - chocs internes, 22
 - hadroniques, 12
 - protons induced cascade (PIC), 12
 - synchrotron proton blazar (SPB), 13
 - synchrotron self proton induced cascade (SS-PIC), 13
 - homogènes, 12
 - inhomogènes, 12
 - leptoniques, 11
 - two-flow, voir two-flow
- Mouvements superluminiques, 8, 15
 - absence (blazars extrêmes), 21
 - effet sapin de Noël, 17
 - lentilles gravitationnelles, 17
 - théorie standard, 16
- NAG, voir AGN
- Narrow Line Radio Galaxy, voir AGN
- Narrow Line Region, 5, 7
- neutrinos, 12, 13
- NGC 6251, 15
- Noyaux actifs de galaxies, voir AGN
- OJ 287, 8
- Opacité gamma-gamma, 17, 18
- Optically Violently Variable quasars, voir OVV
- OVV, voir Blazars
- paradigme de la membrane, 45
- pileup, 35
 - formation, 35
- pions, 12
 - interaction proton/proton, 12
 - photoproduction, 12
- PKS 0521-365, 8
- points chauds, voir hotspots
- Processus d'accélération
 - de Fermi, 32
 - du deuxième ordre, 35
 - du premier ordre, 32
 - stochastique, 35
- QSO, voir AGN
- quasar radio à spectre pentu, voir SSRQ
- quasar radio à spectre plat, voir FSRQ
- Quasars, 5
- Quasi-stellar radio sources, voir Quasars
- Radio selected BL Lac, voir RBL
- Radio-Louds, voir AGN
- Radio-Quiets, voir AGN 4
- radio-source quasi-stellaire, voir Quasars
- RBL, voir Blazars
- section efficace
 - Klein-Nishina-Tamm, 29
 - Thomson, 29
- SED, voir équations différentielles stochastiques
- Self-Synchro-Compton, voir Emission Compton inverse
- SSC, voir Emission Compton inverse
- SSRQ, voir AGN
- steep spectrum radio quasa, voir SSRQ
- superluminiques, superlumineux, voir Mouvements superluminiques
- Sursauts gammas, 22
- Synchrotron, voir Emission synchrotron
- Température de brillance, 17, 21, 174
- Température de rayonnement, 174
- Température de variabilité, 18
- tore, 7, 11
- Trou noir

-
- de Kerr, 4, 45
 - de Schwarzschild, 4
 - Trous noirs
 - Distributions des masses, 14
 - Turbulence
 - d'ondes d'Alfvén, 35
 - de Kolmogorov, 35
 - de kraishman, 35
 - Two-Flow, 51
 - modèles d'émission, 54
 - two-flow, paradigme, 11
 - VRO 42.22.01, 8
 - X-ray selected BL Lac, voir XBL
 - XBL, voir Blazars

Colophon

L'ENSEMBLE DE CE DOCUMENT A ÉTÉ réalisé avec l'aide précieuse de \TeX écrit par le Donald E. Knuth, et son extension \LaTeX de Leslie Lamport. La classe utilisée est dérivée de la classe originale `amsbook` de l'AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY et modifiée par l'auteur. Certains arrangements typographiques ou graphiques ont été réalisés directement en `POSTSCRIPT`TM "dans le texte". La police de caractère utilisée pour les lettrines est la "rustic roman" de Peter R. Wilson et faisant parti de l'extension `bookhands` (`ftp.agh.edu.pl/pub/tex/fonts/bookhands`).

L'ensemble des graphiques et une partie des calculs présentés ici ont été réalisés à l'aide du logiciel `R` (`www.r-project.org`), un langage et un environnement complet pour le calcul et la représentation de données statistiques. N'oublions pas aussi les incontournables `ghostscript` et `gv`, `gvim` et `texmacs` (`www.texmacs.org`) un véritable éditeur WYSIWYG \LaTeX .

Enfin, un grand (un énorme !) merci à Gwénaëlle Leclair pour son formidable script `wysitex` qui m'aura grandement facilité la vie.

Enfin pour terminer, le dessin de la mascotte \TeX ci-contre est la réalisation de Diane Bibby à qui on doit en particulier toutes les illustrations du \TeX book de Donald E. Knuth et édité chez Addison Wesley pour sa version anglaise.



MODÉLISATIONS DE L'ÉMISSION NON-THERMIQUE DES BLAZARS DU TeV PAR UNE DISTRIBUTION RELATIVISTE QUASI-MAXWELLIENNE

Ludovic SAUGÉ

RÉSUMÉ

La compréhension des mécanismes d'émission et de variabilité au coeur des blazars émetteurs au TeV reste une question ouverte au sein de la communauté de l'astrophysique des hautes énergies. Le rayonnement extrême de ces objets permet de sonder les régions les plus proches du trou noir afin de poser des contraintes sur les mécanismes d'accélération des particules émissives. Nous considérons ici une distribution en énergie de ces particules sous la forme d'une quasi-maxwellienne relativiste (ou *pileup*). Ce type de distribution est justifié dans le cadre de l'accélération stochastique de particules de type interaction ondes MHD/plasmas. Ce manuscrit décrit la mise en oeuvre de cette distribution particulière dans le cadre de deux approches de modélisation différentes, la première dite homogène (ou une-zone) où la zone d'émission est supposée sphérique et la seconde dite inhomogène décrit le rayonnement d'un jet stratifié, et ce dans le cadre du '*two-flow model*'. Dans le deux cas, afin de rendre compte du caractère transitoire des périodes d'éruption, l'approche est menée de manière dépendante du temps et le processus de création de paires par photo-annihilation joue un rôle primordial. Nous avons de plus pris en compte l'atténuation du signal gamma par les photons du fond cosmique infrarouge lors de leur parcours vers l'observateur. Nous nous sommes de plus attachés à poser des contraintes sur la dynamique d'ensemble des jets à partir d'arguments statistiques simples ; nous avons mis en évidence pourquoi les modèles homogènes en général, ne sont pas appropriés pour la déduction des vitesses d'ensemble de ces sources bien qu'ils reproduisent remarquablement leurs caractéristiques spectrales.

Mots-clés : Blazars–Modélisation; Blazars–Variabilité; Jets relativistes–Emission; Jets relativistes–dynamique; Émission non-thermique; Processus d'accélération; Fond Cosmique Infrarouge

ABSTRACT

The understanding of the emission and variability mechanisms of the TeV emitter blazars still remains an open question among the high-energy astrophysics community. The extreme radiation arising from these objects allows us, on one hand to investigate the compact region closest to the central black hole and on the other hand to constrain acceleration mechanism of the emitting particles. We consider here the energy distribution function (EDF) of these particles as a relativistic quasi-maxwellian one (or *pileup*). This kind of EDF is fully justified in the framework of the stochastic acceleration process, ensured here by plasma/MHD waves interaction. We describe in this work two different models using the particular pileup EDF ; the first one assumes a spherical emission zone (homogeneous approach or one-zone model), whereas in the second one the emission is supposed to be produced by a stratified jet (inhomogeneous model). This latter approach is done under the *two-flow paradigm* framework. In both cases, in order to explain the complex temporal radiative behavior, the modeling is time dependent and supposes that the pair production process by $\gamma - \gamma$ interaction plays a fundamental role. We also take into account the high energy signal attenuation by the photons arising from the cosmic infrared background (CIB) radiation field. We also describe how we can put severe constraints on the jet dynamics using simple statistical arguments. Moreover we demonstrate why the homogeneous modeling does not explain satisfactorily the value of the bulk motion velocity although it remarkably describes the spectral features of the sources.

Keywords : Blazars–Modeling; Blazars–Variability; Relativistic Jets–Emission; Relativistic jets–dynamics; Nonthermal emission; Acceleration process; Cosmic Infrared Background